

Лекция 3

|

I. Общие характеристики ядерных реакций

Ядерные реакции, это реакции происходящие при взаимодействии ядер с частицами и другими ядрами. Для осуществления ядерной реакции необходимо сближение частиц на расстояние, когда между ними начнут действовать сильные взаимодействия, т.е. порядка 1 фм. Если налетающая частица заряжена положительно, то для сближения частиц необходимо преодолеть кулоновский барьер. Для однозарядных частиц он равняется приблизительно 10 МэВ. Для незаряженных части (нейтрон, фотон) или отрицательно заряженных (π , μ -мезон, антипротон) кулоновский барьер отсутствует и реакции могут протекать даже при тепловых энергиях.

Ядерные реакции записывают в виде $A(a, bcd \dots)B$, где A — мишень, a — снаряд, b, cd, \dots — регистрируемые частицы, B — остаточное ядро. При этом A и a называют *начальным каналом* (или *входным каналом*), а b, cd, \dots и B — *конечным каналом* (или *выходным каналом*).

Ядерные реакции бывают *упругими* $A(a, a)A$ и *неупругими* $A(a, c)B$, когда хотя бы одна из частиц в конечном канале не совпадает с соответствующей частицей в начальном канале. Таким образом в упругих реакциях состав частиц не меняется, а они только перераспределяют между собой энергию и импульсы. В неупругих реакциях меняется сам состав частиц.

Ядерные реакции идут с сохранением определенных законов сохранения. При этом существуют точные законы сохранения, т.е. такие законы сохранения, которые выполняются для всех типов взаимодействия (например, энергии, импульса, электрического заряда, числа барионов) и приближенные, т.е. такие, которые выполняются для одних взаимодействий и не выполняются для других. Примеры приближенных законов сохранения мы рассмотрим ниже. Сейчас мы отметим только, что к ним, в частности, относится закон сохранения четности.

A. Закон сохранения энергии

Закон сохранения энергии записывается как

$$\sum_{i=\text{нач. част.}} E_i = \sum_{j=\text{кон. част.}} E_j, \quad (1)$$

где $E_i = m_i c^2 + T_i$ и $E_j = m_j c^2 + T_j$ — полные энергии частиц в начальном и конечном состояниях, а T_i и T_j — их кинетические энергии. Тогда (1) можно переписать как

$$\sum_j T_j - \sum_i T_i = c^2 \left(\sum_i m_i - \sum_j m_j \right), \quad (2)$$

Эту величину называют *Q* энергией реакции обозначают Q :

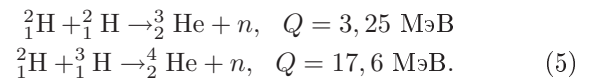
$$Q = \sum_j T_j - \sum_i T_i. \quad (3)$$

Если $Q > 0$, то соответствующая реакция сопровождается выделением кинетической энергии части в конечном канале. Такие реакции называют *экзоэнергетическими*. Если $Q < 0$, то реакция сопровождается поглощением кинетической энергии части в конечном канале и называется *эндоэнергетическими*. Очевидно, что эндоэнергетические реакции могут идти только при условии, что кинетическая энергия сталкивающихся частиц выше *пороговой энергии*

$$\sum_{i=\text{нач. част.}} T_i > T_{\text{порог.}} = |Q|. \quad (4)$$

Случаю упругих реакций соответствует энергия реакции $Q = 0$. В этом случае кинетическая энергия сталкивающихся частиц не меняется, а только перераспределяется между частицами конечного канала.

Примерами экзоэнергетических реакций могут служить реакции синтеза легких ядер



Как уже говорилось выше, для того, чтобы эти реакции произошли, следует ядрам сойтись на расстояние порядка действия ядерных сил, для чего им необходимо преодолеть кулоновский барьер.

B. Закон сохранения электрического заряда

Этот закон считается точным. До сих пор ни разу не был зарегистрирован ни один процесс, в котором бы нарушался этот закон.

С. Закон сохранения барионного заряда

Рассмотрим в качестве примера реакцию

$$p + e^- \rightarrow 2\gamma. \quad (6)$$

В ней выполняются все вышеперечисленные законы сохранения, однако экспериментально установлено, что она не происходит. В частности, если бы этот процесс происходил, то Вселенная была бы нестабильна. Чего, как мы знаем, не наблюдается.

Это связано с еще одним важным законом сохранения — *законом сохранения барионного заряда*. Замечено, что все сильновзаимодействующие частицы можно разделить на *мезоны* (одной из их характерной особенностью является то, что они имеют целый спин), *барионы* и *антибарионы* (последние два класса частиц имеют полуцелый спин). При этом каждой из сильновзаимодействующих частиц можно условно приписать определенное число B , которое называют *барионным зарядом*: для мезонов $B = 0$, для барионов $B = 1$ и для антибарионов $B = -1$. Экспериментально установлено, что во всех процессах суммарное число барионных зарядов частиц неизменно. Так если в реакции рождается дополнительный барион, то всегда в этом процессе должен родиться и дополнительный антибарион. Или наоборот, если один барион пропадает, то обязательно пропадает и один антибарион.

Протон является одним из барионов, следовательно для него $B = 1$. Электрон и фотон имеют $B = 0$. Таким образом в левой части реакции (6) $B = 1$, а в правой $B = 0$. Значит закон сохранения барионного заряда запрещает этот процесс.

Д. Закон сохранения лептонного заряда

Этот закон сохранения мы уже обсуждали выше при рассмотрении β -распада.

1. Закон сохранения четности

Если идет реакция

$$a + A \rightarrow b + B, \quad (7)$$

то этот закон записывается в виде

$$P_a P_A (-1)^{l_{aA}} = P_b P_B (-1)^{l_{bB}}, \quad (8)$$

где P_a , P_A , P_b и P_B — четности частиц во входном и выходном каналах, а l_{aA} и l_{bB} — орбитальные моменты соответствующих пар частиц.

II. Изотопический спин

А. Изотопическая симметрия

Известно, что свойства ядер-изобар зависят от соотношения в них протонов и нейтронов. В качестве примера рассмотрим ${}^3_1\text{H}$ и ${}^3_2\text{He}$. Известно, что разность энергий связи в этих ядрах составляет 0,763 МэВ. Хотя эта величина и достаточно значительная, тем не менее ее можно почти полностью отнести к энергии кулоновского отталкивания протонов в ядре ${}^3_2\text{He}$

$$\frac{q_0^2}{r} = 0,76 \text{ МэВ}, \quad (9)$$

где $r = 1,9$ фм — среднеквадратичный радиус ядра ${}^3_2\text{He}$. Следовательно, если бы можно было “отключить” кулоновское взаимодействие, то энергия связи этих изобар была бы одинаковой.

Рассмотренная выше пара ядер имеет то свойство, что одно из них превращается в другое заменой числа протонов числом нейтронов и наоборот. Такие ядра называются *зеркальными*. Известны примеры и других зеркальных ядер. Оказалось, что для всех их можно сделать подобные выводы относительно энергии связи. Это, в свою очередь, убедительно говорит о том, что если отвлечься от электромагнитных взаимодействий, то силы действующие между нуклонами не зависят от их заряда. Это положение называют *зарядовой независимостью ядерных сил*. Оно лежит в основе одного важного понятия, которое называют *изотопическим спином* или сокращенно *изоспином*.

Понятие изоспина было сформулировано В. Гайзенбергом, который предложил рассматривать протон и нейтрон как два состояния одной частицы, нуклона. Небольшая разность масс может быть, как и в рассмотренном выше примере зеркальных ядер, к влиянию электромагнитных взаимодействий. Следовательно она должна была пропасть если бы можно было их выключить. Таким образом получаются два вырожденных состояния. С подобной картиной мы имеем дело, когда рассматриваем частицу со спином $\frac{1}{2}$ в отсутствии внешнего магнитного поля, которое нарушает сферическую симметрию задачи. Таким образом можно формально считать, что симметрия между протоном и нейтроном связана с симметрией сильных взаимодействий относительно вращений в некотором воображаемом пространстве. Это пространство называют *изоспиновым пространством*, а соответствующую симметрию *изотопической симметрией*.

В таком случае все сильновзаимодействующие частицы можно разделить на *изотопические мультиплеты*, каждый из которых характеризуется “спином” в изотопическом пространстве (изоспином). Далее изоспин будем обозначать буквой \vec{T} . Как и для обычного оператора момента количества движения для компонент оператора изоспина \vec{T} должны выпол-

няться коммутационные соотношения

$$[\hat{T}_i, \hat{T}_j] = 2i \sum_{k=1}^3 \varepsilon_{ijk} \hat{T}_k. \quad (10)$$

Таким образом, как и для обычного спина, одновременно измеримыми могут быть только две величины, в качестве которых обычно выбирают величину изоспина T (через нее собственное значение квадрата изоспина выражается по обычной формуле $T(T+1)$) и его третьей проекции T_3 . Соответственно каждая сильно-взаимодействующая частица характеризуется определенными значениями T и T_3 . Частицы с одним T и разными T_3 образуют *изотопический мультиплет*. Число частиц в одном изотопическом мультиплете тоже выражается через изоспин по известной из теории момента количества движения формуле

$$N = 2T + 1. \quad (11)$$

Все частицы в одном изотопическом мультиплете должны иметь близкие массы.

В связи с тем, что нуклонов два, на основании формулы (11) заключаем, что их изоспин равен $T = \frac{1}{2}$. Протону и нейтрону соответствуют соответствующим состояниям с противоположно направленными T_3 . Примем соглашение, согласно которому протону соответствует состояние с $T_3 = +\frac{1}{2}$. Соответственно нейтрону будет тогда соответствовать состояние с $T_3 = -\frac{1}{2}$.

Также как и обычный спин изоспин должен складываться по законам сложения моментов. Так, если имеется система двух нуклонов, то ее суммарный изоспин может быть $T = 1$ или $T = 0$. Соответственно мультиплет с $T = 1$ представляет изотриплет со значениями $T_3 = +1, 0$ и -1 . Мультиплет с $T = 0$ представляет изосинглет с одним значением $T_3 = 0$.

В. Закон сохранения изотопического спина

Наличие изотопической симметрии приводит к *закону сохранения изотопического спина*: суммарный изоспин и его третья проекция в процессах идущих за счет сильных взаимодействий в начальном и конечном состояниях должны быть одинаковыми.

Опытные данные хорошо подтверждают этот закон сохранения.

Закон сохранения изоспина означает, что лагранжиан сильных взаимодействий должен быть устроен так, чтобы он был изотопическим скаляром, т.е. не менялся при вращениях в воображаемом изопространстве.

Однако, как говорилось выше, изотопическая симметрия нарушается электромагнитными взаимодействиями. Таким образом эта симметрия является приближенной. Соответственно и закон сохранения изоспина является приближенным — он выполняется для сильных взаимодействий и нарушается в электромагнитных. Для того, чтобы в этом убедиться рассмотрим электрический заряд нуклонов и выразим его через T_3

$$q = q_0 \left(T_3 + \frac{1}{2} \right). \quad (12)$$

Для ядра состоящего из A нуклонов эта формула примет вид

$$q = q_0 \left(T_3 + \frac{1}{2} A \right). \quad (13)$$

Из этих формул видно, что электрический заряд не является изотопическим скаляром, а представляет собой сумму проекции изотопического вектора и изотопического скаляра. Таким образом все частицы из одного изотопического мультиплета имеют одинаковые свойства относительно сильных взаимодействий, но разные относительно электромагнитных.

С. Обобщенный принцип Паули

Таким образом изоспин представляет собой новую степень свободы нуклона, абсолютно равноправную с другими степенями свободы, спином орбитальными переменными и т.д. Соответственно при формулировке принципа Паули мы должны учитывать это обстоятельство и считать многонуклонную волновую функцию $\psi(1, 2, 3, \dots)$ антисимметричной относительно перестановки ее нуклонов

$$\psi(1, 2, 3, \dots) = -\psi(2, 1, 3, \dots) = -\psi(3, 2, 1, \dots) \text{ и т.д.}, \quad (14)$$

причем переменные 1, 2, 3 и т.д. уже должны включать не только спин и орбитальные переменные, но и изоспин. Ниже покажем к каким ограничениям приведет этот обобщенный принцип Паули.

Д. Простейшие ядерные изотопические мультиплеты

Рассмотрим более подробно простейшие ядерные изомультиплеты.

1. Двухнуклонная система

Как уже говорилось выше, в этой системе имеется два изомультиплета с $T = 1$ и $T = 0$. Состояние с $T = 0$ представляет дейтрон ${}^2_1\text{H}$. Связанных состояний

¹ Такое соглашение обычно используется в физике элементарных частиц. В ядерной физике часто используют противоположное соглашение, когда протону соответствует $T_3 = -\frac{1}{2}$, а нейтрону — $T_3 = +\frac{1}{2}$.

с $T = 1$ нет, однако они проявляют себя в рассеянии нейтронов на протонах при низких энергиях приводя к резонансному усилению сечения, когда полная энергия нуклонов в их системе центра масс приближается к резонансной $E_{\text{рез.}} = M_{2N, T=1} c^2$.

Теперь посмотрим к каким ограничениям приведет обобщенный принцип Паули для двухнуклонной системы. В соответствии с (14) необходимо потребовать антисимметрии двухнуклонной волновой функции

$$\psi(1, 2) = -\psi(2, 1). \quad (15)$$

Разделим в ней переменные на орбитальные, спин-овые и изоспиновые

$$\psi(1, 2) = \chi_S(1, 2) \chi_T(1, 2) \phi_r(1, 2). \quad (16)$$

Если система находится в основном состоянии, то орбитальная волновая функция должна быть симметрична относительно перестановки $1 \leftrightarrow 2$

$$\phi_r(1, 2) = \phi_r(2, 1). \quad (17)$$

Значит для выполнения принципа Паули следует отобрать только такие спин-изоспиновые комбинации, которые имеют противоположные симметрии

$$\chi_S^{\text{сим.}}(1, 2) \chi_T^{\text{a.c.}}(1, 2) \quad \text{или} \quad \chi_S^{\text{a.c.}}(1, 2) \chi_T^{\text{сим.}}(1, 2). \quad (18)$$

В свою очередь мы уже знаем, что симметричные спин-овые состояния имеют $S = 1$, а антисимметричные — $S = 0$. Аналогичное соответствие имеет место и для изоспина: для $\chi_T^{\text{сим.}}$ изоспин $T = 1$ и для $\chi_T^{\text{a.c.}}$ изоспин $T = 0$. Таким образом могут быть в s -состоянии только ядерные системы с

$$(S = 1, T = 0) \quad \text{и} \quad (S = 0, T = 1). \quad (19)$$

Первое из них соответствует дейтрону, а второе резонансу. Состояния же с

$$(S = 1, T = 1) \quad \text{и} \quad (S = 0, T = 0) \quad (20)$$

являются запрещенными в соответствии с принципом Паули и действительно не наблюдаются на опыте.

2. Трехнуклонная система

Опыт показывает, что обычно наблюдаются ядерные системы с минимальным значением изоспина. В слчае трехнуклонной системы минимальное значение суммарного изоспина $T = \frac{1}{2}$. Таким образом этот мультиплет должен содержать два состояния с $T_3 = \frac{1}{2}$ и $T_3 = -\frac{1}{2}$. Такими ядрами являются ${}^3_2\text{He}$ ($T_3 = \frac{1}{2}$) и ${}^3_1\text{H}$ ($T_3 = -\frac{1}{2}$). При этом оказывается (это утверждение мы оставляем здесь без доказательства), что принцип Паули для них требует значение спина $S = \frac{1}{2}$, что подтверждается опытом.

3. Четырехнуклонная система

В этом случае минимальное значение изоспина $T = 0$. Таким образом здесь имеется изотопический синглет, к которому относится ${}^4_2\text{He}$.

4. Другие изоспиновые мультиплеты

Среди более сложных ядерных систем отметим изотопический дублет (${}^7\text{Li}$, ${}^7\text{Be}$). Они имеют не только очень схожие свойства основного состояния с $I^P = \frac{3}{2}^-$, но и схожие спектры возбуждения.

Примером изотопического триплета могут быть ядра с $A = 14$ и $I^P = 0^+$. Ими являются ${}^{14}\text{C}$, ${}^{14}\text{N}$, ${}^{14}\text{O}$. Особенностью является то, что в этот мультиплет входит не основное состояние ядра ${}^{14}\text{N}$ (оно имеет $I^P = 1^+$), а его первое возбуждение, которое лежит на 2,3 МэВ выше основного. Основное состояние ${}^{14}\text{N}$ относится к изотопическому синглету.

III. Процессы взаимодействия нейтронов с ядрами

Сейчас мы рассмотрим ряд важных реакций взаимодействия нейтронов с ядрами.

А. Радиационный захват нейтрона $[(n, \gamma) - \text{реакция}]$.

В этой реакции нейтрон захватывается ядром (A, Z) (с массовым числом A и атомным номером Z), которое затем испускает фотон

$$n + (A, Z) \rightarrow (A + 1, Z) + \gamma. \quad (21)$$

Одной из типичных реакций такого типа является радиационный захват нейтрона протоном

$$n + p \rightarrow {}^2_1\text{H} + \gamma. \quad (22)$$

Реакции радиационного захвата нейтронов ядрами являются экзоэнергетическими, т.е. с $Q > 0$, и происходят под действием медленных нейтронов с энергией $0 \leq E < 500$ кэВ.

В. Реакции с образованием протонов $[(n, p) - \text{реакции}]$.

В результате реакции налетающий нейтрон выбивает из ядра протон, а сам в нем “застраёт”:

$$n + (A, Z) \rightarrow (A, Z - 1) + p. \quad (23)$$

В связи с тем, что масса нейтрона больше массы протона, эти реакции обычно происходят с выделением

энергии ($Q > 0$). Особенность этих реакций состоит в том, что низкоэнергетический протон не может покинуть ядро из-за кулоновского барьера. Поэтому обычно эти реакции происходят при энергиях нейтронов $T_n \sim 0,5 - 10$ МэВ.

С. (n, α) -реакция.

Известно, что α -частицы представляют наиболее компактную ядерную систему. Поэтому часто наблюдаются реакции их выбивания из ядер под действием нейтронов

$$n + (A, Z) \rightarrow {}^4_2\text{He} + (A - 3, Z - 2). \quad (24)$$

Конечно, для того, чтобы α -частицы могли покинуть ядро они должны преодолеть кулоновский барьер, который для них будет даже больше, чем для протонов в случае (n, p) -реакции. Поэтому для эффективного протекания (n, α) -реакций необходима энергия нейтронов около $T_n \sim 0,5 - 10$ МэВ. Тем не менее из-за большой связи в α -частице в ряде случаев эта энергия бывает даже тепловой ($T_n \sim kT^\circ \approx \frac{1}{40}$ эВ). Например:

$$\begin{aligned} n + {}^6_3\text{Li} &\rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^3_1\text{H}, \quad Q = 4,5 \text{ МэВ} \\ n + {}^{10}_5\text{B} &\rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^7_3\text{Li}, \quad Q = 2,8 \text{ МэВ}. \end{aligned} \quad (25)$$

Эти реакции используются для регистрации тепловых нейтронов. Примером эндоэнергетической (n, α) -реакции может служить

$$n + {}^{14}_7\text{N} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^7_3\text{Li}, \quad Q = -0,28 \text{ МэВ}. \quad (26)$$

Д. Реакции деления.

В ядерной энергетике широко используют реакции деления. Они происходят при облучении тяжелых ядер нейтронами с энергией около 1 МэВ. В результате ядра разваливаются на два с соотношением нуклонов приблизительно как 2:3.

Е. Упругое рассеяние

В этом случае ядро не претерпевает изменения, а только приобретает кинетическую энергию и импульс. Регистрация таких реакций осуществляется путем регистрации ядра отдачи. Эти реакции находят широкое применение для регистрации быстрых нейтронов.

Ф. Неупругое рассеяние

В этом случае нейтрон передает часть своей энергии не на кинетическую энергию ядра, а на его возбуждение. Сам же нейтрон покидает ядро. Спектр таких

возбуждений дискретный. Эти реакции происходят не при любых энергиях нейтрона, а только при энергиях превышающую пороговую энергию для соответствующего уровня.

IV. Резонансное рассеяние нейтронов на ядрах

А. Качественная модель протекания реакций

Ввиду того, что для нейтрона рассеивающегося на ядре нет кулоновского барьера ядерные реакции нейтрона могут идти при низких (порядка и менее 1 МэВ). Опыт показывает, что в этой области энергий сечение реакций имеет резонансный характер. Опираясь на капельную модель ядра Н. Бор предложил следующую модель протекания этих реакций. Считается, что реакции протекают в два этапа. На первом этапе налетающий нейтрон n захватывается покоящимся ядром A , в результате чего образуется *составное ядро* (часто также используют термин *компануд-ядро*) C :

$$n + A \rightarrow C. \quad (27)$$

Составное ядро представляет квазистабильное состояние, т.е. такое состояние время жизни τ которого намного больше времени пролета нейтрона с данной энергией через ядро $t_{\text{прол.}}$.

$$\tau \gg t_{\text{прол.}} \quad (28)$$

Физические обоснования для образования составного ядра следующие. Очевидно, что энергия захваченного нейтрона больше его энергии связи в ядре. Поэтому такая система не может быть устойчивой. Тем не менее нейтрон при прохождении через ядро может быстро перераспределить свою энергию между нуклонами ядра, в результате чего ни один из нуклонов образовавшейся системы не будет иметь энергии, достаточной для того, чтобы покинуть ядро. Это длится до тех пор, пока снова вся энергия не сосредоточится на одном нуклоне. Причем это должно произойти вблизи границы ядра, иначе образовавшийся нуклон успеет опять потерять энергию при прохождении через ядро. Конечно такое событие весьма маловероятно, что и объясняет причину, почему время τ оказывается столь большим. Кроме того ясно, что по прошествии столь большого времени ядро C уже не “помнит” способа своего образования и таким образом составное ядро не должно зависеть от вида реакции, в котором оно образовалось.

Через время τ начинается *второй этап* протекания реакции — распад промежуточного ядра. При этом распад может идти по разным каналам, с выбросом γ -кванта, нейтрона, протона, α -частицы и т. д.

$$C \rightarrow \begin{cases} \gamma + C' \\ n + A' \\ p + B \\ \alpha + D \\ \text{и т. д.} \end{cases} \quad (29)$$

Поэтому полная вероятность распада составного ядра w должна равняться сумме вероятностей распада по каждому из каналов распада (29)

$$w = w_\gamma + w_n + w_p + w_\alpha + \dots \quad (30)$$

Вероятность распада по конкретному каналу называют *парциальной вероятностью*. В свою очередь, величина

$$\eta_i = \frac{w_i}{w} \quad (31)$$

представляет *относительную парциальную вероятность* по каналу i .

Ясно, что парциальная вероятность не зависит от способа приготовления составного ядра и определяется только свойствами последнего. Это утверждение находится в блестящем согласии с экспериментом.

В результате находим, что сечение реакции по каналу i равно

$$\sigma_i = \sigma^* \eta_i, \quad (32)$$

где σ^* — сечение образования составного ядра.

В. Возбужденные ядерные состояния. Ширина уровня

Почти все ядра помимо основного состояния могут находиться в возбужденных состояниях, из которых они могут переходить в основное состояние за конечный промежуток времени. Важнейшей характеристикой таких состояний является его время жизни τ или обратная ему величина — вероятность распада

$$P = \frac{1}{\tau}. \quad (33)$$

Мы уже отмечали, что в силу принципа неопределенностей энергия возбужденного состояния всегда будет “размыта” на величину

$$\Delta E \geq \frac{\hbar}{\tau}. \quad (34)$$

Посмотрим, как можно описать в квантовой механике такое нестабильное состояние. Зависимость волновой функции от времени описывается выражением

$$\Psi(\vec{x}, t) = e^{-i\frac{Et}{\hbar}} \psi(\vec{x}), \quad (35)$$

где E — энергия состояния. Если энергия действительна, то вероятность обнаружить состояние не зависит от времени

$$|\Psi(\vec{x}, t)|^2 = |\psi(\vec{x})|^2. \quad (36)$$

Следовательно такое квантовое состояние стабильно. Для того, чтобы состояние имело конечное время жизни необходимо, чтобы энергия в формуле (35) имела мнимую часть

$$E = E_0 - \frac{i}{2}\Gamma, \quad (37)$$

где множитель $\frac{1}{2}$ введен для удобства. Легко видеть, что такое состояние имеет экспоненциальный закон распада

$$|\Psi(\vec{x}, t)|^2 = e^{-\frac{\Gamma t}{\hbar}} |\psi(\vec{x})|^2. \quad (38)$$

Это выражение согласуется с законом распада, если положить постоянную распада

$$\gamma = \frac{\Gamma}{\hbar}. \quad (39)$$

Такая волновая функция не может соответствовать состоянию с определенным значением энергии. Для того, чтобы это показать рассмотрим временной Фурье-образ волновой функции (35) с комплексной энергией (37)

$$\tilde{\Psi}(\vec{x}, \omega) = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \psi(\vec{x}) \int_0^\infty dt e^{i(\omega - \frac{E_0}{\hbar})t} e^{-\frac{\Gamma t}{2\hbar}}. \quad (40)$$

Здесь нижний предел в интеграле положен $t = 0$, т.к. считается, что распад начался с этого момента времени. Записывая обратное Фурье-преобразование

$$\Psi(\vec{x}, t) = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_0^\infty d\omega e^{-i\omega t} \tilde{\Psi}(\vec{x}, \omega) \quad (41)$$

видим, что $\tilde{\Psi}(\vec{x}, \omega)$ имеет смысл амплитуды вероятности найти в волновой функции (35) состояние со значением энергии $E = \hbar\omega$, которое, в силу (40), равно

$$\tilde{\Psi}(\vec{x}, \omega) = \frac{\psi(\vec{x})}{\sqrt{2\pi}} \frac{i\hbar}{\hbar\omega - E_0 + \frac{i}{2}\Gamma}. \quad (42)$$

Таким образом для вероятности обнаружить состояние с энергией $E = \hbar\omega$ равна

$$P(E) = N \int |\tilde{\Psi}(\vec{x}, \omega)|^2 d^3x = N \frac{\hbar^2}{(E - E_0)^2 + \frac{1}{4}\Gamma^2}, \quad (43)$$

причем нормировка N определяется из условия

$$\int_{-\infty}^\infty P(E) dE = 1 \quad (44)$$

и дает

$$N = \frac{\Gamma}{\hbar^2}. \quad (45)$$

(при выводе (45) было использовано то обстоятельство, что волновая функция $\psi(\vec{x})$ нормирована на единицу) и, следовательно,

$$P(E) = \frac{\Gamma}{2\pi [(E - E_0)^2 + \frac{1}{4}\Gamma^2]}. \quad (46)$$

В случае, если $\Gamma \rightarrow 0$, вероятность стремится к $\delta(E - E_0)$.

Таким образом введение мнимой добавки привело к тому, что возбужденное состояние приобрело распределение энергии с максимумом при $E = E_0$. Причем вероятность обнаружить состояние с энергией E убывает в два раза при смещении на $\Delta E = \pm \frac{1}{2}\Gamma$. Эта ширина (неопределенность в энергии) возбужденного состояния называется его *естественной шириной*. Форму энергетического распределения (46) называют *лоренцовской* или *брейт-вигнеровской*.

С. Расчет сечения резонансного захвата нейтрона σ^*

Для расчета сечения резонансного рассеяния нейтрона нам необходимо будет связать вероятности двух процессов: процесса захвата нейтрона ядром A с образованием компаунд-ядра A^*

$$n + A \rightarrow A^* \quad (47)$$

и процесса развала компаунд-ядра A^* на нейтрон и ядро A

$$A^* \rightarrow n + A. \quad (48)$$

дело в том, что каждый из этих процессов является обратным к другому по отношению к протеканию времени. Опыт показывает, что лагранжиан ядерных взаимодействий, который и определяет эти процессы, инвариантен относительно инверсии времени $t \rightarrow -t$. В результате соответствующие вероятности оказываются связанными друг с другом. В этом заключается *принцип детального равновесия*.

Подчеркнем, что принцип детального равновесия не может быть получен теоретически, а является экспериментальным фактом. Более того, эксперимент показывает, что в ряде случаев (распады нейтральных K -мезонов) этот принцип нарушается.

Чтобы понять глубже связь даваемую принципом детального равновесия сначала рассмотрим идеализированный случай, когда все частицы входящие в процессы (47) и (48) не имеют спина. Затем обобщим этот результат на реальную ситуацию и учтем спины.

В бесспиновом случае вероятность процесса (48) для “нейтрона” с кинетической энергией лежащей в интервале T и $T + dT$ есть

$$W_{A^* \rightarrow n+A}^{(0)} = \frac{\Gamma_n^{(0)} P(T)}{\hbar} dT, \quad (49)$$

где $\Gamma_n^{(0)}$ — “нейтронная” парциальная ширина компаунд-ядра, а $P(T)$ — функция Брейта-Вигнера (верхний индекс (0) подчеркивает, что мы имеем дело с идеализированными частицами без спина).

Вследствии принципа детального равновесия вероятность образования компаунд-ядра просто равна

$$W_{n+A \rightarrow A^*}^{(0)} = W_{A^* \rightarrow n+A}^{(0)}. \quad (50)$$

Пусть теперь компаунд-ядро имеет спин J , а ядро A спин I . В этом случае при расчете вероятности процесса (48) необходимо учесть, что компаунд-ядро распадается на нейтрон и ядро A со всеми возможными направлениями спина последних. Поэтому чтобы получить полную вероятность процесса необходимо просуммировать по всем спиновым состояниям нейтрона и ядра A . Считая вероятности для каждой ориентации одинаковыми равными $W_{A^* \rightarrow n+A}^{(0)}$ получим, что полная вероятность равна вероятности $W_{A^* \rightarrow n+A}^{(0)}$ умноженной на число спиновых состояний конечной системы. Последнее равно $(2s+1)(2I+1)$. В результате имеем

$$\begin{aligned} W_{A^* \rightarrow n+A} &= (2s+1)(2I+1)W_{A^* \rightarrow n+A}^{(0)} = \\ &= \frac{(2s+1)(2I+1)\Gamma_n^{(0)} P(T)}{\hbar} dT = \\ &= \frac{\Gamma_n P(T)}{\hbar} dT, \end{aligned} \quad (51)$$

или

$$\Gamma_n^{(0)} = \frac{1}{(2s+1)(2I+1)} \Gamma_n. \quad (52)$$

Теперь рассмотрим вероятность процесса (47). В этом случае число спиновых состояний конечной системы равно $2J+1$. Поэтому

$$\begin{aligned} W_{A+n \rightarrow A^*} &= (2J+1)W_{A^* \rightarrow n+A}^{(0)} = \\ &= \frac{(2J+1)\Gamma_n^{(0)} P(T)}{\hbar} dT = \\ &= \frac{2J+1}{(2s+1)(2j+1)} \times \frac{\Gamma_n \Gamma}{2\pi\hbar \left[(T - T_0)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 \right]} dT. \end{aligned} \quad (53)$$

Сечение образования компаунд-ядра пропорционально вероятности $W_{A+n \rightarrow A^*}$. Поэтому имеем

$$\sigma^* \sim \frac{2J+1}{(2s+1)(2j+1)} \times \frac{\Gamma_n \Gamma}{\left[(T - T_0)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 \right]}. \quad (54)$$

Для того, чтобы определить коэффициент пропорциональности необходимо более подробно познакомиться с квантовомеханическим описанием процессов рассеяния. Здесь мы это делать не будем, а определим этот коэффициент из размерных соображений. Известно, что сечение имеет размерность площади, в то время как правая часть соотношения (54) безразмерна. Соответствующую размерную величину можно выбрать как площадь круга радиуса, равного дебройлевской длине волны $\lambda = \frac{h}{p}$, где p — импульс нейтрона. Поэтому окончательно получаем

$$\sigma^* = \pi \lambda^2 \frac{2J+1}{(2s+1)(2j+1)} \frac{\Gamma_n \Gamma}{\left[(T - T_0)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 \right]}. \quad (55)$$

Последовательный квантовомеханический расчет приводит к такому же результату для сечения резонансного захвата нейтрона при низких энергиях.

Д. Формулы Брейта-Вигнера для радиоционного захвата и резонансного рассеяния нейтрона

Энергетически возможными процессами резонансного рассеяния нейтрона при низких энергиях могут быть (n, n) , (n, γ) и (n, p) реакции. Однако из-за кулоновского барьера при энергиях в несколько МэВ последняя невозможна. Поэтому рассмотрим только сечения первых двух реакций

$$\sigma(n, n) = \sigma^* \frac{\Gamma_n}{\Gamma}, \quad \sigma(n, \gamma) = \sigma^* \frac{\Gamma_\gamma}{\Gamma}. \quad (56)$$

Квантовомеханический расчет показывает, что $\Gamma_n \sim v$, где v — относительная скорость нейтрона и ядра-мишени A , а $\Gamma_\gamma \sim \text{const}$. Поэтому при низких энергиях

$$\Gamma_\gamma \gg \Gamma_n \quad \text{и} \quad \Gamma \approx \Gamma_\gamma. \quad (57)$$

Таким образом получаем, что сечение $\sigma(n, n)$ будет мало по сравнению с сечением радиоционного захва-

та нейтрона $\sigma(n, \gamma)$. В случае, когда $T \ll T_0$, из (56) получаем, что последнее растет по закону

$$\sigma(n, \gamma) \sim \frac{1}{v} \quad (58)$$

при уменьшении энергии нейтрона.

Если $T \sim T_0$, то сечение резонансным образом усиливается из-за убывания знаменателя в (55). Поэтому по положению таких резонансных “всплесков” можно судить о возбуждениях в компаунд-ядре. Это в свою очередь дает важную информацию о структуре взаимодействий в такой ядерной системе.

При достаточно высоких энергиях (порядка сотен эВ и выше) резонансное сечение $\sigma(n, n)$ становится сравнимым и даже доминирует над сечением радиоционного захвата.