$$
\begin{aligned}
&x_0 = ct \\
&x_0' = \gamma(x_0 + \beta x_1) \\
&t' = \frac{t + xv/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\
&x_1' = \gamma(x_1 + \beta x_0) \\
&x' = \frac{x + vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\
&x_2' = x_2 = y \\
&x_3' = x_3 = z \\
&\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\
&\beta = \frac{v}{c} = \tanh\alpha
\end{aligned}
\tag{0.1}
$$

$$
\begin{aligned}
&p_0 = \frac{E}{c} \\
&p_1 = p_x
\end{aligned}
\tag{0.2}
$$

$$
\left|\vec{x}\right|^2 = x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 = c^2\Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 = S^2 \tag{0.3}
$$

$$
\frac{E^2}{c^2} - p_x^2 - p_y^2 - p_z^2 = m^2c^2 \tag{0.4}
$$

КШФ 11.1.5

Сторона паралельна осі x:

$$
a' = a\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = a \cdot 0.5 \tag{1.1}
$$

Сторона перпендикулярна осі x:

$$
b' = b = a\tan\alpha = a\frac{1}{\sqrt{3}} \tag{1.2}
$$

Кут:

$$
\tan\alpha' = \frac{b'}{a'} = \frac{a\tan\alpha}{a\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{\tan\alpha}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \tag{1.3}
$$

Гіпотенуза за теоремою Піфагора:

$$
\begin{aligned}
&l' = \sqrt{a'^2 + b'^2} = \sqrt{a^2(1 - v^2/c^2) + a^2\tan^2\alpha} = a\sqrt{1 - v^2/c^2 + \tan^2\alpha} = a\sqrt{0.25 + 1/3} = a\sqrt{7/12} \\
&\frac{l'}{l} = \frac{a\sqrt{7/12}}{a/\cos\alpha} = \frac{\sqrt{7/12}}{\sqrt{3}/2} = \frac{\sqrt{7}}{3}
\end{aligned}
\tag{1.4}
$$

КШФ 11.1.12

В системі К

$$
l = v\Delta t = l_0\sqrt{1 - v^2/c^2} \tag{1.5}
$$

В системі К':

$$
l_0 = l' = v\Delta t' \tag{1.6}
$$

Маємо:

$$v\Delta t = v\Delta t'\sqrt{1-v^2/c^2}$$

$$\Delta t = \Delta t'\sqrt{1-v^2/c^2}$$

$$\left(\frac{\Delta t}{\Delta t'}\right)^2 = 1-\frac{v^2}{c^2} \tag{1.7}$$

$$v = c\sqrt{1-\left(\frac{\Delta t}{\Delta t'}\right)^2}$$

Тоді власна довжина:

$$l_0 = c\sqrt{1-\left(\frac{\Delta t}{\Delta t'}\right)^2}\cdot\Delta t' \tag{1.8}$$

КШФ 11.1.15

Моменти часу визначаються перетвореннями Лоренца. Нехай частинка А рухається попереду, а частинка Б позаду:

$$t_A = \frac{t'_A + l_0 v/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$t_B = \frac{t'_B + 0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \tag{1.9}$$

$$l_0 = \frac{l}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \tag{1.10}$$

Тоді проміжок часу:

$$\Delta t = t_A - t_B = \frac{t'_A - t'_B + l_0 v/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{l_0 v/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{lv/c^2}{1-v^2/c^2} \tag{1.11}$$

КШФ 11.1.17

Відстань між частинками в лабораторній системі відліку:

$$\Delta l = v_1\Delta t - (-v_2)\Delta t$$

$$\frac{\Delta l}{\Delta t} = v_1 + v_2 = (0.5+0.75)c = 1.25c > c \tag{1.12}$$

Відносна швидкість (швидкість наближення одної частки з точки зору іншої):

$$v'_1 = \frac{v_1+v_2}{1+\frac{v_1 v_2}{c^2}} = \frac{0.5c+0.75c}{1+\frac{0.5c\cdot 0.75c}{c^2}} = \frac{1.25c}{1+0.5\cdot 0.75} = \frac{1.25c}{1.375} < c \tag{1.13}$$

Якщо рухається по осі y:

$$v'_{1y} = \frac{v_{1y}\sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}}}{1} \tag{1.14}$$

КШФ 11.2.5

Релятивістський закон динаміки:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \tag{1.15}$$

Якщо $\vec{F} \parallel \vec{v}$:

$$F_\tau = \frac{d}{dt}\left(\frac{mv}{\sqrt{1-v_x^2/c^2}}\right) = m\frac{\frac{dv}{dt}\sqrt{1-v^2/c^2} - v\frac{d}{dt}\sqrt{1-v^2/c^2}}{1-v^2/c^2} =$$

$$= m\frac{a_\tau\sqrt{1-v^2/c^2} - v\frac{-2v/c^2\cdot(dv/dt)}{2\sqrt{1-v^2/c^2}}}{1-v^2/c^2} = ma_\tau\frac{1-v^2/c^2+v^2/c^2}{\left(1-v^2/c^2\right)^{3/2}} = \tag{1.16}$$

$$= ma_\tau\frac{1}{\left(1-v^2/c^2\right)^{3/2}}$$

Якщо $\vec{F} \perp \vec{v}$:

$$F = \frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\frac{d\vec{v}}{dt}_n = \frac{ma_n}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \tag{1.17}$$

Іродов 1.421а

$$a'_x = \frac{dv'_x}{dt'} = \frac{d\dfrac{V+v_x}{1+Vv_x/c^2}}{d\dfrac{t+xV/c^2}{\sqrt{1-V^2/c^2}}} = \frac{\dfrac{dv_x\left(1+Vv_x/c^2\right)-(V+v_x)Vdv_x/c^2}{(1+Vv_x/c^2)^2}}{\dfrac{dt+dx\cdot V/c^2}{\sqrt{1-V^2/c^2}}} =$$

$$= \frac{dv_x}{dt}\frac{\dfrac{1+Vv_x/c^2-V^2/c^2-Vv_x/c^2}{(1+Vv_x/c^2)^2}}{\dfrac{1+v_xV/c^2}{\sqrt{1-V^2/c^2}}} = a_x\frac{(1-V^2/c^2)^{3/2}}{(1+v_xV/c^2)^3} \tag{1.18}$$

КШФ 11.2.7

Використаємо інваріант формулу Ейнштейна

$$(\sum E_i)^2 - (\sum \vec{p}_i)^2 c^2 = const \tag{1.19}$$

До зіткнення:

$$\begin{aligned}&(E_1+E_2)^2-(p_1)^2c^2 = (T+mc^2+mc^2)^2 - p_1^2c^2 = \\ &= E_1^2+2E_1mc^2+m^2c^4-p_1^2c^2 = 2m^2c^4+2(T+mc^2)mc^2\end{aligned} \tag{1.20}$$

Після зіткнення:

$$E'^2 - p'^2c^2 = M^2c^4 \tag{1.21}$$

Відповідно:

$$\begin{aligned}&2m^2c^4+2(T+mc^2)mc^2 = M^2c^4 \\ &M = \sqrt{4m^2+2Tm/c^2}\end{aligned} \tag{1.22}$$