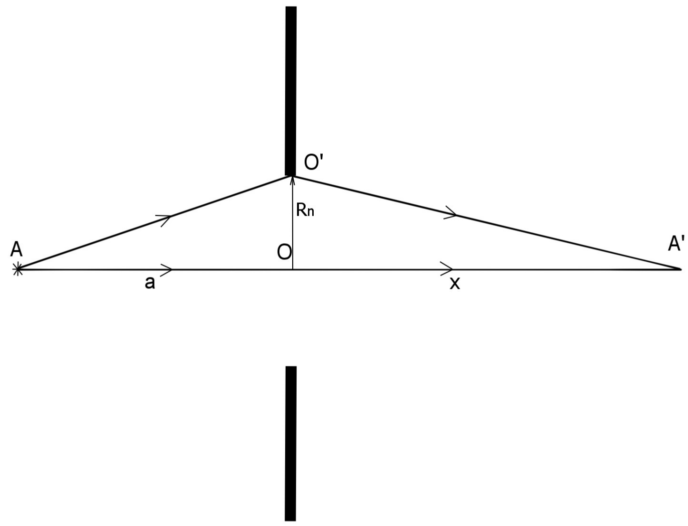
132 (Зони Френеля)



Точкове джерело світла буде створювати сферичну хвилю і відповідно за певний час хвиля досягне площини отвору. Далі за методом вторинних хвиль вважаємо що кожна точка простору є джерелом нових сферичних хвиль і результуюча амплітуда в точці спостереження є сумою вторинних коливань. Відповідно поверхню (сферичну) первинної хвилі розбивають на області з яких світло прийде майже з однаковою фазою (тобто різниця фаз в межах області не більше ніж π). Відповідно між сусідніми областями, які власне і називаються зонами Френеля, різниця фаз π, а різниця ходу променя $\lambda/2$. До того ж виявляється, що площа зон Френеля наближено однакова.

Обрахуємо радіус n-ї зони Френеля. Зважаючи на те що було зазначено вище – радіус n-ї зони Френеля це такий радіус отвору коли різниця ходу між променями який іде прямо і який іде як раз через границю отвору складає

$$S_{AO'A'} - S_{AOA'} = \Delta = n\frac{\lambda}{2} \tag{1.1}$$

Запишемо шлях який пройде промінь $AO'A'$:

$$S_{AO'A'} = AO' + O'A' = \sqrt{AO^2 + OO'^2} + \sqrt{A'O^2 + OO'^2} = \sqrt{a^2 + R_n^2} + \sqrt{x^2 + R_n^2} \tag{1.2}$$

Розглянемо наближений випадок коли радіус отвору суттєво менший за відстань до джерела та точки спостереження (хвильовий фронт в околі діафрагми майже плоский) і відповідно зробимо наближення в виразі для шляху (1.2):

$$S_{AO'A'} = a\sqrt{1+\left(\frac{R_n}{a}\right)^2} + x\sqrt{1+\left(\frac{R_n}{x}\right)^2} \approx a\left(1+\frac{1}{2}\left(\frac{R_n}{a}\right)^2\right) + x\left(1+\frac{1}{2}\left(\frac{R_n}{x}\right)^2\right) \tag{1.3}$$

Тоді різниця ходу (1.1) може бути записаною

$$\Delta = S_{AO'A'} - S_{AOA'} = \frac{R_n^2}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{x}\right) \tag{1.4}$$

За умовою задачі відкрито три зони Френеля відповідно:

$$R_3 = r, \Delta = \frac{3\lambda}{2} \tag{1.5}$$

Підставляємо (1.5) в (1.4) :

$$\frac{3\lambda}{2} = \frac{r^2}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{x}\right) \tag{1.6}$$

І виражає відстань до точки спостереження:

$$x = \left(\frac{3\lambda}{r^2}+\frac{1}{a}\right)^{-1} = \frac{ar^2}{3\lambda a + r^2} = \frac{1\cdot 10^{-6}}{3\cdot 0.5\cdot 10^{-6} + 1\cdot 10^{-6}} = \frac{1}{2.5} = 0.4 \tag{1.7}$$