186

Густина потоку ймовірності:

$$j = -\frac{i\hbar}{2m}\left(\psi^* \frac{d\psi}{dx} - \psi \frac{d\psi^*}{dx}\right) \tag{1.1}$$

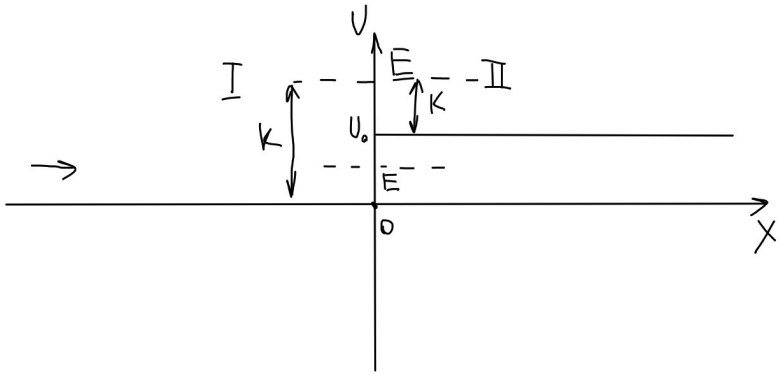
Хвильова функція вільної частинки:

$$\psi = Ae^{-i(\omega t - kx)} \tag{1.2}$$

Підставимо (1.2)

$$\begin{aligned} j &= -\frac{i\hbar}{2m}\left(A^* e^{i\omega t} e^{-ikx} \frac{dAe^{-i\omega t}e^{ikx}}{dx} - Ae^{-i\omega t}e^{ikx} \frac{dA^* e^{i\omega t} e^{-ikx}}{dx}\right) = \\ &= -\frac{i\hbar}{2m}\left(A^* Ae^{-ikx} \cdot ike^{ikx} - AA^* e^{ikx} \cdot (-ike^{-ikx})\right) = -\frac{i\hbar}{2m}\left(2|A|^2 ik\right) = \\ &= \frac{k\hbar}{m}|A|^2 = \frac{p}{m}|\psi|^2 = v\rho \end{aligned} \tag{1.3}$$

199а



Область I

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} &= E\psi \\ \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2}\psi &= 0 \end{aligned} \tag{1.4}$$

Область II

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} + U_0\psi = E\psi \tag{1.5}$$

За умовою $E > U_o$, а відповідно в обох областях маємо рівняння гармонічних коливань і розв'язки будуть мати вигляд:

$$\psi_I = A_I e^{ik_1 x} + B_I e^{-ik_1 x} \tag{1.6}$$

Де $k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$, та

$$\psi_{II} = A_{II} e^{ik_2 x} + B_{II} e^{-ik_2 x} \tag{1.7}$$

Де $k_2^2 = \frac{2m(E - U_0)}{\hbar^2}$.

Вважаємо, що частинки летять зліва на право, тоді $B_{II} = 0$ та задаємо A_1 через значення потоку частинок:

$$j_0 = \frac{\hbar k_1}{m}\left|A_1\right|^2 \tag{1.8}$$

Для простоти розглянемо випадок коли $A_1 = 1$. Запишемо граничні умови:

$$\begin{aligned} \psi_I(0) &= \psi_{II}(0) \\ 1 + B_I &= A_{II} \end{aligned} \tag{1.9}$$

Та

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_I(0)}{dx} &= \frac{d\psi_{II}(0)}{dx} \\ ik_1 - ik_1 B_I &= ik_2 A_{II} \\ (1 - B_I) &= A_{II}\frac{k_2}{k_1} \end{aligned} \tag{1.10}$$

Розв’язуємо систему рівнянь (1.9) та (1.10):

$$A_{II} = \frac{2k_1}{k_1 + k_2} \tag{1.11}$$

$$B_I = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \tag{1.12}$$

Коефіцієнт відбиття:

$$R = \frac{j_R}{j_0} = \frac{\left|B_1\right|^2}{\left|A_1\right|^2} = \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}\right)^2 \tag{1.13}$$

Коефіцієнт проходження:

$$D = \frac{j_d}{j_0} = \frac{k_2}{k_1}\frac{\left|A_{II}\right|^2}{\left|A_I\right|^2} = \frac{k_2}{k_1}\left(\frac{2k_1}{k_1 + k_2}\right)^2 = \frac{4k_1k_2}{\left(k_1 + k_2\right)^2} \tag{1.14}$$

Якщо $E < U_0$ тоді в другій області:

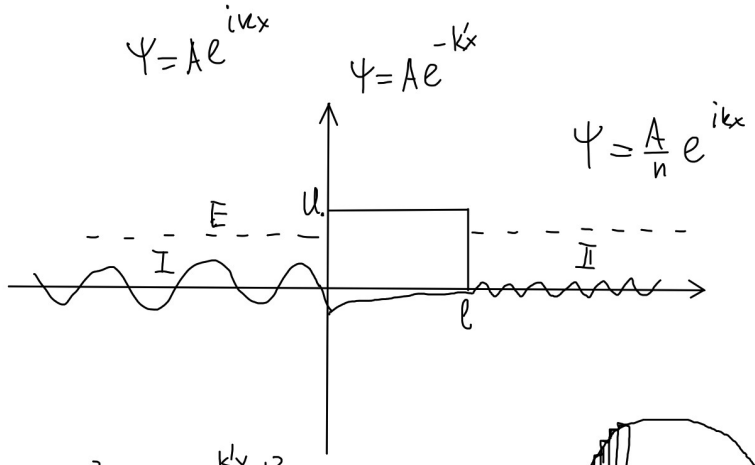
$$k_2^2 = \frac{2m(E - U_0)}{\hbar^2} < 0 \tag{1.15}$$

$$\psi_{II} = A_{II}e^{-\chi_2 x} \tag{1.16}$$

Де $k_2 = i\chi_2$

Глибина проникнення:

$$\begin{aligned} \chi_2 d &= 1/2 \\ d &= \frac{1}{2\chi_2} = \frac{1}{2\sqrt{\frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}}} \end{aligned} \tag{1.17}$$



$$D = \frac{|A_{II}|^2}{|A_I|^2} = |e^{-k'x}|^2$$

Дз 181, 192, 200