7.22

Удар кулі по бруску. Закон збереження імпульсу та енергії (будемо вважати, що брусок після удару їде вниз):

$$MV - mv = -MV_1 + mv_1 \tag{1.1}$$

$$\frac{MV^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{MV_1^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} \tag{1.2}$$

Перепишемо (1.2):

$$\begin{gathered} M\left(V^2 - V_1^2\right) = m\left(v_1^2 - v^2\right) \\ M\left(V - V_1\right)\left(V + V_1\right) = m\left(v_1 - v\right)\left(v_1 + v\right) \end{gathered} \tag{1.3}$$

І поділимо на (1.1):

$$V - V_1 = v_1 - v \tag{1.4}$$

Тоді підставимо v1 з (1.4) у (1.1):

$$\begin{gathered} MV - mv = -MV_1 + m\left(V - V_1 + v\right) \\ V_1 = \frac{mV + 2mv - MV}{m + M} \end{gathered} \tag{1.5}$$

Тоді далі вниз брусок їде з прискоренням:

$$a_2 = g(\sin\alpha - kg\cos\alpha) \tag{1.6}$$

Пройшовши шлях S до влучання в упор брусок матиме швидкість направлену вниз:

$$V_2 = \sqrt{V_1^2 + 2gS(\sin\alpha - kg\cos\alpha)} \tag{1.7}$$

Після пружного удару о упор брусок знов поїде вгору зі швидкістю V_2 і прискоренням

$$a_1 = -g\left(\sin\alpha + k\cos\alpha\right) \tag{1.8}$$

Відповідно шлях S пройде за час t:

$$\begin{gathered} S = V_2 t + a_1 t^2 / 2 \\ t = \frac{-V_2 + \sqrt{V_2^2 + 2a_1 S}}{a_1} \end{gathered} \tag{1.9}$$

Відповідь:

$$t = \frac{V_2 - \sqrt{V_2^2 - 2gS(\sin\alpha + k\cos\alpha)}}{g(\sin\alpha + k\cos\alpha)}; V_2 = \sqrt{V_1^2 + 2gS(\sin\alpha - kg\cos\alpha)}$$

$$V_1 = \frac{2mv + (m - M)V}{m + M}; V = \sqrt{V_0^2 - 2gS(\sin\alpha + k\cos\alpha)}$$