Гомонай, Кравцов. Хвилі. №16

Зв'язок індукції ***D*** електричного поля з напруженістю ***E***:

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E} \tag{1.1}$$

Зв'язок індукції ***B*** магнітного поля з напруженістю ***H***:

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H} \tag{1.2}$$

Вектор Пойтингу:

$$\vec{\Pi} = \frac{1}{\mu_0}[\vec{E}\times\vec{B}] = [\vec{E}\times\vec{H}] \tag{1.3}$$

Густина енергії поля:

$$w = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0} \tag{1.4}$$

Визначимо напруженість магнітного поля за заданим виразом для напруженості електричного поля та співвідношенням із задачі №19:

$$\begin{aligned}\vec{H} &= \frac{1}{c\mu_0}\left[\vec{n}\times\vec{E}\right] = \frac{1}{c\mu_0}\left[\vec{n}\times\vec{E}_m\cos(\omega t-\vec{k}\vec{r})\right] = \\ &= \frac{\cos(\omega t-\vec{k}\vec{r})}{c\mu_0}\left[\vec{n}\times\vec{E}_m\right]\end{aligned} \tag{1.5}$$

Відповідно вектор Пойтингу:

$$\vec{\Pi} = \left[\vec{E}_m\times\left[\vec{n}\times\vec{E}_m\right]\right]\frac{\cos^2(\omega t-\vec{k}\vec{r})}{c\mu_0} \tag{1.6}$$

Тепер можемо обрахувати середнє значення:

$$\begin{aligned}\left\langle\vec{\Pi}\right\rangle &= \left[\vec{E}_m\times\left[\vec{n}\times\vec{E}_m\right]\right]\frac{\left\langle\cos^2(\omega t-\vec{k}\vec{r})\right\rangle}{c\mu_0} = \\ &= \frac{\left[\vec{E}_m\times\left[\vec{n}\times\vec{E}_m\right]\right]}{c\mu_0}\cdot\frac{1}{T}\int_0^T\cos^2(\omega t-\vec{k}\vec{r})dt\end{aligned} \tag{1.7}$$

Обрахуємо окремо інтеграл:

$$\begin{aligned}&\int_0^T\cos^2(\omega t-\vec{k}\vec{r})dt = \int_0^T\frac{1+\cos\left(2\omega t-2\vec{k}\vec{r}\right)}{2}dt = \\ &= \frac{T}{2}+\frac{\sin(2\omega t-2\vec{k}\vec{r})}{4\omega}\Bigg|_0^T = \frac{T}{2}+\frac{\sin(2\omega T-2\vec{k}\vec{r})}{4\omega}-\frac{\sin(-2\vec{k}\vec{r})}{4\omega} = \\ &= \frac{T}{2}\end{aligned} \tag{1.8}$$

Тоді середнє значення ½:

$$\left\langle\vec{\Pi}\right\rangle = \frac{\left[\vec{E}_m\times\left[\vec{n}\times\vec{E}_m\right]\right]}{2c\mu_0} = -\frac{\vec{n}E_m^2}{2c\mu_0} \tag{1.9}$$