



Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут»

В.В. Іванова

ЗАДАЧІ З ЗАГАЛЬНОЇ ФІЗИКИ

ОПТИКА

Навчальний посібник

*Рекомендовано
Методичною радою НТУУ «КПІ»*

2012

УДК 535(075)

Задачі з загальної фізики. Оптика. Навчальний посібник. В.В. Іванова.
- Київ: НТУУ «КПІ» - 142 с.

У двох частинах зібрані задачі з геометричної та фізичної оптики. Кожному розділу передують загальні теоретичні відомості в необхідному для розуміння умов та розв'язування задач об'ємі, приклади розв'язування типових задач та контрольні запитання і задачі для самостійного розв'язку з відповідями. Наведені задачі охоплюють питання, передбачені програмою вивчення загальної фізики студентами, які навчаються за напрямком підготовки «прикладна фізика». Посібник може бути корисним також студентам інших фізичних та інженерно-технічних спеціальностей. Допитливий читач зможе також скористатися наведеним списком літератури для відшукування нових цікавих задач та подальшого поглибленого вивчення предмету.

Відповідальний редактор: Литвинова Т.В., к.ф.-м.н., доц.

Рецензенти:

Парновський С.Л., д.ф.-м.н., проф., Тараненко В.Б., д.ф.-м.н., проф.

*Рекомендовано
Методичною радою НТУУ «КПІ»
22.03.2012 р., протокол №7*

Зміст

Частина I. Геометрична оптика і фотометрія	5
1. Геометрична оптика	5
1.1. Застосування основних законів	5
1.1.1. Приклади розв'язування задач	7
1.1.2. Контрольні запитання і задачі для самостійного розв'язку	10
1.2. Центровані оптичні системи. Оптичні прилади	12
1.2.1. Оптика параксіальних променів	12
1.2.2. Кардинальні елементи оптичної системи	14
1.2.3. Властивості ідеальної оптичної системи	15
1.2.4. Оптичні інструменти	16
1.2.5. Приклади розв'язування задач	18
1.2.6. Задачі для самостійного розв'язку	24
2. Фотометрія	29
2.1. Основні поняття і закони	29
2.2. Приклади розв'язування задач	30
2.3. Контрольні запитання і задачі для самостійного розв'язку	31
3. Відповіді	48
Частина II. Фізична оптика	51
1. Дисперсія	51
1.1. Загальні відомості	51
1.1.1. Приклади розв'язування задач	52
1.1.2. Контрольні запитання і задачі	55
2. Інтерференція світла	56
2.1. Загальні відомості	56
2.1.1. Інтерференційна схема Юнга	58
2.1.2. Інтерференція в тонких плівках і пластинках	58
2.1.3. Кільця Ньютона	59
2.1.4. Багатопроменева інтерференція	61
2.1.5. Вплив на інтерференцію немонохроматичності світла та часова когерентність	62
2.1.6. Просторова когерентність	62
2.2. Приклади розв'язування задач	63
2.3. Контрольні запитання і задачі	69
3. Дифракція	78
3.1. Загальні відомості	78
3.1.1. Дифракція Френеля	79
3.1.2. Дифракція Фраунгофера	81

3.1.3. Спектральні характеристики дифракційної ґратки	81
3.1.4. Дифракція рентгенівських променів на кристалічній ґратці	83
3.2. Приклади розв'язування задач	83
3.3. Контрольні запитання і задачі	93
4. Поляризація та елементи кристалооптики	102
4.1. Загальні відомості	102
4.1.1. Поляризація світла при відбитті та заломленні	104
4.1.2. Поляризація світла при природному двопроменезаломленні	107
4.1.3. Поляризація при штучному двопроменезаломленні	115
4.2. Приклади розв'язування задач	118
4.3. Контрольні запитання і задачі	123
5. Відповіді	135
6. Література	142

Частина I. ГЕОМЕТРИЧНА ОПТИКА І ФОТОМЕТРІЯ

1. ГЕОМЕТРИЧНА ОПТИКА

1.1. Застосування основних законів

В геометричній оптиці застосовують **правила знаків** для відрізків і кутів, що дозволяють користуватись формулами геометричної оптики для будь-яких випадків взаємного розташування елементів оптичної системи:

- за додатній напрямок розповсюдження світла прийнято напрямок зліва направо;
- додатними вважаються відрізки, якщо вони відраховуються вздовж напрямку розповсюдження світла;
- радіуси кривизни поверхонь відраховуються від вершин поверхонь;
- відрізки, перпендикулярні до оптичної осі, вважаються додатними, якщо вони знаходяться над віссю, і від'ємними – під віссю;
- кут вважається додатнім відносно осі відліку, якщо відлік від осі ведеться за годинниковою стрілкою.

Закон прямолінійного розповсюдження світла

В однорідному ізотропному середовищі світло розповсюджується вздовж прямої лінії.

Закон незалежного розповсюдження світлових променів

Світлові промені розповсюджуються незалежно один від одного, так наче інших променів не існує.

Закон відбиття (рис.1.1).

Промінь, що падає на поверхню (границю розділу оптичних середовищ), нормаль до поверхні в точці падіння та відбитий від поверхні

промінь знаходяться в одній площині. Кут падіння ε_1 дорівнює куту відбиття ε'_1 .

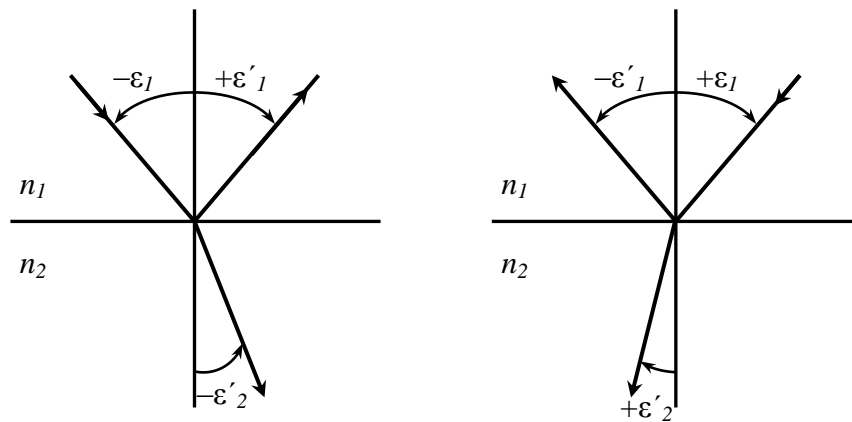


Рис.1.1

(Примітка: В геометричній оптиці кути відраховуються від нормалі поверхні до променя. Кути падіння ε_1 і відбиття ε'_1 мають різні знаки.)

Закон заломлення (рис.1.1).

Промінь, що падає на поверхню розділу двох середовищ з показниками заломлення n_1 і n_2 , нормаль до поверхні в точці падіння та заломлений промінь знаходяться в одній площині, кути падіння і заломлення зв'язані співвідношенням (закон Снелліуса):

$$\frac{\sin \varepsilon_1}{\sin \varepsilon'_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}, \quad (1.1)$$

де ε'_1 , ε'_2 - мають однакові знаки; n_1 , n_2 - абсолютні показники заломлення першого й другого середовищ відповідно; v_1 , v_2 - фазові швидкості світла в цих середовищах.

Абсолютний показник заломлення (або просто показник заломлення) є основною оптичною характеристикою середовища (матеріалу):

$$n = \frac{c}{v} \quad (1.2)$$

де $c = 3 \cdot 10^{10}$ см/с – швидкість світла в вакуумі; v - фазова швидкість світла в даному середовищі, яка залежить від довжини хвилі (частоти) світла.

Явище повного внутрішнього відбиття спостерігається при падінні світла з оптично більше щільного середовища на границю з оптично менш щільним середовищем ($n_1 > n_2$), коли промінь не переходить в друге середовище, а відбивається від границі розділу середовищ. Граничний кут повного внутрішнього відбиття, який отримують з умови $\varepsilon'_2 \approx 90^\circ$, визначається виразом

$$\varepsilon_{np} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \quad (1.3)$$

Кут відхилення променя монохроматичного світла дисперсійною призмою (рис. 1.2)

$$\sigma = \varepsilon_4 - \varepsilon_1 - \theta = \arcsin\left(\frac{n}{n_0} \sin(\theta + \arcsin(\frac{n_0}{n} \sin \varepsilon_1))\right) - \varepsilon_1 - \theta, \quad (1.4)$$

$$\sigma = \arcsin\left(\frac{n}{n_0} \sin(\theta + \varepsilon_2)\right) - \arcsin\left(\frac{n}{n_0} \sin \varepsilon_2\right) - \theta, \quad (1.5)$$

де ε_4 - кут виходу променя (додатній); ε_1 - кут падіння променя на вхідну грань призми (від'ємний); θ - заломлюючий кут призми (додатній); n - показник заломлення матеріалу призми для даної довжини хвилі монохроматичного світла; n_0 - показник заломлення середовища, що оточує призму (звичайно повітря); ε_2 - кут заломлення на вхідній грані (від'ємний).

Мінімальний кут відхилення променя призмою (рис. 1.3) при симетричному проходженні його всередині призми ($|\varepsilon_1| = \varepsilon_4$ і $|\varepsilon_2| = \varepsilon_3$)

$$\sigma_0 = 2 \arcsin\left(\frac{n}{n_0} \sin \frac{\theta}{2}\right) - \theta \quad (1.6)$$

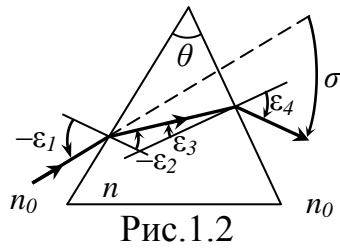


Рис.1.2

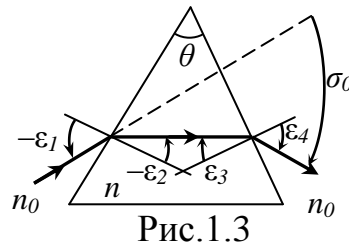


Рис.1.3

1.1.1. Приклади розв'язування задач

1.1. Виразити у векторній формі закон відбиття світла через одиничні вектори: нормалі \vec{N} в точці падіння й падаючого променя \vec{r}_0 . Скалярний вираз закону відбиття вважається відомим.

Дано: \vec{N} і \vec{r}_0 . Знайти: \vec{r}_1 .

Розв'язок:

Проведемо коло одиничного радіуса ($R = 1$) із центром у точці падіння O променя на границю відбиття (рис. 1.4). Тоді одиничні вектори \vec{N} й \vec{r}_0 при деякому куті падіння ε_1 , можуть бути представлені векторними відрізками \overline{OA} й \overline{OB} відповідно. Одиничний вектор \vec{r}_1 відбитого променя може бути представлений відрізком \overline{OC} , що виходить відповідно до закону відбиття із точки O під кутом $\varepsilon'_1 = |\varepsilon_1|$ до нормалі.

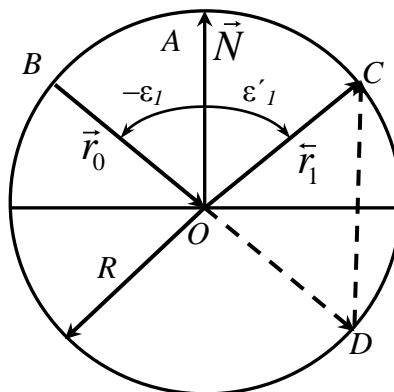


Рис.1.4

Виразимо одиничний вектор \vec{r}_1 через вектори \vec{N} й \vec{r}_0 , скориставшись положенням, що будь-який вектор \vec{C} на площині можна виразити через два заданих непаралельних вектори \vec{a} й \vec{b} , що лежать у тій же площині, лінійною залежністю

$$\vec{c} = \mu\vec{a} + \nu\vec{b} \quad (1.7)$$

Перемістимо вектор \vec{r}_0 уздовж його напрямку в положення \overline{OD} й проведемо вектор \overline{DC} . З векторного трикутника ODC треба $\overline{OC} = \overline{OD} + \overline{DC}$. По побудові $\overline{OC} = \vec{r}_1$, $\overline{OD} = \vec{r}_0$, $\overline{DC} \parallel \vec{N}$, $\overline{DC} = \nu\vec{N}$, тоді

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_0 + \nu\vec{N} \quad (1.8)$$

Із трикутника ODC Визначимо коефіцієнт ν із урахуванням рівності $|\vec{N}| = |\overline{OD}| = |\overline{OC}| = R = 1$:

$$\nu = \frac{|\overline{DC}|}{|\vec{N}|} = \frac{2R \cos \varepsilon'_1}{R} = 2 \cos \varepsilon'_1 = 2 \cos \varepsilon_1 \quad (1.9)$$

По визначенню скалярного добутку двох векторів, коли проекція одного з них спрямована протилежно іншому, маємо

$$(\vec{r}_0 \cdot \vec{N}) = |\vec{r}_0| \cdot |\vec{N}| (-\cos \varepsilon_1) = -\cos \varepsilon_1, \text{ т.е. } \cos \varepsilon_1 = -(\vec{r}_0 \cdot \vec{N})$$

Тоді з врахуванням (1.8) остаточно одержуємо з (1.9)

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_0 - 2(\vec{r}_0 \cdot \vec{N})\vec{N} \quad (1.10)$$

Цей вираз являє собою векторну форму закону відбиття світла.

1.2. Користуючись законом відбиття, геометрично довести справедливості принципу Ферма.

Доведення:

Нехай деякий промінь, який виходить з точки А, після відбиття від плоского дзеркала проходить через точку В (рис. 1.5). Покажемо, що оптична довжина шляху променя, який відбився від дзеркала, менше

оптичної довжини будь-якого іншого шляху від точки А до дзеркала, а потім до точки В.

Дійсно, із закону відбиття випливає, що дзеркальне зображення A' точки А лежить на продовженні відбитого променя CB і є його перетином з перпендикуляром до дзеркала, проведеним з точки А. Тому $A'C=AC$, звідки маємо: оптична довжина променя $ACB=A'CB$. Очевидно, що будь-який інший шлях $AC'B=A'C'B$ є ламаною, яка завжди довша за прямий відрізок $A'B$, що і треба було довести.

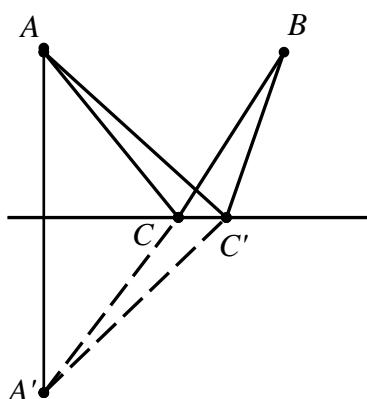


Рис.1.5

1.3. Промінь світла падає під кутом 30° на плоскопаралельну скляну пластину ($n = 1,5$) товщиною 10 см. Визначити зсув h променя, що пройшов крізь пластину.

Дано: $n_1 = n_3 = 1$; $n_2 = 1,5$; $d = 5$ см; $\varepsilon_1 = 30^\circ$. Визначити: h .

Розв'язок:

Оскільки пластина перебуває в однорідному середовищі (зверху й знизу її повітря), то на виході із пластини заломлений промінь піде паралельно падаючому променю (рис. 1.6). Із прямокутного трикутника ODB маємо $h = OB \sin(\varepsilon_1 - \varepsilon'_2)$, де кут заломлення визначається виразом (1.1).

З трикутника OAB знаходимо $OB = \frac{d}{\cos \varepsilon'_2}$, одержуємо $h = d \frac{\sin(\varepsilon_1 - \varepsilon'_2)}{\cos \varepsilon'_2}$

Обчислюємо: $\varepsilon'_2 = 19,4712^\circ$; $\cos \varepsilon'_2 = 0,942$; $\varepsilon_1 - \varepsilon'_2 = 30^\circ - 19,4712^\circ = 10,5288^\circ$;
 $\sin(\varepsilon_1 - \varepsilon'_2) = 0,1827$; $h = 0,97$ см.

Таким чином, скляна пластина товщиною 5 см, поставлена під кутом 30° , зміщує промінь майже на 1 см, не змінюючи його напрямку.

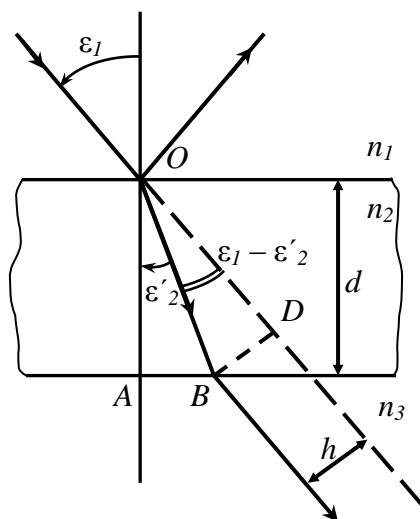


Рис.1.6

Примітки.

1. Можна вирішити обернену задачу - визначити товщину d пластини, необхідну для досягнення заданого зсуву h оптичної осі системи при відомому куті падіння ε_1 .
2. Зміною кута нахилу ε_1 плоскопаралельної пластини постійної товщини d можна плавно паралельно зміщувати оптичну вісь системи в потрібному діапазоні.

1.4. На вхідну грань скляної призми із заломлюючим кутом 40° нормально падає промінь монохроматичного світла ($n = 1,48$).

Визначити кут відхилення променя призмою й мінімальний кут відхилення променя призмою.

Дано: $n_0 = 1$; $n = 1,48$; $\varepsilon_1 = 0$; $\theta = 40^\circ$. Знайти: σ й σ_0 .

Розв'язок:

Промінь падає нормально на вхідну грань і не заломлюється на ній. Промінь заломлюється тільки на вихідній грані призми, відхиляючись далі від нормалі (рис.1.7).

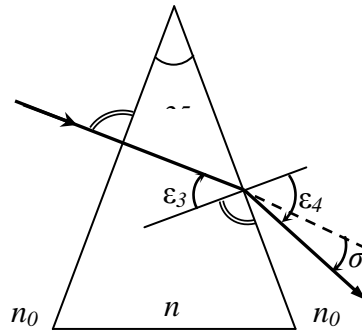


Рис.1.7

а) Визначимо кут відхилення σ . Скористаємося спрощеною формулою:

$$\sigma = \varepsilon_4 - \varepsilon_1 - \theta$$

Оскільки $\varepsilon_1 = 0$, то й $\varepsilon_2 = 0$, а кут падіння променя на вихідну грань $\varepsilon_3 = \theta$, як і видно із схеми. Тоді з закону заломлення на вихідній грані

$$n \sin \varepsilon_3 = n_0 \sin \varepsilon_4 \text{ маємо, що } \varepsilon_4 = \arcsin\left(\frac{n}{n_0} \sin \theta\right) = \arcsin\left(\frac{1,48}{1} \sin 40^\circ\right) \approx 72,0501^\circ.$$

$$\text{Тоді } \sigma = \varepsilon_4 - \theta = 72,0501^\circ - 40^\circ = 32,0501^\circ = 32^\circ 3' 4''$$

При $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$ загальні формули для кута відхилення (1.4) і (1.5)

$$\text{дають той же результат: } \sigma = \arcsin\left(\frac{n}{n_0} \sin \theta\right) - \theta.$$

б) Визначимо мінімальний кут відхилення променя призмою σ_0 .

У цьому випадку $|\varepsilon_1| = \varepsilon_4$, а $|\varepsilon_2| = \varepsilon_3$ як показано на схемі (див. рис. 1.3). По формулі (1.6) обчислюємо

$$\sigma_0 = 2 \arcsin\left(\frac{n}{n_0} \sin \frac{\theta}{2}\right) - \theta = 60,8202^\circ - 40^\circ = 20,8208^\circ = 20^\circ 49' 15''$$

Таким чином, мінімальний кут відхилення σ_0 при симетричному проходженні променя через призму в 1,5 рази менше, ніж кут відхилення при нормальному падінні променя на вхідну грань призми.

1.1.2. Контрольні запитання і задачі для самостійного розв'язку

- 1.1. Чи можуть бути меншими за одиницю абсолютний і відносний показники заломлення?
- 1.2. Сформулюйте властивість оборотності відбитих і заломлених променів.
- 1.3. Які хвилі у фізичній оптиці є аналогами розбіжних і паралельного пучків променів у геометричній оптиці?
- 1.4. Сформулюйте принципи Гюйгенса й Ферма.
- 1.5. Доведіть закони відбиття й заломлення на підставі принципу Гюйгенса.
- 1.6. Доведіть закони відбиття й заломлення на підставі принципу Ферма.
- 1.7. Промінь світла переходить із середовища з показником заломлення n_1 у середовище з показником заломлення n_2 . Показати, що якщо кут між відбитим і заломленим променями дорівнює $\pi/2$, то виконується умова $\operatorname{tg} \varepsilon_1 = n_2 / n_1$ (ε_1 – кут падіння).
- 1.8. Промінь світла падає на грань призми з показником заломлення n під малим кутом. Показати, що при малому заломлюючому куті θ призми кут відхилення σ променів не залежить від кута падіння й дорівнює $\theta(n - 1)$.
- 1.9. Фіолетовий промінь падає на плоскопаралельну пластину зі скла марки ТК8 ($n = 1,628$) і виходить із неї паралельно первісному напрямку. Якою повинна бути товщина пластинки, щоб зсув променя склав 5 мм при кутах падіння: а) 30° ; б) 45° ; в) 60° ?
- 1.10. На плоскопаралельну скляну пластинку зі скла марки ТФ9 товщиною 1 см падає промінь світла жовтого кольору ($n = 1,6137$) під кутом 60° . Частина світла відбивається від верхньої поверхні, а частина,

заломлюючись, проходить у пластинку, відбивається від її нижньої поверхні й, заломлюючись удруге на верхній поверхні, виходить у повітря паралельно першому відбитому променю. Визначити: а) відстань між цими променями; б) цю ж відстань для пластинки зі скла марки ТФ7 ($n = 1,73$).

- 1.11.** Записати у векторній формі закон заломлення світла на границі двох прозорих середовищ (n_1 і n_2), якщо нормаль у точці падіння характеризується одиничним вектором \vec{N} , спрямованим від середовища 2 у середовище 1, а падаючий промінь - одиничним вектором \vec{r}_0 .

Скалярний вираз закону заломлення передбачається відомим.

Вказівка. Побудувати коло одиничного радіуса із центром у точці падіння променя, провести одиничні вектори \vec{N} й \vec{r}_0 і виразити через них одиничний вектор заломленого променя \vec{r}_2 .

- 1.12.** Зі скляного куба з посрібленими гранями зрізали кут, отримавши таким чином тригранну піраміду. Промінь світла потрапляє через основу в цю піраміду і, послідовно відбиваючись від трьох взаємно перпендикулярних граней, виходить назовні. Показати, що вихідний промінь міняє свій напрямок на протилежний.

Вказівка: Скористатись векторною формою закону відбиття.

- 1.13.** Пучок паралельних променів падає на товсту скляну пластину під кутом $\varepsilon = 60^\circ$, і заломлюючись переходить у скло. Ширина a пучка в повітрі дорівнює 10 см. Визначити ширину b пучка в склі.

- 1.14.** На дні посудини, наповненої водою до висоти 10 см, перебуває точкове джерело світла, над яким на поверхні води плаває непрозорий диск. Центр диска перебуває над джерелом світла. Визначити найменший радіус диска, при якому жоден промінь від джерела світла

не виходить на поверхню води. Як зміниться цей радіус, якщо воду замінити скипидаром ($n = 1,483$)?

1.15. У якому напрямку до лінії обрію плавець, який пірнув у воду, бачить сонце, що заходить?

Вказівка. Схему побудувати у зворотному ході променів.

1.16. Світловий промінь падає на однорідну кулю з показником заломлення n . Чи може всередині кулі відбуватись повне внутрішнє відбиття цього заломленого променя?

1.17. На плоскопаралельну скляну пластинку під кутом φ падає пучок світла шириною a , який має дві спектральні компоненти. Показники заломлення скла для цих компонентів різні і дорівнюють n_1 і n_2 . Знайти найменшу товщину пластинки h_{min} , для якої на виході світло буде розповсюджуватись у вигляді двох окремих пучків різного кольору.

1.18. Під яким кутом до нормалі катета прямокутної рівнобедреної скляної призми ($n = 1,54$) повинен падати промінь світла, щоб після заломлення він ішов по гіпотенузі?

Вказівка. Вирішити завдання у зворотному ході променів.

1.19. При якому найбільшому куті падіння променя на скляну призму ($n = 1,5$) із заломлюючим кутом 45° на виході променя з нею ще не настає повне внутрішнє відбиття? (Див. вказівку 1.18).

1.20. При якому заломлюючому куті скляної призми n кут найменшого відхилення її променя дорівнює заломлюючому куту призми?

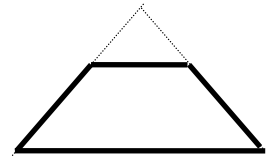
1.21. Рівностороння скляна призма дає кут найменшого відхилення променя в повітрі 37° . Який кут найменшого відхилення того ж променя дасть ця призма у воді?

1.22. Визначити кут падіння променя монохроматичного світла на вхідну грань скляної призми ($n = 1,6$) із заломлюючим кутом 45° , щоб на вихідній грані спостерігалось повне внутрішнє відбиття.

1.23. Для обернення зображення часто використовують так

звану призму Дове - зрізану прямокутну рівнобічну призму. Знайти довжину основи призми, якщо її висота

дорівнює 2,11 см, а показник заломлення 1,41. Призма повинна створювати пучок світла з максимальним перерізом, а внутрішній кут відбиття повинний задовольняти умові повного внутрішнього відбиття.



1.24. Промінь білого світла падає на бічну поверхню рівнобедреної призми із заломлюючим кутом 45° під таким кутом, що червоний промінь виходить із неї перпендикулярно до другої грані. Визначити кути відхилення червоного й фіолетового променів від первісного напрямку, якщо показники заломлення скла призми для них відповідно рівні 1,37 і 1,42.

1.25. Заломлюючий кут θ призми, що має форму гострого клина, дорівнює 2° . Визначити кут найменшого відхилення σ_{\min} променя при проходженні через призму, якщо показник заломлення n скла призми дорівнює 1,6.

1.2. Центровані оптичні системи. Оптичні прилади

1.2.1. Оптика параксіальних променів

У найпоширеніших типах оптичних систем поверхні, на яких заломлюються і відбиваються світлові промені, є поверхнями обертання. Якщо центри кривизни цих поверхонь лежать на одній осі, то такі системи називають *центрованими оптичними системами*, а вісь - *оптичною віссю*.

Параксіальними називаються промені, які виходять з предметної точки на оптичній осі під малими кутами і зустрічають оптичну систему на малій висоті.

Для параксіальних променів, які заломлюються на сферичній границі розділу оптичних середовищ (рис.1.8) справджується співвідношення, яке носить назву інваріанта Аббе:

$$n' \left(\frac{1}{S'} - \frac{1}{R} \right) = n \left(\frac{1}{S} - \frac{1}{R} \right) \quad (1.11)$$

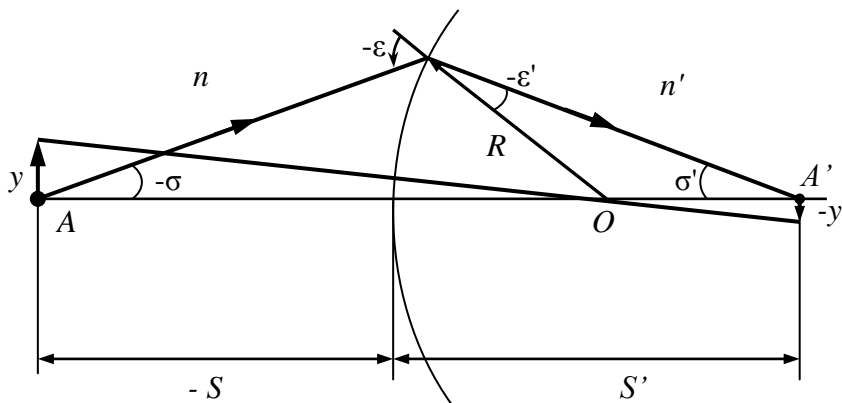


Рис.1.8

Часто зручно користуватись формулою Аббе

$$\frac{n'}{S'} - \frac{n}{S} = \frac{n' - n}{R} \quad (1.11a)$$

Якщо $-S = \infty$, то паралельні оптичній осі промені зберуться в задньому фокусі F' . Тоді $S' = f'$ - задня фокусна відстань. З (1.11a) маємо для однієї заломлюючої поверхні

$$\Phi = \frac{n'}{f'} = \frac{(n' - n)}{R}, \quad (1.12)$$

де Φ – оптична сила, яка вимірюється в діоптріях. Оптичну силу в 1 *дптр* має лінза з фокусною відстанню в повітрі, рівною 1 м.

Формулу сферичного дзеркала отримуємо з умови $n' = -n$:

$$\frac{1}{S'} + \frac{1}{S} = \frac{2}{R} \quad (1.13)$$

Фокусна відстань сферичного дзеркала визначається як $f' = \frac{R}{2}$.

З рис.1.8 легко також отримати співвідношення, справедливе для параксіальної області, яке носить назву інваріанта Лагранжа-Гельмгольца:

$$n \cdot y \cdot \sigma = n' \cdot y' \cdot \sigma' \quad (1.14)$$

Для сферичної відбиваючої поверхні ($n' = -n$) інваріант буде мати вигляд

$$y \cdot \sigma = -y' \cdot \sigma' \quad (1.14a)$$

1.2.2. Кардинальні елементи оптичної системи

Кардинальними елементами оптичної системи є фокуси, фокальні площини, головні точки й головні площини (рис. 1.9).

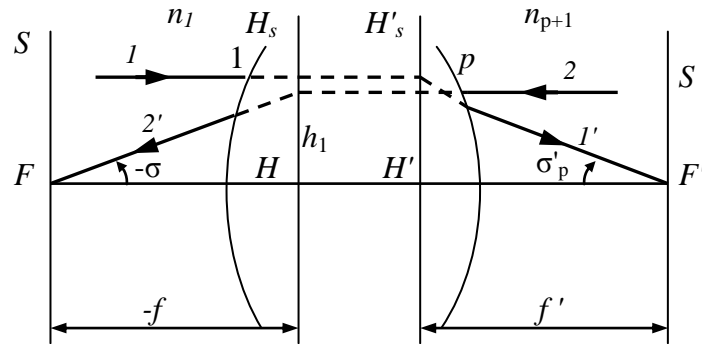


Рис.1.9. Кардинальні елементи оптичної системи

F (F') – передній (задній) фокус;

S (S') - передня (задня) фокальна площина;

H_s (H'_s) – передня (задня) головна площина;

H (H') – передня (задня) головна точка;

f (f') – передня (задня) фокусна відстань.

Фокусні відстані співвідносяться як:

$$-\frac{f}{f'} = \frac{n_1}{n_{p+1}} \quad (1.15)$$

де n_1 і n_{p+1} показники заломлення простору предметів і зображень відповідно.

Лінза – оптична деталь, обмежена двома заломлюючими, як правило, вісесиметричними центрованими поверхнями. За видом заломлюючих поверхонь лінзи діляться на сферичні, циліндричні, параболічні й т.д. Ми будемо розглядати тільки *сферичні лінзи*, які в параксіальній області забезпечують гомоцентричність пучка променів. Схеми лінз наведені на рис. 1.10.

Оптична сила тонкої лінзи (для якої $d = 0$) визначається як сума оптичних сил її заломлюючих поверхонь. Якщо лінза, показник заломлення матеріалу якої n , знаходиться в середовищі з показником заломлення n' , то її оптична сила

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = \frac{n - n'}{R_1} + \frac{n' - n}{R_2} = (n - n')\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \quad (1.16)$$

Оптична сила товстої лінзи, яку можна розглядати як двокомпонентну оптичну систему, визначається як

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - \frac{d}{n} \Phi_1 \cdot \Phi_2 \quad (1.17)$$

$$\Phi = \frac{n'}{f'} = (n - n')\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) + \frac{d(n - n')^2}{nR_1R_2}, \quad (1.17a)$$

де d – товщина лінзи (або відстань між компонентами для двокомпонентної системи);

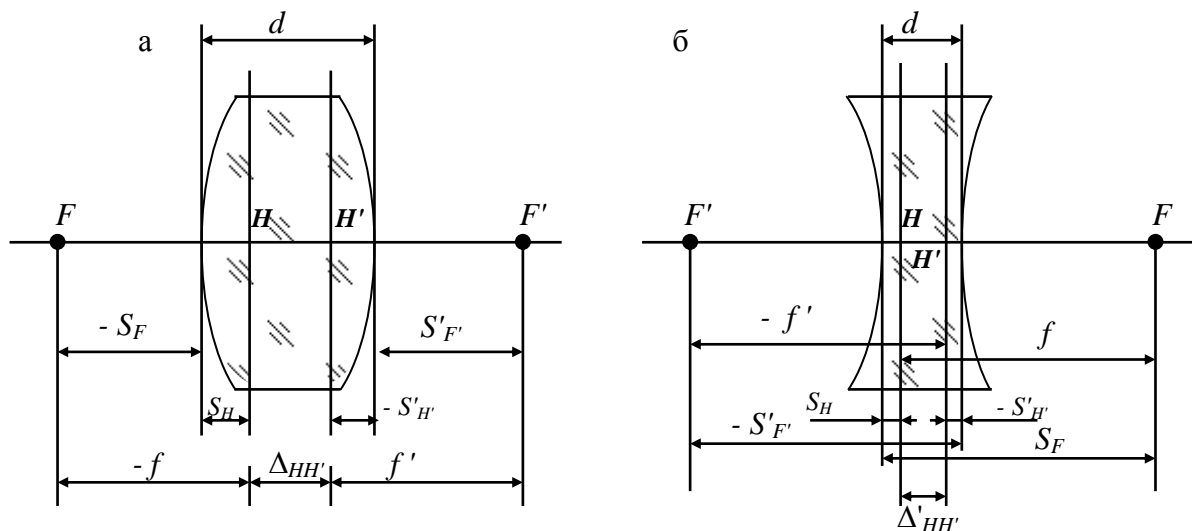


Рис.1.10. Положення кардинальних точок і площин в лінзах:

а – збиральній, б – розсіювальній.

Для розрахунку положення кардинальних елементів товстої лінзи (рис.1.10) в повітрі користуються співвідношеннями:

$$\begin{aligned}
\Phi &= \frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) + \frac{(n-1)^2}{nR_1R_2}d; \\
f &= -f'; \\
S'_{F'} &= f'\left(1 - \frac{n-1}{nR_1}d\right); \\
S_F &= -f'\left(1 + \frac{n-1}{nR_2}d\right); \\
S'_{H'} &= -\frac{d}{n} \frac{\Phi_1}{\Phi} = -f' \frac{n-1}{nR_1}d; \\
S_H &= \frac{d}{n} \frac{\Phi_2}{\Phi} = -f' \frac{n-1}{nR_2}d; \\
\Delta_{HH'} &= \left(1 - \frac{f'}{n}(n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)\right)d.
\end{aligned} \tag{1.18}$$

1.2.3. Властивості ідеальної оптичної системи

Ідеальною оптичною системою називають оптичну систему, яка відображає точку предмета точкою й зберігає заданий масштаб зображення.

Для ідеальної оптичної системи справедливі наступні співвідношення, які зручно використовувати для розрахунку положень предмета і зображення та збільшень (рис. 1.11)

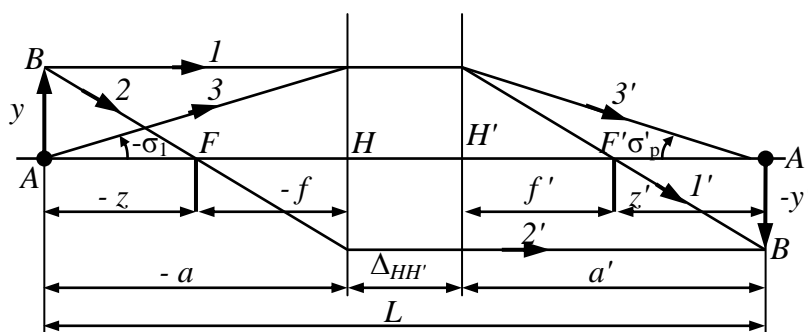


Рис.1.11. Розрахункова схема ідеальної оптичної системи.

Основні формули для розрахунку ідеальної оптичної системи:

1. Формула Ньютона $zz' = ff'$ (1.19)

2. Формула Гауса

$$\frac{f'}{a'} + \frac{f}{a} = 1 \quad (1.20)$$

Інакше цей вираз має вигляд формули відрізків

$$\frac{n'}{a'} - \frac{n}{a} = \frac{n'}{f'} \quad , \quad (1.20a)$$

де n, n' – показники заломлення середовищ перед і за оптичною системою, відповідно.

3. Визначення фокусної відстані, положення предмета a і зображення a' при відомому лінійному збільшенні системи β за умови $n = n'$:

$$f' = -\frac{L - \Delta_{HH'}}{(1 - \beta)^2} \beta; \quad a' = f'(1 - \beta); \quad a = \frac{1 - \beta}{\beta} f' \quad (1.21)$$

Для тонкої оптичної системи, коли $\Delta_{HH'} = 0$

$$f' = \frac{\beta L}{(1 - \beta)^2}; \quad a' = -\frac{\beta L}{1 - \beta}; \quad a = -\frac{L}{1 - \beta} \quad (1.22)$$

4. Лінійне збільшення

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{z} = -\frac{z'}{f'} = -\frac{fa'}{f'a} = \frac{na'}{n'a} \quad (1.23)$$

5. Кутове збільшення

$$\gamma = \frac{\text{tg} \sigma'_p}{\text{tg} \sigma_1} = \frac{a}{a'} = \frac{n}{n'} \frac{1}{\beta} \quad (1.24)$$

6. Поздовжнє збільшення

$$\alpha = \frac{\partial z'}{\partial z} = -\frac{z'}{z} = -\frac{ff'}{z^2} = \frac{n'}{n} \beta^2 \quad (1.25)$$

7. Зв'язок між збільшеннями

$$\beta\gamma = \frac{n}{n'}; \quad \alpha\gamma = \beta. \quad (1.26)$$

1.2.4. Оптичні інструменти

Лупа – збиральна лінза або система лінз, призначена для візуального спостереження за предметом, який розташовано в передній фокальній площині або за нею.

У випадку, коли око при спостереженні акомодовано на нескінченність, видиме збільшення визначається як (рис. 1.12):

$$\Gamma = \frac{L}{f'} = \frac{250}{f'} , \quad (1.27)$$

де $L = 250$ мм – відстань найкращого зору.

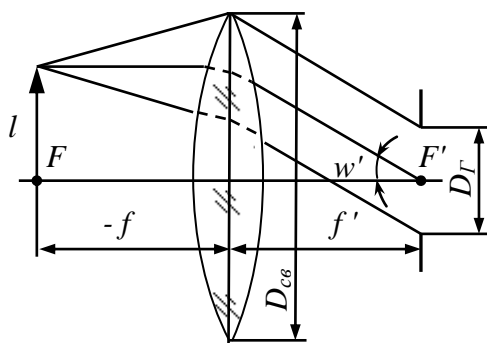


Рис.1.12

В загальному випадку, коли предмет знаходиться на відстані x від переднього фокуса, а зіниця ока на деякій відстані x_o від заднього фокуса (рис.1.13), збільшення лупи дорівнює

$$\Gamma = \frac{250}{f'} \left(1 + \frac{x'_o}{x' - x'_o} \right) . \quad (1.28)$$

Якщо око розташовано впритул до лінзи, а відстань від ока до зображення дорівнює відстані найкращого зору 250 мм, то видиме збільшення буде

$$\Gamma = 1 + \frac{250}{f'} . \quad (1.28a)$$

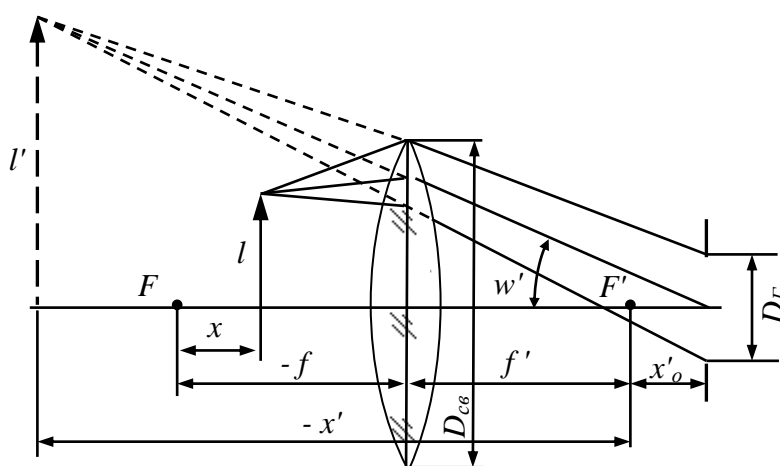


Рис.1.13

Телескопічними системами називаються такі, які перетворюють паралельні пучки променів, які входять в систему, на паралельні – на виході системи. Прості зорові труби складаються з об'єктива і окуляра. Зорові труби систем Кеплера і Галілея зображені на рис.1.14.

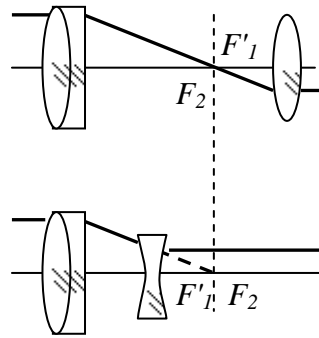


Рис.1.14

Довжина зорової труби
$$L = f'_{об} + f'_{ок} \quad (1.29)$$

Видиме збільшення зорової труби

$$\Gamma = \frac{tg W'}{tg W} = -\frac{f'_{об}}{f'_{ок}} \quad (1.30)$$

W – кутовий розмір предмета (або кутове положення точкового предмета),

W' – кутовий розмір зображення; $2W$ – кутове поле зору системи.

Одночасно $\Gamma = D/D'$, де D і D' – діаметри входної і вихідної зіниць.

Хід променів в системі Кеплера показаний на рис.1.15.

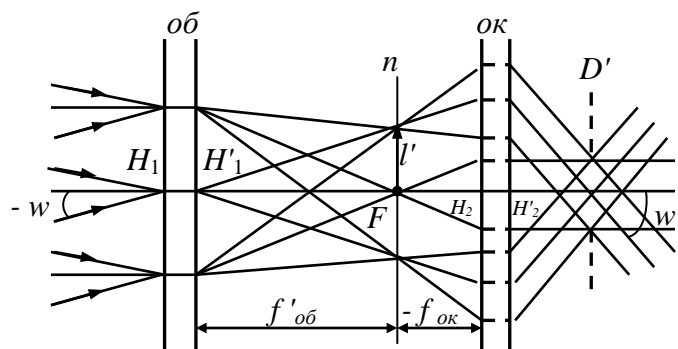


Рис.1.15

Мікроскоп, призначений для спостереження близько розташованих предметів, на відміну від лупи, має двокаскадну схему збільшення (рис.1.16). Першим каскадом є об'єктив 1, другим – окуляр 2. Об'єктив

створює збільшене дійсне зображення l' предмета l в передній фокальній площині окуляра, за допомогою якого це зображення розглядається як в лупу.

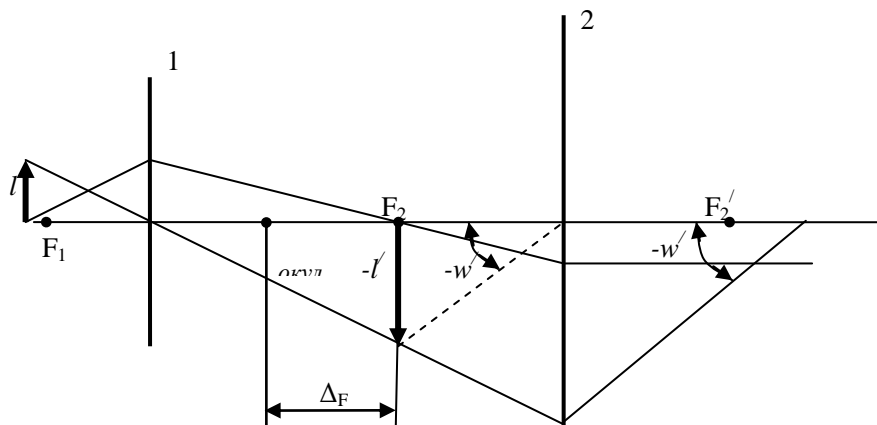


Рис. 1.16

Якщо об'єктив має лінійне збільшення β , а окуляр, як лупа, - видиме збільшення $\Gamma_{ок}$, то видиме збільшення мікроскопа

$$\Gamma = \beta \cdot \Gamma_{ок} = \frac{-250 \cdot \Delta_F}{f'_1 \cdot f'_2}, \quad (1.31)$$

де Δ_F - оптичний інтервал, який називається оптичною довжиною тубуса мікроскопа.

Розглядаючи мікроскоп як лупу, можна визначити приведену фокусну

відстань мікроскопа як

$$f'_m = -\frac{f'_1 \cdot f'_2}{\Delta_F}. \quad (1.32)$$

У випадку, коли при спостереженні око акомодовано на відстань найкращого зору, зображення предмета l'' буде знаходитись перед окуляром, як показано на рис. 1.17.

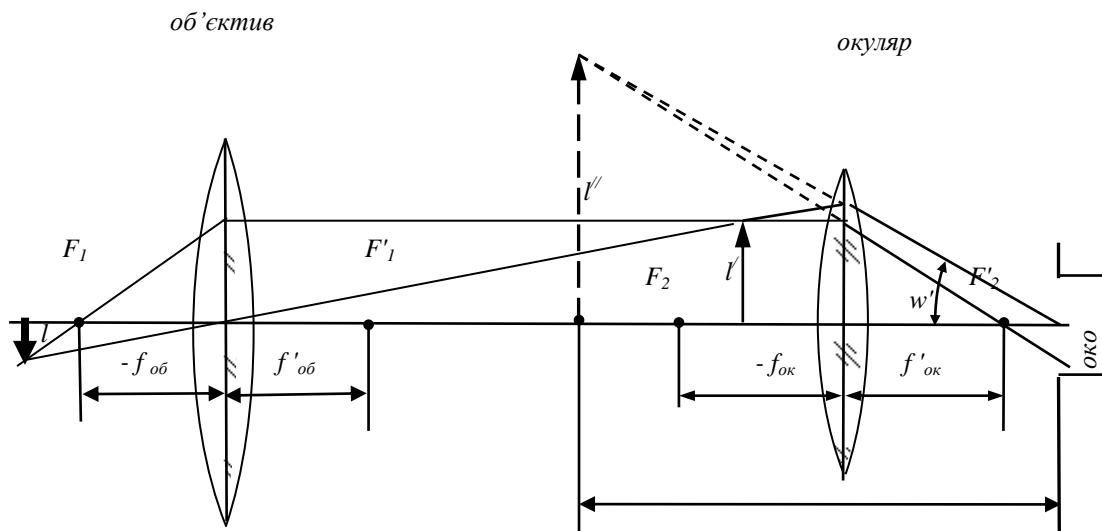


Рис. 1.17

1.2.5. Приклади розв'язування задач

1.5. Побудувати хід променя 3, який проходить крізь систему, що складається з p поверхонь $n_1 = n_p$ (рис.1.18).

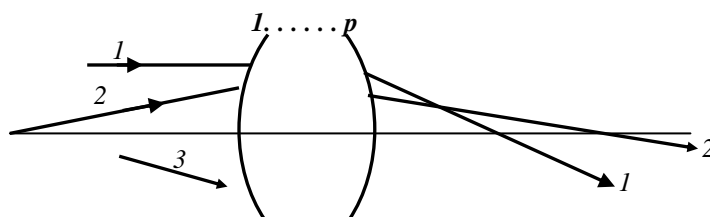


Рис.1.18

Розв'язок:

Для побудови променя 3 необхідно знати положення кардинальних точок заданої оптичної системи. Для знаходження їх положень скористаємось променями 1 та 2.

Промінь 1 в просторі предметів проходить паралельно до оптичної вісі, отже він перетинає оптичну вісь в точці заднього фокуса. На продовженні променя 1 на вході та виході з системи знаходиться задня головна площина (рис.1.19). Відстань між H' та F' є задня фокусна відстань.

Для того, щоб знайти положення передньої головної площини, скористаємось променем 2. Точка перетину цього променя з передньою головною площиною повинна знаходитись на однаковій висоті відносно оптичної вісі з точкою перетину цього променя з задньою головною площиною. Продовжуючи промінь 2 на виході з оптичної системи до перетину з задньою головною площиною і провівши лінію з точки перетину паралельно оптичній вісі, знаходимо перетин цієї лінії променем 2 на вході в систему. Місце їх перетину вказує положення передньої головної площини і точки H .

Оскільки за умовою $n_1 = n_p$, то $f = -f'$. Використовуючи цю рівність, знаходимо положення точки F . Знаючи положення кардинальних точок оптичної системи, знаходимо хід променя 3.

На рис.1.19 показано повне рішення даної задачі. При побудові ходу променя 3 був використаний паралельний даному додатковий промінь, який виходить з переднього фокуса F .

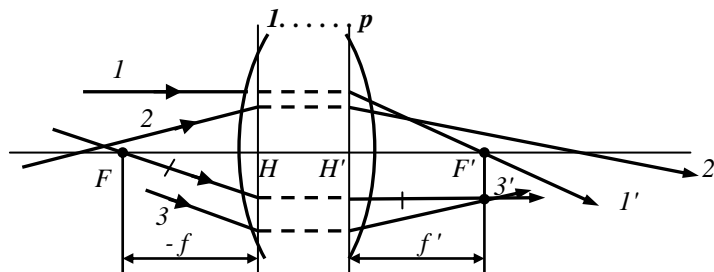


Рис.1.19

1.6. Знайти задню фокусну відстань оптичної системи, що складається з двох нескінченно тонких компонентів. (рис.1.20).

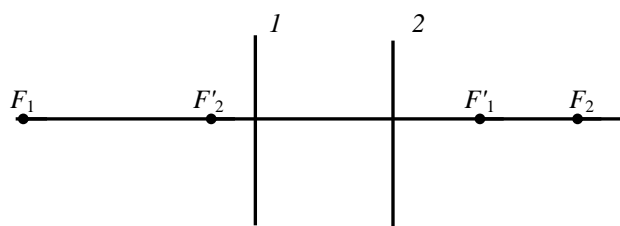


Рис.1.20

Розв'язок:

Для визначення задньої фокусної відстані даної оптичної системи необхідно знайти положення задніх кардинальних точок (H' та F') системи. Точка заднього фокуса F' знаходиться на перетині з оптичною віссю променя, який входить в оптичну систему паралельно оптичній вісі. З перетину продовження вказаного променя на вході і виході оптичної системи визначають положення задньої головної площини. Її перетин з оптичною віссю дає положення точки H' .

З порівняння фокусних відстаней компонентів, зображених на рис.1.20, випливає, що компоненти знаходяться в однорідному середовищі і для побудови ходу променя можна скористатися будь-яким з відомих додаткових променів. Графічний розв'язок наведено на рис. 1.21.

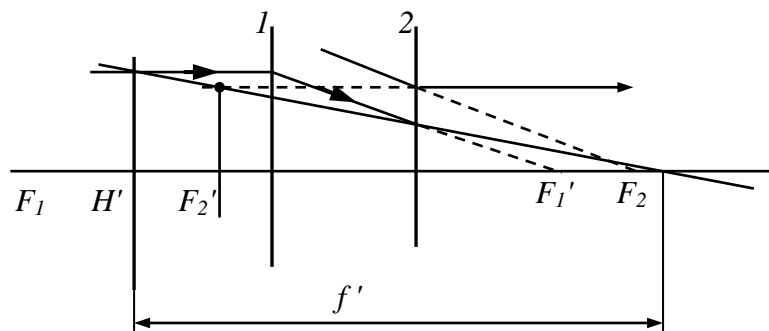


Рис.1.21

1.7. Дві тонкі симетричні лінзи, збиральна і розсіювальна, мають однакові радіуси кривизни поверхонь $R = 10$ см. Показник заломлення скла розсіювальної лінзи $n_1 = 1,73$, а збиральної – $n_2 = 1,53$. Лінзи склали впритул і занурили у воду. Яка фокусна відстань цієї системи у воді?

Дано: $R = 10$ см, $n_1 = 1,7$, $n_2 = 1,5$, $n_{\text{води}} = 1,33$. Знайти: Φ , f' .

Розв'язок:

Знайдемо оптичні сили кожної з лінз. Для розсіювальної лінзи радіус кривизни першої поверхні від'ємний, а другої – додатний, для збиральної – навпаки.

Тому

$$\Phi_1 = (n_1 - n_{\text{води}})(-1/R - 1/R) = -2(n_1 - n_{\text{води}})/R = -8 \text{ дптр},$$

$$\Phi_2 = (n_2 - n_{\text{води}})(1/R + 1/R) = 2(n_2 - n_{\text{води}})/R = 4 \text{ дптр}.$$

Так як складена система також тонка, то

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = -4 \text{ дптр}$$

Фокусну відстань системи у воді знайдемо з співвідношення $n_{\text{води}}/f' = \Phi$.

$$\text{Тоді } f' = n_{\text{води}}/\Phi = 1,33 \cdot 1000/4 = 332,5 \text{ мм}.$$

1.8. Захисне скло теплопеленгатора являє собою лінзу з концентричними сферичними поверхнями $r_1 = 90$ мм и $r_2 = 80$ мм, виготовлену із ситалу СО 2І ($n = 1,553$). Визначити задню фокусну відстань і задній фокальний відрізок такого скла. (рис.1.22).

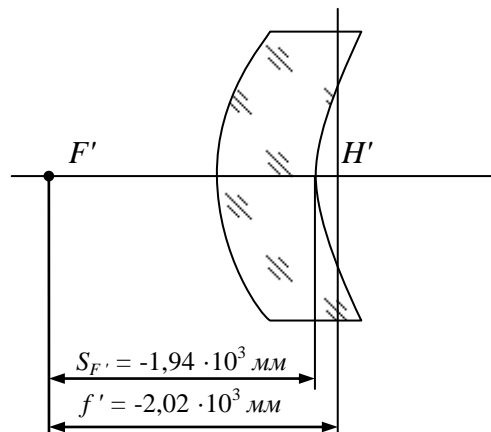


Рис.1.22

Розв'язок:

Очевидно, товщина такої лінзи $d = r_1 - r_2 = 10$ мм. Користуючись формулами (1.18), знаходимо $f' = -2,02 \cdot 10^3 \text{ мм}$.

Задній фокальний відрізок $S'_{F'} = -1,94 \cdot 10^3 \text{ мм}$.

1.9. Предмет знаходиться впритул до скляної кулі діаметром 50 мм, виготовленої із скла КФ 4. Визначити положення зображення та його збільшення.

Розв'язок:

Розрахункову схему зображено на рис.1.23.

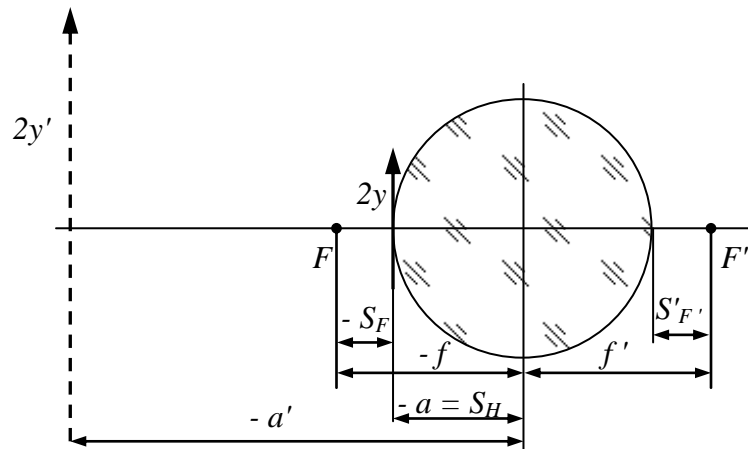


Рис.1.23

Користуючись формулами (1.18), визначимо оптичні параметри лінзи-кулі ($R_1 = -R_2 = D/2$; $d = D$), взявши для спрощення обчислень $n=1,5$.

$$f' = \frac{Dn}{4(n-1)} = 37,5 \text{ мм};$$

$$S'_{F'} = f \frac{2-n}{n} = 12,5 \text{ мм};$$

$$S_F = -12,5 \text{ мм};$$

$$S'_{H'} = -f' \frac{2(n-1)}{n} = -\frac{D}{2} = -25 \text{ мм};$$

$$S_H = -S'_{H'} = \frac{D}{2} = 25 \text{ мм}.$$

З рис.1.23 видно, що положення предмета $2y$ відносно передньої головної площини $a = -S_H = -25$ мм. Користуючись формулою (1.20а), знаходимо положення зображення $2y'$ відносно задньої головної площини. Необхідно відмітити, що в скляній кулі головні площини співпадають і проходять через її центр. Положення зображення знаходимо з формули Гауса:

$$a' = \frac{af'}{a+f'} = -79 \text{ мм}.$$

Тоді збільшення системи: $\beta = \frac{a'}{a} = 3,16$

1.10. Визначити величину сферичної аберації, яку вносить плоскопаралельна пластина товщиною $d = 10$ мм, виготовлена із скла ТК 23, якщо її помістили в жмут променів, які сходяться під кутом $2\varepsilon_1 = 60^\circ$. Сферичну аберацію плоскопаралельної пластини визначають за формулою:

$$\Delta S' = \Delta(\varepsilon_1) - \Delta_0 \quad (1.33)$$

де $\Delta(\varepsilon_1)$ – зміщення променя при куті падіння ε_1 , Δ_0 - зміщення променя при кутах $\varepsilon_1 \ll 1$ рад (в параксіальних променях).

Розв'язок:

Використавши формулу (1.33), визначимо Δ_0 . Для малих кутів $\sin \varepsilon_1 \approx \varepsilon_1$; $\cos \varepsilon_1 \approx 1$. Тоді

$$\Delta_0 = d\left(1 - \frac{1}{n}\right) = d \frac{n-1}{n};$$

$$\Delta S'(\varepsilon_1) = d\left(1 - \frac{\cos \varepsilon_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon_1}}\right) - d \frac{n-1}{n} = \frac{d}{n} - \frac{d}{n} \frac{\cos \varepsilon_1}{\sqrt{1 - \frac{1}{n^2} \sin^2 \varepsilon_1}} = \frac{d}{n} \left(1 - \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \varepsilon_1}}{\sqrt{1 - \frac{1}{n^2} \sin^2 \varepsilon_1}}\right).$$

Якщо $d = 10$ мм; $\varepsilon_1 = 30^\circ$; $n = 1,59$, то $\Delta S' = 0,55$ мм.

1.11. Визначити фокусну відстань об'єктива f' та взаємне розташування екрана осцилографа, об'єктива і фотоплівки розміром 24x36 мм при фотографуванні осцилограм з екрану розміром 120x180 мм. Відстань між екраном і фотоплівкою повинна дорівнювати $L = 400$ мм. Об'єктив вважається тонким.

Розв'язок:

Визначимо спочатку збільшення системи, яка утворює дійсне обернене зображення. Оскільки сторони плівки і екрану подібні, не має значення, за якою стороною виконувати розрахунок.

$$\beta = \frac{y'}{y} = -0,2$$

Оскільки об'єктив тонкий, тобто $\Delta_{HH'} = 0$, то скориставшись формулами (1.22), знаходимо:

фокусна відстань об'єктива

$$f' = -\frac{L\beta}{(1-\beta)^2} = 55,6 \text{ мм},$$

положення фотоплівки відносно об'єктива

$$a' = -\frac{L\beta}{(1-\beta)} = 66,7 \text{ мм},$$

положення екрану осцилографа відносно об'єктива

$$a' = -\frac{L}{(1-\beta)} = -333,3 \text{ мм}.$$

1.12. Обчислити, на якій відстані від екрану глядач не відчує погіршення якості зображення при поздовжніх зміщеннях в 5 мкм плівки в кадровому вікні, якщо кінопроекція здійснюється за допомогою об'єктива з фокусною відстанню $f' = 30$ мм і діаметром 15 мм, з кадра висотою 8 мм на екран висотою 2 м. Граничним кутом розділення ока вважатимемо величину в одну кутову хвилину.

Розв'язок:

Розглянемо розрахункову схему, на рис.1.24. При зміщеннях dz кадра вздовж вісі z на екрані замість зображення точки буде пляма діаметром δ .

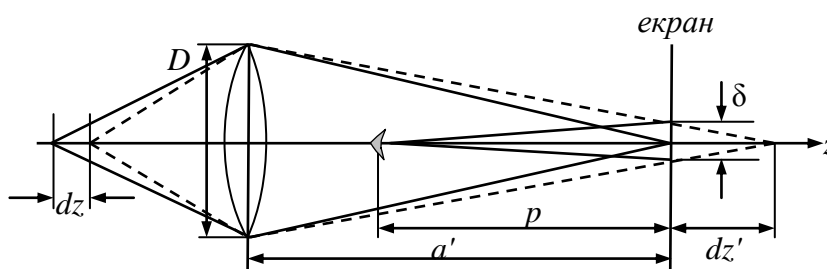


Рис.1.24

Якщо глядач побачить цю пляму під кутом, меншим кутової границі розділення ока

$\psi_{ока} = 1' = 0,00029 \text{ рад}$, він не помітить погіршення якості зображення. Тоді мінімальна відстань, на якій глядач не помітить погіршення якості зображення, рівна $p = \frac{\delta}{\psi_{ока}}$. Діаметр δ визначимо з подібних трикутників:

$$\frac{\delta'}{D} = \frac{dz'}{a' + dz'} \text{ або } \delta = \frac{Ddz'}{a' + dz'}$$

Зміщення зображення визначимо з повздовжнього збільшення

$$dz' / dz = \alpha = \beta^2 \text{ звідки } dz' = \beta^2 dz .$$

За умови задачі знаходимо $\beta = \frac{y'}{y} = -2000 / 8 = -250$. Тоді $dz' = 312,5 \text{ мм}$.

Відстань a' від об'єктива до екрана визначимо за формулою (1.21):

$a' = f'(1 - \beta) = 7530 \text{ мм}$. З урахуванням знайдених значень dz' та a' знаходимо діаметр

$$\delta = 0,6 \text{ мм}.$$

Тоді відстань $p = 0,6 / 0,0029 = 2 \text{ м}$.

1.13. В мікроскопі використовують окуляр з видимим збільшенням $\Gamma_{ок} = 10^x$ і кутовим полем $2w' = 30^\circ$. Визначити видиме збільшення мікроскопа та його лінійне поле при роботі з об'єктивами $10 \times 0,3$ та $40 \times 0,65$.

Розв'язок:

При роботі з об'єктивом $10 \times 0,3$ видиме збільшення мікроскопа

$$\Gamma_m = \beta_{об} \Gamma_{ок} = -10 \cdot 10 = -100, \text{ числова апертура } A = 0,3.$$

Щоб визначити лінійне поле мікроскопа, необхідно знайти діаметр польової діафрагми, який визначає лінійне поле окуляра

$$D_{ПД} = 2y' = 2f'_{ок} \text{ tg } w' = 13,4 \text{ мм}, \text{ так як фокусна відстань окуляра } f'_{ок} = 250 / \Gamma_{ок}$$

Тоді лінійне поле мікроскопа

$$2y = 2y' / \beta_{об} = 13,4 / 10 = 1,34 \text{ мм}.$$

При роботі з об'єктивом $40\times 0,65$ видиме збільшення мікроскопа $\Gamma_m = 400$, лінійне поле $2y = 0,34$ мм.

1.2.6. Задачі для самостійного розв'язку

- 1.26. Увігнуте сферичне дзеркало дає на екрані зображення предмета, збільшене в $\Gamma = 4$ рази. Відстань a від предмета до дзеркала дорівнює 25 см. Визначити радіус R кривизни дзеркала.
- 1.27. Фокусна відстань f увігнутого дзеркала дорівнює 15 см. Дзеркало дає дійсне зображення предмета, зменшене в три рази. Визначити відстань a від предмета до дзеркала.
- 1.28. На рис. 1.25а,б вказані положення головної оптичної осі MN сферичного дзеркала, точки S , що світиться і її зображення S' . Знайти побудовою положення оптичного центра O дзеркала, його полюса P і головного фокуса F . Визначити, увігнутим чи опуклим є дане дзеркало. Буде зображення дійсним чи уявним?

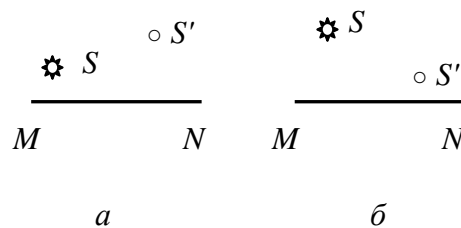


Рис.1.25

- 1.29. Увігнуте дзеркало дає на екрані зображення Сонця у вигляді кружка діаметром $d = 28$ мм. Діаметр Сонця на небі в кутовій мірі $\beta = 32'$. Визначити радіус R кривизни дзеркала.
- 1.30. Радіус R кривизни опуклого дзеркала дорівнює 50 см. Предмет висотою $h = 15$ см перебуває на відстані a , рівній 1 м від дзеркала. Визначити відстань b від дзеркала до зображення і його висоту h .

- 1.31. На тонку лінзу падає промінь світла. Знайти побудовою хід променя після заломлення його лінзою: а) збиральною (рис.1.26а); б) розсіювальною (рис. 1.26б).

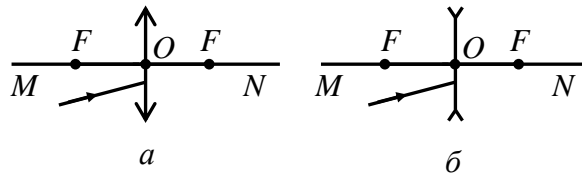


Рис.1.2616

На рисунку: O – оптичний центр лінзи; F – головний фокус.

- 1.32. На рис. 1.27 а, б позначені положення головної оптичної осі MN лінзи й хід променя 1. Побудувати хід променя 2 після заломлення його лінзою. Вважати, що середовища по обидва боки від лінзи однакові.

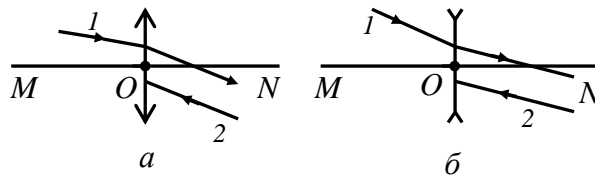


Рис.1.27

- 1.33. На рис. 1.28а, б позначені положення головної оптичної осі MN тонкої лінзи, джерела світла S і його зображення S' . Знайти побудовою положення оптичного центра O лінзи і її фокуси. Збиральною чи розсіювальною буде дана лінза? Буде зображення дійсним чи уявним? Вважати, що середовища по обидва боки від лінзи однакові.

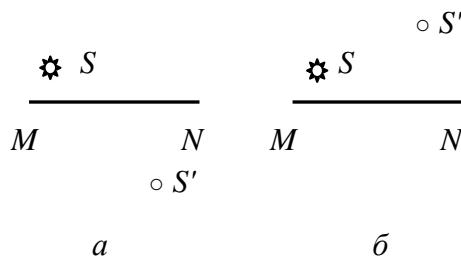


Рис.1.2817

1.34. Побудувати кожним з 4-х способів хід заданого променя через збиральну і розсіювальну лінзи. Задаються викладачем : f, f', Δ, h

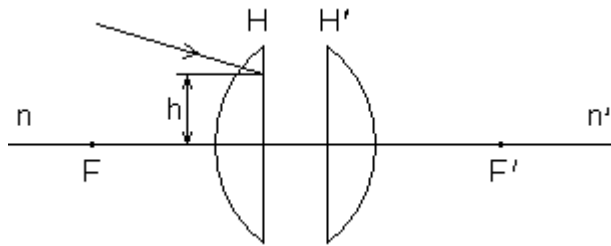


Рис.1.29

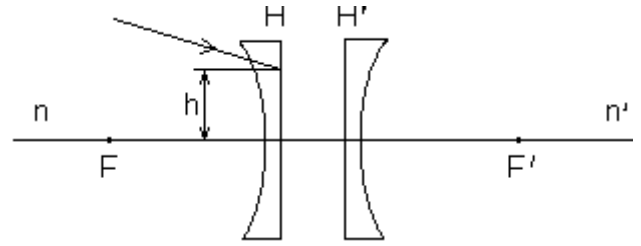


Рис.1.30

1.35. Графічно знайти положення головних і фокальних площин оптичної системи, що складається із трьох компонент. Перша і третя компоненти - нескінченно тонкі. Друга має кінцеву товщину. Система перебуває в повітрі.

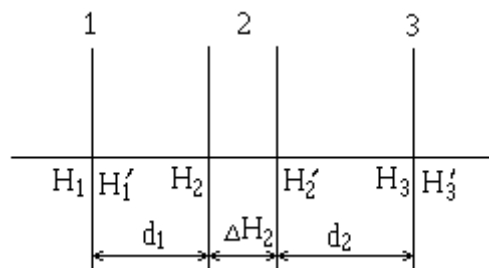


Рис.1.31

N вар-та	$f_1', \text{мм}$	$f_2', \text{мм}$	$f_3', \text{мм}$	$d_1, \text{мм}$	$d_2, \text{мм}$	$\Delta H_2, \text{мм}$
1	60	-40	30	35	40	10
2	70	-50	35	40	35	10

1.36. Лінза, розташована на оптичній лаві між лампочкою й екраном, дає на екрані різке збільшене зображення лампочки. Коли лампочку пересунули на $\Delta l = 40 \text{ см}$ ближче до екрана, на ньому з'явилося різке зменшене зображення лампочки. Визначити фокусну відстань f лінзи, якщо відстань l від лампочки до екрана дорівнює 80 см .

- 1.37. Яка найменша можлива відстань l між предметом і його дійсним зображенням, створюваним збиральною лінзою, з головною фокусною відстанню $f = 12 \text{ см}$?
- 1.38. Людина рухається уздовж головної оптичної осі об'єктива фотоапарата зі швидкістю $v = 5 \text{ м/с}$. З якою швидкістю u необхідно переміщати матове скло фотоапарата, щоб зображення людини на ньому увесь час залишалось різким? Головна фокусна відстань f' об'єктива дорівнює 20 см . Обчислення виконати для випадку, коли людина перебуває на відстані $a = 10 \text{ м}$ від фотоапарата.
- 1.39. Лінза виготовлена зі скла, показник заломлення якого для червоних променів $n_{\text{ч}} = 1,50$, для фіолетових $n_{\text{ф}} = 1,52$. Радіуси кривизни R обох поверхонь лінзи однакові й рівні 1 м . Визначити відстань Δf між фокусами лінзи для червоних і фіолетових променів.
- 1.40. Прозора сфера має однорідний показник заломлення n . Зображення віддаленого об'єкта лежить на дальній поверхні сфери. Чому дорівнює показник заломлення цієї сфери?
- 1.41. Визначити оптичну силу Φ скляного меніска, якщо радіуси кривизни R_1 і R_2 його опуклої й увігнутої поверхонь рівні відповідно 1 м і 40 см . Меніском називають лінзу, обмежену двома сферичними поверхнями, що мають однаковий напрямок кривизни.
- 1.42. У лінзи, що перебуває в повітрі, фокусна відстань $f_1 = 5 \text{ см}$, а зануреної в розчин цукру $f_2 = 35 \text{ см}$. Визначити показник заломлення n розчину.
- 1.43. Дві однакові плоско-опуклі тонкі лінзи із показником заломлення n посріблені: одна з плоскої, друга з опуклої сторін. Знайти відношення фокусних відстаней f_1 і f_2 отриманих складних дзеркал, якщо світло в обох випадках падає на непосріблену поверхню.

- 1.44. Дві тонкі лінзи з фокусними відстанями f_1 і f_2 знаходяться на відстані l одна від одної та утворюють центровану систему. Визначити положення головних площин та фокусну відстань цієї системи.
- 1.45. Довести, що оптична сила Φ системи двох складених впритул тонких лінз дорівнює сумі оптичних сил Φ_1 і Φ_2 кожної із цих лінз.
- 1.46. З двох годинникових скелець з радіусами кривизни по $0,5$ м склеїли повітряну лінзу і занурили її у воду. Знайти оптичну силу такої лінзи.
- 1.47. Плоско-опукла лінза має оптичну силу $\Phi_1 = 4$ дптр. Опуклу поверхню лінзи посрібили. Знайти оптичну силу Φ_2 такого сферичного дзеркала.
- 1.48. У впукле сферичне дзеркало з радіусом кривизни $R = 20$ см налили тонкий шар води. Визначити головну фокусну відстань f такої системи.
- 1.49. Людина без окулярів читає книгу, розташовуючи її перед собою на відстані $a = 12,5$ см. Якої оптичної сили Φ окуляри вона потребує?
- 1.50. Межі акомодатії ока короткозорї людини без окулярів лежать між $a_1 = 16$ см і $a_2 = 80$ см. В окулярах вона добре бачить віддалені предмети. На якій мінімальній відстані d вона може тримати книгу при читанні в окулярах?
- 1.51. Лупа дає збільшення $\Gamma = 2$. Впритул до неї приклали збиральну лінзу з оптичною силою $\Phi_1 = 20$ дптр. Яке збільшення Γ_2 буде давати така складена лупа?
- 1.52. Оптична сила Φ об'єктива телескопа дорівнює $0,5$ дптр. Окуляр діє як лупа, що дає збільшення $\Gamma_1 = 10$. Яке збільшення Γ_2 дає телескоп?
- 1.53. При демонстрації кінофільму в сільському клубі, довжина кінозалу якого 30 м, через перегрівання апарату кінострічка деформувалась, і зображення різко погіршилось. Глядачі, які сиділи на відстані 2 м від екрану почали обурюватись. Знайти допустимий поздовжній вигин кінострічки в кадровому вікні проектора висотою 18 мм при проекції на

екран висотою 3,6 м. Зображення створює об'єктив діаметром 60 мм. Кутова роздільна здатність ока – 1 хвилина рівна 0,00029 рад.

- 1.54. При окулярі з фокусною відстанню $f = 50$ мм телескоп дає кутове збільшення $\Gamma_1 = 60$. Яке кутове збільшення Γ_2 дасть один об'єктив, якщо забрати окуляр і розглядати дійсне зображення, створене об'єктивом, неозброєним оком з відстані найкращого зору?
- 1.55. Фокусна відстань f_1 об'єктива телескопа дорівнює 1 м. У телескоп розглядається будинок, який перебуває на відстані $a = 1$ км. У якому напрямку й на скільки потрібно пересунути окуляр, щоб одержати різке зображення у двох випадках: 1) якщо після будинку будуть розглядати Місяць; 2) якщо замість Місяця будуть розглядати близькі предмети, які перебувають на відстані $a_1 = 100$ м?
- 1.56. Телескоп наведений на Сонце. Фокусна відстань f_1 об'єктива телескопа дорівнює 3 м. Окуляр з фокусною відстанню $f_2 = 50$ мм проектує дійсне зображення Сонця, створене об'єктивом, на екран, розташований на відстані $b = 60$ см від окуляра. Площина екрана перпендикулярна до оптичної осі телескопа. Визначити лінійний діаметр d зображення Сонця на екрані, якщо видимий на небі неозброєним оком кутовий діаметр Сонця становить $\alpha = 32'$.
- 1.57. Фокусна відстань f_1 об'єктива мікроскопа дорівнює 8 мм, окуляра $f_2 = 4$ см. Предмет перебуває на $\Delta a = 0,5$ мм далі від об'єктива, ніж головний фокус. Визначити збільшення Γ мікроскопа.
- 1.58. Фокусна відстань f_1 об'єктива мікроскопа дорівнює 1 см, окуляра $f_2 = 2$ см. Відстань від об'єктива до окуляра $L = 23$ см. Яке збільшення Γ дає мікроскоп? На якій відстані a від об'єктива перебуває предмет?
- 1.59. Відстань Δ між фокусами об'єктива й окуляра всередині мікроскопа дорівнює 16 см. Фокусна відстань f_1 об'єктива дорівнює 1 мм. З якою

фокусною відстанню f_2 варто взяти окуляр щоб одержати збільшення $\Gamma = 500$?

- 1.60. *З літака, який летить зі швидкістю 720 км/год , фотографують місцевість. Фотоапарат має фокусну відстань 50 см . До якої висоти може знизитися літак, щоб при витримці фотоапарата $1/200 \text{ с}$ можна було проводити якісну аерофотозйомку, якщо допустима нерізкість зображення становить $0,2 \text{ мм}$.
- 1.61. *Робінзон опинився на безлюдному острові з багатою екзотичною флорою. Він помітив у вологій низині зарості бамбуку, а на схилах пагорбу знайшов каучукові дерева. Море викинуло на берег скриню – серед скарбів знайшлося і кілька годинників різного розміру. У Робінзона з'явилась мрія зробити зорову трубу, але як? Складіть для Робінзона інструкцію з виготовлення зорової труби зі схемою, враховуючи, що одне з годинникових скелець мало радіус кривизни 40 см , а інше – 16 см , а достатньої товщини бамбукові стебла були не довше одного метра. Яке збільшення дасть така примітивна труба?
- 1.62. *Як в ясний сонячний день, маючи з собою скляну пляшку зі світлого тонкого скла, воду і рулетку, визначити показник заломлення води?

2. ФОТОМЕТРІЯ

2.1. Основні поняття і закони

Енергетичні характеристики випромінювання використовуються в радіометрії, теорії теплового випромінювання і т ін., хоча в видимій області спектру прийнято характеризувати випромінювання за зоровим відчуттям, яке воно справляє на око людини. Відповідні характеристики і їхні одиниці називаються світловими або фотометричними.

Таблиця 2.1. Основні поняття і співвідношення фотометрії

Енергетичні характеристики		Світлові характеристики	
Променистий потік (потік випромінювання) – потужність випромінювання	$\Phi_e = \int_0^\infty \Phi_{e\lambda} d\lambda, \text{ Вт},$ $\Phi_{e\lambda} = d\Phi_e/d\lambda - \text{спектральна густина потоку випромінювання, Вт/мкм}$	Світловий потік - потужність випромінювання у видимому діапазоні, яка оцінюється за зоровим сприйняттям	$\Phi_v = \int_0^\infty K_\lambda \Phi_{e\lambda} d\lambda = 683 \int_{0,38}^{0,78} V_\lambda \Phi_{e\lambda} d\lambda, \text{ лм}$ (люмен), де: V_λ - видність ока (спектральна чутливість ока), $K_{\lambda m} = 683 \text{ лм/Вт}$ - світловий еквівалент
Промениста енергія	$W_e = \int_0^t \Phi_e(t) dt, \text{ Дж}$	Світлова енергія	$W_v = \int_0^t \Phi_v(t) dt, \text{ Дж}$
Енергетична сила світла (сила випромінювання) у даному напрямку	$I_e = \frac{d\Phi_e}{d\Omega}, \text{ Вт/ср}$	Сила світла - світловий потік, який випромінюється в даному напрямку в одиниці тілесного кута	$I_v = \frac{d\Phi_v}{d\Omega}, \text{ кд (кандела); } 1 \text{ кд} = 1 \text{ лм/ср}$ стара свіча = 1,005 кд, 1 кд = 1/60 сили світла, яке випромінює 1 см ² АЧТ при 2042,5 К (температура затвердіння платини за нормального тиску)
Поверхнева щільність потоку випромінювання (енергетична світність)	$M_e = \frac{d\Phi_e}{dA_1}, \text{ Вт/м}^2$	Світність - світловий потік з одиниці площі джерела випромінювання	$M_v = \frac{d\Phi_v}{dA}, \text{ лм/м}^2$
Енергетична освітленість (опромінення)	$E_e = \frac{d\Phi_e}{dA_2}, \text{ Вт/м}^2$	Освітленість - світловий потік, який падає на одиницю площі освітлюваної поверхні	$E_v = \frac{d\Phi_v}{dA_2}, \text{ лк} = \text{лм/м}^2 \text{ (люкс)}$
Енергетична яскравість випромінюваної поверхні в даному напрямку - відношення енергетичної сили світла в цьому напрямку до видимої площі поверхні джерела випромінювання	$B_{e\alpha} = \frac{dI_{e\alpha}}{dS_1 \cdot \cos \alpha}, \text{ Вт/м}^2 \text{ ср},$ де α – кут між нормаллю до поверхні і напрямком випромінювання	Яскравість - світловий потік в одиниці тілесного кута, який випромінюється в даному напрямку з одиниці видимої площі поверхні випромінювання	$B_{v\alpha} = \frac{d^2\Phi_v}{d\Omega dS_1 \cdot \cos \alpha} = \frac{dI_{v\alpha}}{dS_1 \cdot \cos \alpha}, \text{ кд/м}^2,$ стильб: 1 сб = 10 ⁴ кд/м ² 1 ламберт = 10 ⁴ /π кд/м ² 1 нт = 1 св/ м ² (ніт)

Закон Ламберта

Для плоских джерел, що мають яскравість, однакову у всіх напрямках, сила випромінювання в даному напрямку пропорційна косинусу кута α між цим напрямком і нормаллю до випромінюючої площадки.

$$dI_{e\alpha} = B_e \cdot dA_1 \cos \alpha = dI_{e0} \cos \alpha \quad (2.1)$$

Закон обернених квадратів

Освітленість поверхні, створювана точковим джерелом із силою світла I , визначається як

$$E = \frac{d\Phi}{dA_1} = \frac{I}{R^2} \cos \alpha, \quad (2.2)$$

де R – відстань до точкового джерела, α – кут між нормаллю до освітлюваної поверхні і напрямком на джерело світла.

Освітленість від протяжних джерел.

- Якщо поверхня освітлюється нескінченно великою рівнояскравою плоскою поверхнею або увігнутою напівсферою довільного радіуса, то $E = \pi B$, де B – яскравість джерела.
- Якщо поверхня освітлюється рівнояскравим диском радіуса r , який знаходиться на відстані R від неї, то $E = \pi B \sin^2 \alpha$, де 2α – кут між крайніми променями.
- Освітленість в площині зображення об'єктива, вихідна зіниця якого є рівнояскравим диском, визначається як $E = \pi B \sin^2 u'$, де $2u'$ – задній апертурний кут об'єктива.
- Якщо предмет знаходиться на нескінченності, то освітленість зображення $E_A' = \frac{\pi}{4} B \tau \left(\frac{D}{f'} \right)^2$, B – яскравість об'єкта, τ – коефіцієнт пропускання оптичної системи, D – діаметр вхідної зіниці, f' – фокусна відстань об'єктива.

2.2. Приклади розв'язування задач

2.1. Люмінесцентна циліндрична лампа діаметром $d = 2,5$ см і довжиною $l = 40$ см створює на відстані $r = 5$ м у напрямку, перпендикулярному осі лампи, освітленість $E_v = 2$ лк. Приймаючи лампу за косинусний випромінювач, визначити: 1) силу світла I у даному напрямку; 2) яскравість L ; 3) світність M лампи.

Розв'язок:

Більший із двох розмірів лампи - довжина - в 12 разів менше відстані, на якому обмірювана освітленість. Отже, для обчислення сили світла в даному напрямку можна прийняти лампу за точкове джерело й застосувати формулу $E = \frac{I}{r^2}$, звідки $I = E r^2$.

Одержимо $I = 25$ кд.

Для обчислення яскравості застосуємо формулу $B = \frac{I}{\sigma}$,

де σ - площа проекції протяжного джерела світла на площину, перпендикулярну напрямку спостереження.

У випадку циліндричної люмінесцентної лампи проекція має форму прямокутника довжиною l і шириною d . Отже, знайдемо $B = 2,5 \cdot 10^3$ кд/м².

Так як люмінесцентну лампу можна вважати косинусним випромінювачем, то її світність $M = \pi B = 7,9 \cdot 10^3$ лк.

2.2. Прожектор ближньої дії дає пучок світла у вигляді конуса з кутом розкриву $2\theta_0 = 40^\circ$. Світловий потік Φ прожектора дорівнює $8 \cdot 10^4$ лм. Припускаючи, що світловий потік всередині конуса розподілений рівномірно, визначити силу світла прожектора.

Розв'язок:

Визначимо тілесний кут, в межах якого розповсюджується світло прожектора. З означення тілесного кута $d\Omega = \frac{ds}{r^2}$, де ds - елемент площі поверхні сфери радіуса r (рис. 2.1)

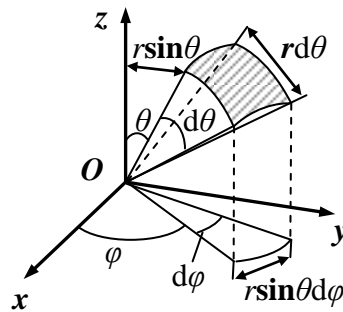


Рис.2.1

З рисунка маємо $ds = (r \cdot d\theta)(r \sin \theta \cdot d\varphi)$. Тоді $d\Omega = \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\varphi$

Повний тілесний кут прожектора $\Omega = \int_0^{\theta_0} \sin \theta \cdot d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = 2\pi(1 - \cos \theta_0)$

З означення сили світла маємо $I = \frac{\Phi}{\Omega} = \frac{\Phi}{2\pi(1 - \cos \theta_0)}$

Остаточно отримаємо $I = \frac{8 \cdot 10^{-4}}{2\pi(1 - 0,94)} = 2,11 \cdot 10^5 \text{ кд}$.

2.2. Контрольні запитання і задачі для самостійного розв'язку

- 2.1. Як встановлюється зв'язок між люменом і ватом?
- 2.2. Як використовується закон обернених квадратів для визначення сили світла методом суб'єктивної фотометрії?
- 2.3. Наведіть приклади ламбертових випромінювачів.
- 2.4. Сформулюйте інваріант Штраубеля.
- 2.5. Оцінити похибку наближення освітленості, яка створюється рівнояскравим диском деякого розміру, до освітленості від точкового джерела.

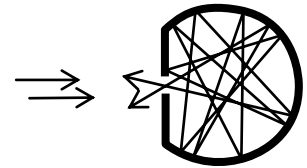
Світловий потік і сила світла

2.6. Лампочка, яка споживає потужність $P = 75 \text{ Вт}$, створює на відстані $r = 3 \text{ м}$ при нормальному падінні променів освітленість $E = 8 \text{ лк}$. Визначити питому потужність p лампочки (у ватах на канделу) і світлову віддачу η лампочки (у люменах на ват).

2.7. Тепловий фотоприймач (див рисунок) - це камера з

площею внутрішньої поверхні $S = 2 \text{ см}^2$, яка має невеликий отвір площею $S_1 = 1 \text{ мм}^2$. Внутрішня поверхня поглинає незначну кількість світла

(коефіцієнт поглинання $k_{\text{п}} = 0,01$), а іншу частину розсіює. В цих умовах всередині фотоприймача утворюється рівномірно розподілене за всіма напрямками випромінювання. Яка частина світлового потоку Φ/Φ_0 (де Φ_0 – потік, який падає на вхідний отвір камери) виходить через отвір назад?



2.8. Яку силу струму I покаже гальванометр, приєднаний до селенового фотоелемента, якщо на відстані $r = 75 \text{ см}$ від нього помістити лампочку, повний світловий потік якої дорівнює $1,2 \cdot 10^3 \text{ лм}$? Площа робочої поверхні фотоелемента рівна 10 см^2 , чутливість $S_i = 3 \cdot 10^{-4} \text{ А/лм}$.

2.9. Плоско-опуклу лінзу розрізали навпіл і склали плоскими боками дві половинки. Як зміниться яскравість зображення віддаленого предмета?

Освітленість

2.10. При друкуванні фотознімка негатив освітлювався протягом $t_1 = 3$ лампочкою силою світла $I_1 = 15 \text{ кд}$ з відстані $r_1 = 50 \text{ см}$. Визначити час t_2 , протягом якого потрібно освітлювати негатив лампочкою з силою світла $I_2 = 60 \text{ кд}$ з відстані $r_2 = 2 \text{ м}$, щоб одержати відбиток з таким ж ступенем почорніння, як і в першому випадку?

- 2.11. На висоті $h = 3$ м над землею й на відстані $r = 4$ м від стіни висить лампа силою світла $I = 100$ кд. Визначити освітленість E_1 стіни й E_2 горизонтальної поверхні землі на лінії їхнього перетину.
- 2.12. На щоглі висотою $h = 8$ м висить лампа силою світла $I = 10^3$ кд. Приймаючи лампу за точкове джерело світла, визначити, на якій відстані l від основи щогли освітленість E поверхні землі дорівнює 1 лк.
- 2.13. На якій висоті h над центром круглого стола радіусом $r = 1$ м потрібно повісити лампочку, щоб освітленість на краю стола була максимальною?

Яскравість і світність

- 2.14. Світильник з матового скла має форму кулі діаметром $d = 20$ см. Сила світла I кулі дорівнює 80 кд. Визначити повний світловий потік Φ , світність M и яскравість L світильника.
- 2.15. Якою виявиться освітленість E ділянки, якщо джерелом світла є безкінечна площа, паралельна цій ділянці? Поверхнева яскравість джерела світла всюди однакова і не залежить від напрямку.
- 2.16. Знайти освітленість на горизонтальній ділянці, яка освітлюється небесною напівсферою, за умови рівномірної яскравості неба.
- 2.17. Сонце, перебуваючи поблизу зеніту, створює на горизонтальній поверхні освітленість $E = 10^5$ лк. Діаметр Сонця видний під кутом $\alpha = 32'$. Визначити видиму яскравість L Сонця.
- 2.18. Яскравість L куба, що світиться однакова у всіх напрямках і дорівнює $5 \cdot 10^3$ кд/м². Ребро а куба рівне 20 см. В якому напрямку сила світла I куба максимальна? Визначити максимальну силу світла I_{max} куба.
- 2.19. Яскравість лампи з плафоном, який має форму конуса висотою 15 см з діаметром 20 см, однакова в усіх напрямках і дорівнює $2 \cdot 10^3$ кд/м².

Основа конуса не світиться. Визначити силу світла конуса в напрямках:

1) вздовж осі; 2) перпендикулярно до осі.

2.20. На висоті $h = 1$ м над горизонтальною площиною паралельно їй розташований невеликий диск, що світиться. Сила світла I_0 диска в напрямку його осі дорівнює 100 кд. Приймаючи диск за точкове джерело з косинусним розподілом сили світла, знайти освітленість E горизонтальної площини в точці А, віддаленої на відстань $r = 3$ м від точки, розташованої під центром диска.

2.21. На якій висоті h над горизонтальною площиною (див. попереднє завдання) потрібно помістити диск, що світиться, щоб освітленість у точці А була максимальною?

2.22. Визначити освітленість E , світність M і яскравість L кіноекрана, який рівномірно розсіює світло у всіх напрямках, якщо світловий потік Φ , що падає на екран з об'єктива кіноапарата (без кінострічки), дорівнює $1,75 \cdot 10^3$ лм. Розмір екрану $5 \times 3,6$ м, коефіцієнт відбиття $\rho = 0,75$.

2.23. Освітленість E поверхні, покритої шаром сажі, дорівнює 150 лк, яскравість L однакова у всіх напрямках і дорівнює 1 кд/м². Визначити коефіцієнт відбиття ρ сажі.

3. Відповіді

1.9.a) 22,68 мм; б) 13,65 мм; в) 9,06 мм.

1.10. а) 6,36 мм; б) 5,77 мм.

1.11. $n_2 \vec{r}_2 = n_1 \vec{r}_0 - \left[n_1 (\vec{r}_0 \times \vec{N}) + \sqrt{n_2^2 - n_1^2 + n_1^2 (\vec{r}_0 \times \vec{N})^2} \right] \vec{N}$

1.13. 16,3 см.

1.14. а) 11,4 см; б) 9,13 см.

1.15. $41^\circ 15'$

1.16. не може

1.17. $h_{\min} = a \cos \varphi \left[\sin^2 \varphi \left(1 / \sqrt{n_1^2 - \sin^2 \varphi} - 1 / \sqrt{n_2^2 - \sin^2 \varphi} \right) \right]^{-1}$

1.18. $-6^\circ 57' 4''$

1.19. $-4^\circ 47' 15''$

1.20. $82^\circ 49' 09''$

1.21. $8^\circ 32' 40''$

1.22. $-10^\circ 08' 27''$

1.23. 10 см.

1.24. $\sigma_K = 30^\circ 38' 07''$; $\sigma_\Phi = 33^\circ 27' 09''$.

1.25. $1^\circ 12'$

1.26. 40 см

1.27. 60 см

1.29. 6 м

1.30. -20 см; 3 см

1.36. 15 см

1.37. 48 см

1.38. 2,08 мм/с

1.39. 3,84 см

1.40. $n = 2$

1.41. $-0,75$ дптр

1.42. $n = 1,4$

1.43. $\frac{f_1}{f_2} = \frac{n}{n-1}$

1.44. $f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - l}$, відстань головних площин H та H' системи від першої

та другої лінз відповідно дорівнюють: $O_1 H = \frac{f_1 l}{l - f_1 - f_2}$, $O_1 H' = \frac{f_2 l}{l - f_1 - f_2}$

1.45.

1.46. $-1,33$ дптр

1.47. 24 дптр

1.48. -8 см

1.49. -4 дптр

1.50. 20 см

1.51. 7

1.52. 80

1.53. $7,5$ мкм

1.54. 12

1.55. 1) до об'єктива на 1 мм; 2) від об'єктива на 9 мм

1.56. $30,7$ см

1.57. 100

1.58. $250; 10,5$ мм

1.59. 2 см

1.60. $h = v \cdot f'_{об} \cdot t / \delta_{зсуву} = 2500$ м

1.61. Підказка: Скористатись співвідношеннями (1.17) або (1.17а). Закріпивши скельця за допомогою каучуку в трубчастому стволі і заповнивши простір між ними водою, можна отримати товсту водяну лінзу, яка слугуватиме зоровою трубою за умови телескопічності $\Phi = 0$,

для чого відстань між лінзами має бути $d = \frac{n}{n-1}(R_1 - R_2) \approx \frac{4/3}{1/3}(40 - 16) = 96 \text{ см}$.

Збільшення такої труби $\Gamma = \frac{R_1}{R_2} = 2,5$.

1.62. Підказка: Наповнивши пляшку водою і закоркувавши, так щоб не було бульбашки, через циліндричну частину пляшки, яку потрібно тримати паралельно до поверхні землі, сфокусувати сонячне проміння на листку паперу. Така циліндрична лінза дасть зображення у вигляді тонкої смужки сонячного світла на папері в напрямку прямих сонячних променів. За допомогою рулетки знайти радіус пляшки та фокусну відстань f' , яка відраховується від осі пляшки до сфокусованого зображення на папері. Показник заломлення знайдеться як: $n = 2f'/(2f' - R)$. Має бути $n \approx 4R/(4R - R) = 4/3$.

2.6. 1 Вт/кД; 12,1 лм/Вт

2.7. $\Phi / \Phi_0 = 1 / [1 + k_{\Pi} (S - S_1) / S_1] = 1/3$

2.8. 51 мкА

2.9. не зміниться

2.10. 12с

2.11. 3,2 лк; 2,4 лк

2.12. 18,3 м

2.13. 0,707 м

2.14. 2 клм; 8 клк; 2,5 ккД/м²

2.15. $E = \pi B$

2.16. $E = \pi B$

2.17. $B = \frac{E}{\pi \sin^2(\alpha/2)} = 1,5 \text{ ГкД/м}^2$

2.18. по діагоналі куба; $I_{\max} = \sqrt{3}Ba^2 = 350 \text{ кД}$

2.19. 1) 63 кД; 2) 30 кД

2.20. $E = I_0 h^2 / (h^2 + r^2)^2 = 1 \text{ лк}$

2.21. 3 м

2.22. 97 лк; 73 лк; 23 кД/м²

2.23. 0,02

Частина II. ФІЗИЧНА ОПТИКА

1. ДИСПЕРСІЯ

1.1. Загальні відомості

Дисперсія світла - явище, обумовлене залежністю показника заломлення речовини від частоти електромагнітних хвиль (або довжини хвилі), які в ній розповсюджуються:

$$n = f(\lambda) \quad (1.1)$$

Нормальною називається дисперсія, для якої $\frac{dn}{d\lambda} < 0$.

Аномальна дисперсія $\frac{dn}{d\lambda} > 0$ має місце на вузьких неробочих ділянках спектру поблизу ліній поглинання.

Конкретні оптичні матеріали характеризуються середньою дисперсією показника заломлення речовини:

$$\frac{\Delta n}{\Delta \lambda} = \frac{n_{F'} - n_{C'}}{\lambda_{F'} - \lambda_{C'}} = \frac{n_{F'} - n_{C'}}{480 - 643,8} = -\frac{n_{F'} - n_{C'}}{163,8} \frac{1}{\text{нм}}, \quad (1.2)$$

де $n_{F'} - n_{C'}$ - середня дисперсія (задається стандартами на оптичні матеріали).

Кутова дисперсія призми визначається при $n_0 = 1$:

$$\frac{d\sigma_0}{d\lambda} = \frac{2 \sin \frac{\theta}{2}}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}} \frac{dn}{d\lambda}, \quad (1.3)$$

де σ_0 - мінімальний кут відхилення променя призмою; θ - заломлюючий кут призми; n – показник заломлення матеріалу призми.

Дисперсійна формула Коші, що застосовується для апроксимації експериментальних залежностей $n(\lambda)$, має вигляд

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \dots, \quad (1.4)$$

де A, B, C - сталі величини, що визначаються для кожної речовини дослідним шляхом; λ - довжина хвилі у вакуумі.

Згідно з класичною теорією дисперсії залежність показника заломлення для розрідженого газу на віддалі від лінії поглинання описується наближеною формулою:

$$n^2 = 1 + 4\pi \frac{e^2}{m} \frac{N}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad (1.5)$$

де e і m – заряд і маса електрона; N – концентрація електронів; ω_0 - власна частота коливань електронів; ω - частота електромагнітної хвилі.

Так як плазма є іонізованим газом, в якому власні частоти вільних електронів і іонів рівні нулю, а впливом важких іонів можна знехтувати, то діелектрична проникність плазми визначається головним чином вільними електронами. Тому, поклавши в (1.5) $\omega_0=0$, для плазми отримаємо

$$\varepsilon = 1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2, \quad (1.6)$$

де $\omega_p = \frac{4\pi N e^2}{m}$ - плазмова або ленгмюрівська частота.

1.2. Приклади розв'язування задач

1.1. Показник заломлення прозорої речовини для деякого спектрального діапазону описується двочленною дисперсійною формулою Коші:

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2}, \text{ де } A > 0 \text{ та } B > 0.$$

Визначити: а) дисперсію показника заломлення речовини; б) фазову швидкість світла; в) групову швидкість світла.

Розв'язок:

а) Дисперсія показника заломлення речовини

$$\frac{dn}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda} \left(A + \frac{B}{\lambda^2} \right) = -\frac{2B}{\lambda^3}. \quad (1.7)$$

б) Фазова швидкість світла у речовині

$$v = \frac{c}{n} = c \frac{\lambda^2}{A\lambda^2 + B}, \quad (1.8)$$

де $c = 3 \cdot 10^{10} \frac{\text{см}}{\text{с}}$ - швидкість світла у вакуумі.

в) Групова швидкість світла у речовині визначається через фазову за формулою Релея:

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}; \quad (1.9)$$

$$\frac{dv}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda} \left(C \frac{\lambda^2}{A\lambda^2 + B} \right) = C \frac{2B\lambda}{(A\lambda^2 + B)^2}; \quad u = C \frac{\lambda^2}{A\lambda^2 + B} - C \frac{2B\lambda^2}{(A\lambda^2 + B)^2} = C \frac{\lambda^2(A\lambda^2 - B)}{A\lambda^2 + B}. \quad (1.10)$$

1.2. Показник заломлення повітря при нормальних умовах ($t = 0 \text{ } ^\circ\text{C}$, $P = 760 \text{ мм рт.ст.}$) для жовтої лінії натрія дорівнює 1,0002918.

Визначити показник заломлення повітря при температурі $30 \text{ } ^\circ\text{C}$ та тиску $3 \cdot 10^6 \text{ Па}$.

Дано: $n_1 = 1,0002918$; $T_1 = 273 \text{ К}$; $P_1 = 760 \cdot 133 \text{ Па} = 1,0108 \cdot 10^5 \text{ Па}$; $T_2 = 273 + 30 = 303 \text{ К}$; $P = 3 \cdot 10^6 \text{ Па}$.

Визначити n_2 .

Розв'язок:

Оскільки лінії поглинання у спектрах основних газів повітря - азоту та кисню (w_0) - не співпадають з лінією випромінювання натрію (w), використаємо для оцінки n_2 формулу Лоренца (1.2).

Вважаючи, що зі зміною температури та тиску змінюється тільки концентрація електронів в одиниці об'єму повітря N , отримуємо співвідношення

$$\frac{n_1^2 - 1}{n_2^2 - 1} = \frac{N_1}{N_2}, \quad (1.10)$$

Так як концентрація N пропорційна густині повітря, то використавши рівняння стану ідеального газу, отримуємо

$$\frac{n_1^2 - 1}{n_2^2 - 1} = \frac{p_1 T_2}{p_2 T_1},$$

Звідки
$$n_2 = \sqrt{1 + (n_1^2 - 1) \frac{p_2 T_1}{p_1 T_2}}. \quad (1.11)$$

В результаті обчислення отримуємо $n_2 = 1,00777$.

1.3. Знайти число вільних електронів на атом срібла, якщо плівка срібла прозора для ультрафіолетового випромінювання, починаючи з енергії 5 eV . Для срібла відносна атомна маса $A=108$, густина $\rho=10,5 \text{ г/см}^3$.

Розв'язок:

Фотону з енергією 5 eV відповідає довжина хвилі $\lambda=0,3 \text{ мкм}$.

Границя прозорості визначиться з умови $\varepsilon = 1 - \frac{4\pi \cdot \hat{a}^2 N}{m\omega^2} = 0$, звідки маємо

$$N = \frac{\pi c^2 m}{\lambda^2 e^2} \approx 10^{28} \text{ м}^{-3}. \quad \text{Концентрація атомів в сріблі}$$

$$n = N_A \rho / A \approx 6 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}. \quad (N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1} - \text{число Авогадро}) \quad \text{Число вільних електронів на один атом } \frac{N}{n} \approx \frac{1}{6}.$$

1.4. Знайти зв'язок між фазовою і груповою швидкостями електромагнітних хвиль у плазмі при $\omega > \omega_p$.

Розв'язок:

Для хвильового числа k маємо співвідношення $c^2 k^2 = \omega^2 \varepsilon$. З урахуванням (1.6) одержимо

$$c^2 k^2 = \omega^2 - \omega_p^2$$

Диференціювання цього співвідношення дає $c^2 k \cdot dk = \omega \cdot d\omega$, тобто

$$\left(\frac{\omega}{k} \right) \left(\frac{d\omega}{dk} \right) = c^2, \text{ що еквівалентно виразу:}$$

$$v u = c^2 \quad (1.12)$$

Фазова швидкість в плазмі

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}} = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}}.$$

1.3. Контрольні запитання і задачі

- 1.63. Що характеризує дисперсія показника заломлення речовини? Її одиниця.
- 1.64. Що характеризує дисперсія призми? Які значення має $\frac{dn}{d\lambda}$ при нормальній та аномальній дисперсіях?
- 1.65. Що характеризує групова швидкість? Як вона пов'язана з фазовою швидкістю?
- 1.66. Для яких речовин групова швидкість рівна або менше, або більше фазової?
- 1.67. Вивести залежність групової швидкості від дисперсії показника заломлення речовини $\frac{dn}{d\lambda}$.
- 1.68. Як виражається показник заломлення розрідженого газу через частоту світла поблизу лінії поглинання? Накресліть приблизний графік цієї залежності.
- 1.69. Як виражається закон поглинання світла у розчинах?
- 1.70. В дисперсійній формулі Коші для скла Ф1 в видимій області сталі $A=1,5878$ і $B=0,0087$ (для довжини хвилі в мкм). Визначити для зеленої лінії ртуті (0,546 мкм): а) показник заломлення скла Ф1; б) дисперсію показника заломлення; в) фазову швидкість монохроматичного світла; г) групову швидкість для групи хвиль з центром в 0,546 мкм.
- 1.71. Для рівносторонньої призми з скла ТК12 експериментально визначені мінімальні кути відхилення $43^\circ 57' 39''$, $43^\circ 32' 2''$ та $43^\circ 7' 5''$ для променів трьох довжин хвиль відповідно $\lambda_F = 0,480$ мкм, $\lambda_e = 0,546$ мкм и $\lambda_C =$

0,6438 мкм. Обчислити: а) показники заломлення n_λ ; б) середню дисперсію показника заломлення скла; в) середню кутову дисперсію призми; г) коефіцієнти двочленної формули Коші; д) фазову та групову швидкості світла у склі ТК12 (для λ_e).

1.72. Знайти залежність між груповою u і фазовою v швидкостями для наступних законів дисперсії: а) $v \approx \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$; б) $v \approx k$; в) $v \approx \frac{1}{v^2}$, де λ , k , v – довжина хвилі, хвильове число і частота.

1.73. Знайти концентрацію вільних електронів іоносфери, якщо для радіохвиль з частотою 100 МГц її показник заломлення $n=0,90$.

1.74. Маючи на увазі, що для жорсткого рентгенівського випромінювання електрони речовини можна вважати вільними, визначити, на скільки різниться з одиницею показник заломлення графіта для променів з довжиною хвилі у вакуумі $\lambda=50$ нм

1.75. Показник заломлення сірководню для світла з довжинами хвиль 509, 534 і 589 нм дорівнюють відповідно 1,647, 1.640 і 1,630. обчислити фазову і групову швидкості світла поблизу $\lambda=534$ нм.

2. ІНТЕРФЕРЕНЦІЯ СВІТЛА

2.1. Загальні відомості

Інтерференція світла - явище посилення або послаблення інтенсивності результуючої світлової хвилі залежно від співвідношення фаз когерентних світлових хвиль, що складаються. Розподіл інтенсивності світла у двопроменевої інтерференційній картині на екрані спостереження описується інтерференційною формулою:

$$J = J_1 + J_2 + 2\sqrt{J_1 J_2} \cos \delta \quad (2.1)$$

де J_1 і J_2 - інтенсивності когерентних світлових випромінювань, що складаються; δ - різниця фаз випромінювань, що складаються, у розглянутій точці екрана спостереження,

$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta$; $\frac{2\pi}{\lambda}$ - хвильове число; λ - довжина хвилі джерел світла; Δ - оптична різниця ходу променів, що інтерферують $\Delta = n (r_1 - r_2)$; n - показник заломлення середовища (звичайно повітря, $n = 1$); r_1 і r_2 - геометричні відстані, пройдене світлом від когерентних джерел до точки спостереження на екрані.

Умова інтерференційних максимумів, для яких

$$J_{\max} = J_1 + J_2 + 2\sqrt{J_1 J_2} \quad (2.2)$$

$$\delta = 2m\pi, \Delta = m\lambda \quad (2.3)$$

де $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ - порядок інтерференції

Умова інтерференційних мінімумів, для яких

$$J_{\min} = J_1 + J_2 - 2\sqrt{J_1 J_2} \quad (2.4)$$

$$\delta = 2(m+1)\pi, \Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \quad (2.5)$$

Позначивши через I_{\max} та I_{\min} інтенсивності світлих і темних смуг, введемо поняття видимості (контрастності) інтерференційної картини:

$$V = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min}); 0 \leq V \leq 1$$

Проблема отримання когерентних променів від одного джерела випромінювання вирішується двома методами: **«методом поділу амплітуди хвилі»** і **«методом поділу хвильового фронту»**. До останнього належать інтерференційні схеми типу Юнга, бідзеркала та біпризми Френеля, білінзи Бійє, дзеркало Ллойда, метод Лінника.

В інтерференційних схемах типу "*схеми Юнга*" (рис. 2.1) відстань від нульового до m -го максимуму й ширина інтерференційної смуги на екрані визначаються виразом

$$y_m = \frac{D}{2l} m \lambda \quad (2.6)$$

$$b = y_m - y_{m-1} = \frac{D}{2l} \lambda \quad (2.7)$$

де D - відстань від джерел світла до екрана спостереження; $2l$ – відстань між когерентними джерелами світла; λ - довжина хвилі джерела світла.

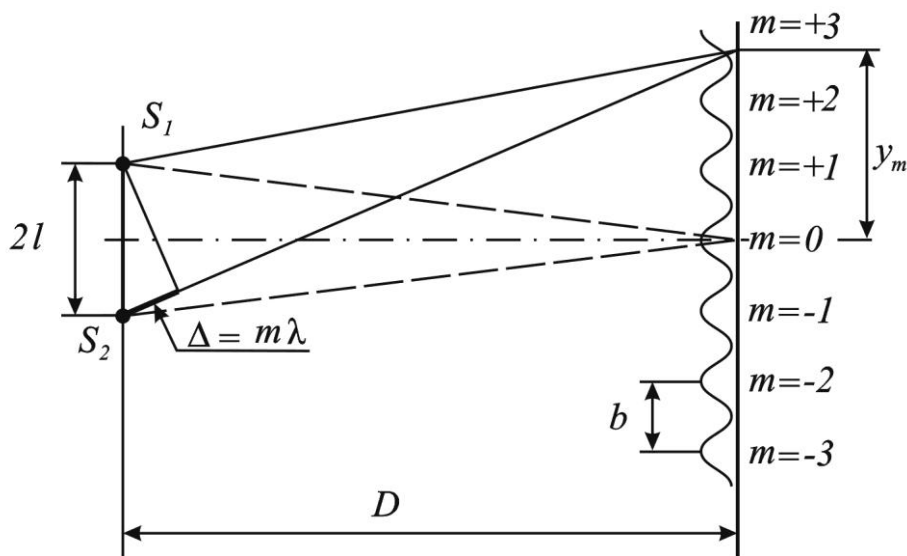


Рис. 2.1

Встановлення скляної пластинки на шляху одного з променів приводить до зміни оптичної різниці ходу променів на величину

$$\Delta = d(n - n_0) \quad (2.8)$$

де d і n – товщина й показник заломлення пластини; n_0 - показник заломлення середовища, зазвичай повітря. ($n_0 = 1$).

Інтерференція в тонких плівках і пластинках

Двопроменева інтерференція за методом "*поділу амплітуди хвилі*" виникає при відбитті світла від верхньої й нижньої поверхонь плівок і тонких пластин (рис. 2.2) з малими коефіцієнтами відбиття ($R < 0,1$). При

цьому повна оптична різниця ходу променів, що інтерферують, для відбитого й минаючого світла:

$$\Delta_{21} = 2dn_2 \cos \varepsilon_2' + p\lambda/2 = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \varepsilon_1} + p\lambda/2 \quad (2.9)$$

де d і n_2 - товщина й показник заломлення плівки; $\varepsilon_1, \varepsilon_2'$ - кути падіння й заломлення; p - параметр, що враховує вплив півхвильових стрибків оптичного шляху променів при відбитті на границі від оптично більш щільного середовища; n_1 - показник заломлення середовища (матеріалу), з якого падає світло.

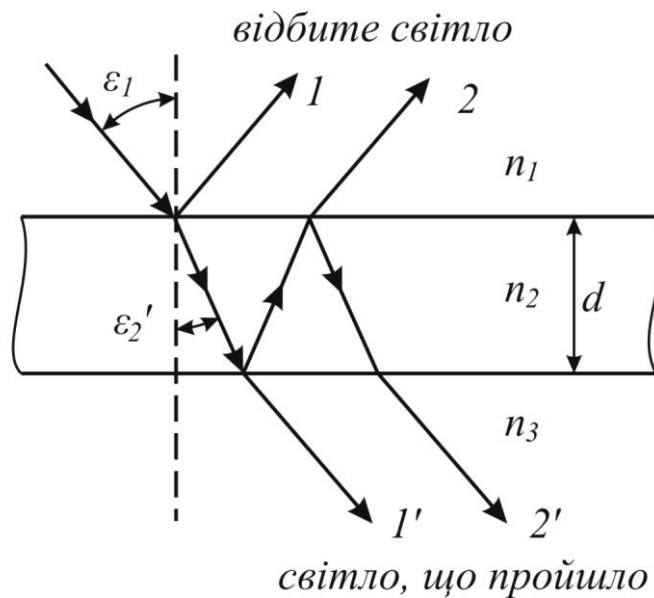


Рис. 2.2. Інтерференція в тонких плівках і пластинках.

Значення параметра p залежно від співвідношення значень n_1, n_2 і n_3 наведені в таблиці.

Параметр p	$n_1 < n_2 > n_3$	$n_1 > n_2 < n_3$	$n_1 < n_2 < n_3$	$n_1 > n_2 > n_3$
Відбите світло	-1	+1	0	0
Світло, що пройшло	0	0	+1	-1

Кільця Ньютона

Радіуси світлих і темних кілець Ньютона (рис. 2.3) визначаються за наступними формулами:

а) у відбитому світлі

$$r_m^C = \sqrt{\frac{R}{n_2} (2m-1) \frac{\lambda}{2}}, m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.10)$$

$$r_m^T = \sqrt{\frac{R}{n_2} m \lambda}, m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.11)$$

б) у світлі, що пройшло

$$r_m^C = \sqrt{\frac{R}{n_2} m \lambda}, m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.12)$$

$$r_m^T = \sqrt{\frac{R}{n_2} (2m-1) \frac{\lambda}{2}}, m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.13)$$

де R - радіус кривизни поверхні лінзи; n_2 - показник заломлення середовища в зазорі між лінзою й пластиною (повітря або рідина); m - порядковий номер кільця; λ - довжина хвилі монохроматичного світла.

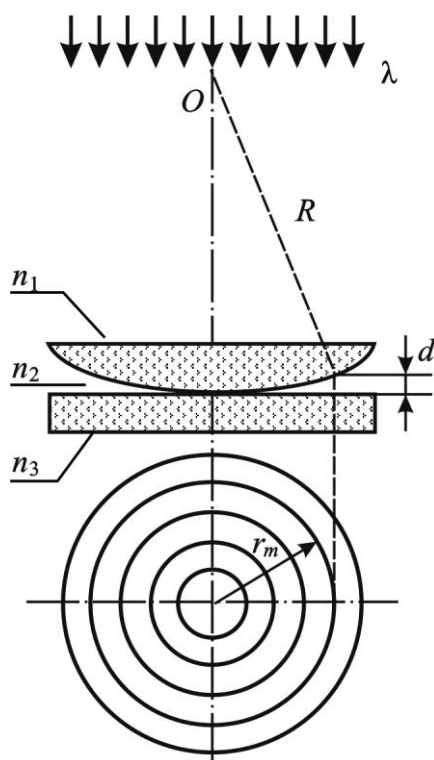


Рис. 2.3

Для двопроменевої інтерференції на оптичному клині справедливо співвідношення:

$$k\lambda = 2l_k n_2 \alpha, \quad (2.13a)$$

де k – число інтерференційних смуг, λ - довжина хвилі світла, l_k - відрізок в інтерференційній картині, в якому вкладається k смуг, n_2 – показник заломлення матеріалу клина, α - кут при вершині клину.

Показник заломлення й товщина плівок для просвітлення оптики, які наносяться на поверхні оптичних деталей, визначають виразами

$$n_2 = \sqrt{n_1 n_3} \quad (2.14)$$

$$d = \frac{2m+1}{n_2 \cos \varepsilon'_2} \frac{\bar{\lambda}}{4}, \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (2.15)$$

де n_1 - показник заломлення середовища, у якій перебуває деталь, як правило, повітря ($n_1 = 1$); n_3 - показник заломлення скла деталі; ε'_2 - кут заломлення всередині плівки; $\bar{\lambda}$ - розрахункова довжина хвилі, зазвичай відповідає середині робочого спектрального діапазону оптичного приладу.

Багатопроменева інтерференція

Розподіл інтенсивності світла в багатопроменевій інтерференційній картині в світлі, що проходить, в інтерферометрі Фабрі - Перо при $\varepsilon_1 \rightarrow 0$ описується виразом

$$J(\delta) = J_0 \frac{T^2}{(1-R)^2 + 4R \sin^2(\delta/2)} \quad (2.16)$$

де J_0 - інтенсивність падаючого світла; $T = 1 - R$ - коефіцієнт пропускання; R - коефіцієнт відбиття посріблених поверхонь пластин інтерферометра; δ - різниця фаз між сусідніми променями,

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d n_2 \cos \varepsilon'_2 \quad (2.17)$$

Умова інтерференційних максимумів, при $J(\delta)_{\max} = J_0$,

$$\delta = 2m\pi \text{ або } d n_2 \cos \varepsilon'_2 = m\lambda, \quad (2.18)$$

де d – товщина повітряного зазору; $n_2 = 1$; ε'_2 - кут заломлення світла всередині повітряного зазору; m – порядок інтерференції; λ - довжина хвилі монохроматичного світла.

Кутова ширина в радіанах багатопроменевих інтерференційних максимумів на рівні $0,5 J_{\max}$ визначається коефіцієнтом відбиття R дзеркальних пластин:

$$\delta\psi = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}} \quad (2.19)$$

Число променів, які ефективно інтерферують, визначається відношенням кутової відстані між максимумами $\Delta\psi = 2\pi$ до $\delta\psi$

$$N_e = \frac{\Delta\psi}{\delta\psi} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \quad (2.20)$$

Вплив на інтерференцію немонохроматичності світла та часова когерентність

Збільшення ширини спектра випромінювання інтерферуючого світла призводить до погіршення видимості інтрференційної картини. Якщо ширина спектрального інтервалу становить $\Delta\lambda$, то при співпаданні максимуму $(m+1)$ порядку для довжини хвилі λ з m -м порядком для довжини хвилі $\lambda + \Delta\lambda$ інтерференційна картина не буде розрізнятися. Тому гранична ступінь немонохроматичності світла визначається спектральним інтервалом:

$$(\Delta\lambda)_{\max} = \lambda / m \quad (2.21)$$

Часткова когерентність світла визначається поняттями часу та довжини когерентності:

$$l_{\text{ког}} = c \tau_{\text{ког}},$$

де час та довжина когерентності являють собою тривалість та довжину цугу випромінювання джерела світла.

Якщо ширина спектрального інтервалу $\Delta\nu$, то $\tau_{\text{ког}} = 1 / \Delta\nu$.

Просторова когерентність

Вплив розміру джерела випромінювання на інтерференцію зумовлений тим, що в дану точку спостереження інтерференційної картини

хвилі від різних точок протяжного джерела приходитимуть з різними значеннями різниці ходу, що приведе до погіршення видимості.

Для протяжного джерела, яке має розмір b , умовою зникнення інтерференційної картини буде: $b \cdot \sin \Omega \leq \lambda / 2$, (2.22)

а умовою достатньої видимості : $b \cdot \sin \Omega \leq \lambda / 4$, де 2Ω - апертюра інтерференції (кут між крайніми інтерферуючими променями).

В схемах типу Юнга відстань між щілинами обмежена *діаметром когерентності* $d_{\text{ког}}$, який визначається з умови:

$$\Delta\psi \cdot d_{\text{ког}} \leq \lambda, \quad (2.23)$$

де $\Delta\psi$ - кутовий розмір джерела світла.

2.3. Приклади розв'язування задач

2.1. Напрямки поширення двох плоских хвиль однієї й тої ж довжини λ становлять кут $\varphi/2$ з нормаллю до площини екрана, на якому спостерігаються інтерференційні смуги (рис.2.4). Показати, що при малих φ відстань Δx між сусідніми інтерференційними смугами $\Delta x \approx \lambda / \varphi$.

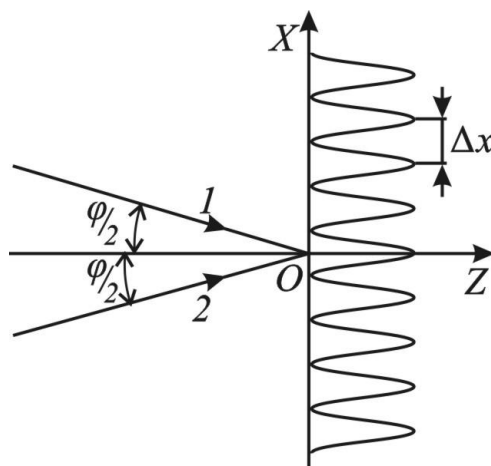


Рис. 2.4

Розв'язок:

Хвилі, що інтерферують, можна записати у вигляді

$$E_1 = E_{10} e^{i(\omega t - k_{1x}x + \delta_1)} = \hat{E}_{10} e^{-ik_{1x}x},$$

$$E_2 = E_{20} e^{i(\omega t - k_{2x}x + \delta_2)} = \hat{E}_{20} e^{-ik_{2x}x},$$

де $k = \frac{2\pi}{\lambda}$; $k_{1x} = k \sin \varphi_1$; $k_{2x} = k \sin \varphi_2$; $\varphi_1 = -\varphi_2 = \varphi/2$.

Інтенсивність світлового поля $J(x)$ у площині OXY , перпендикулярній до осі OZ (рис. 2.4), знайдемо в такий спосіб:

$$J(x) = \overline{(E_1 + E_2)(E_1^* + E_2^*)} = J_1 + J_2 + 2\overline{E_{10}E_{20}} \cos \Delta\varphi(x),$$

де $\Delta\varphi(x) = k(\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2)x = kx \cdot 2 \sin(\varphi/2) \approx k\varphi x$

Таким чином, інтенсивність

$$J(x) \approx J_1 + J_2 + 2\overline{E_{10}E_{20}} \cos k\varphi x$$

Звідси період інтерференційної картини, розподіл інтенсивності в якій показаний на рис. 2.5., знайдемо з умови:

$$k\varphi\Delta x = 2\pi \Rightarrow \Delta x \approx \frac{\lambda}{\varphi}$$

Часто період інтерференційної картини позначається як Λ , тобто $\Lambda \approx \frac{\lambda}{\varphi}$.

Очевидно: чим менше кут сходження φ хвиль, що інтерферують, тим видніша інтерференційна картина. Так, щоб $\Delta x \approx 1$ мм при $\lambda \approx 0,5$ мкм, необхідно, щоб $\varphi \approx 0,5 \cdot 10^{-3}$ рад.

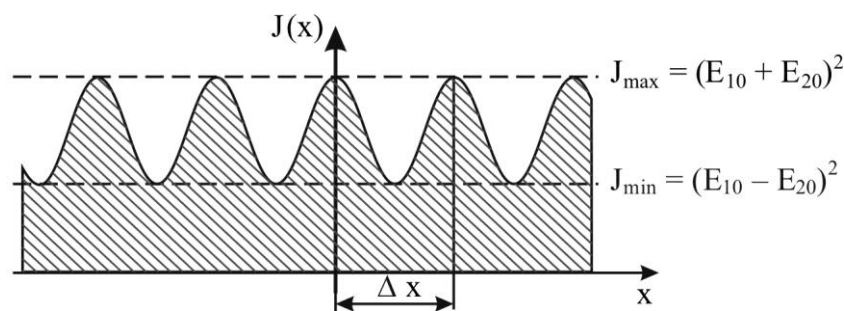


Рис. 2.5

Зазначимо, що завдання вирішується зовсім аналогічно, якщо хвилі, що інтерферують, записати не в комплексній формі, а тригонометричній:

$$E_1 = E_{10} \cos(\omega t - k_{1x}x + \delta_1); E_2 = E_{20} \cos(\omega t - k_{2x}x + \delta_2).$$

2.2. Паралельний пучок білого світла падає під кутом 45° на водяну плівку ($n_2 = 1,33$), розлиту на поверхні скла ($n_3 = 1,61$). При якій мінімальній товщині плівки відбите світло забарвиться в червоний колір ($\lambda = 700$ нм)? У який колір забарвиться при цьому світло, що проходить?

Розв'язок:

Нехай $n_1 = 1$; $n_2 = 1,33$; $n_3 = 1,61$; $\varepsilon_1 = 45^\circ$; $\lambda_1 = 700$ нм.

а) Скористаємося формулою повної оптичної різниці ходу променів, що інтерферують (2.9). При співвідношенні $n_1 < n_2 < n_3$ з таблиці знаходимо значення параметра p у відбитому світлі ($p = 0$).

Для інтерференційного посилення червоного кольору повинна виконуватися умова максимуму $\Delta_{21} = m\lambda_1$, тоді $2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \varepsilon_1} = m\lambda_1$

звідки
$$d = \frac{m}{\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \varepsilon_1}} \frac{\lambda_1}{2}$$

Мінімальна товщина плівки при $m = 1$

$$d_{\min} = \frac{1}{\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \varepsilon_1}} \frac{\lambda_1}{2} \approx 310,7 \text{ нм}$$

б) При $n_1 < n_2 < n_3$ у світлі, що проходить, $p = +1$, отже,

$$\Delta_{2,1'} = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \varepsilon_1} + \lambda_2 / 2$$

Використовуючи умову інтерференційного максимуму $\Delta_{2,1'} = m\lambda_2$, одержуємо $2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \varepsilon_1} = (2m-1)\lambda_2 / 2$,

звідки $\lambda_2 = \frac{4d}{2m-1} \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \varepsilon_1}$. З ряду значень λ_2 , одержуваних по цій

формулі, вибираємо те, що при $\alpha = 310,7$ нм належить видимому діапазону спектра

($m = 1$):
$$\lambda_2 = 466,6 \text{ нм}$$

Світло, яке проходить, забарвлюється в синій колір.

2.3. Інтерференційні смуги рівного нахилу у фокальній площині лінзи одержують при відбитті від плоскопаралельної пластинки, яка освітлюється монохроматичним джерелом світла S (рис.2.6). Пряме світло джерела на лінзу не потрапляє. Довжина світлової хвилі $\lambda = 6000 \text{ \AA}$, товщина пластинки $d = 1,6 \text{ мм}$; показник заломлення $n = 1,5$; фокусна відстань лінзи $f = 40 \text{ см}$. а) Знайти радіус першого видимого на екрані E темного інтерференційного кільця, якщо центр кілець темний. б) Яка максимально допустима спектральна ширина $\Delta\lambda$ світла від джерела S , при якій за даних параметрів схеми можна спостерігати інтерференційні кільця?

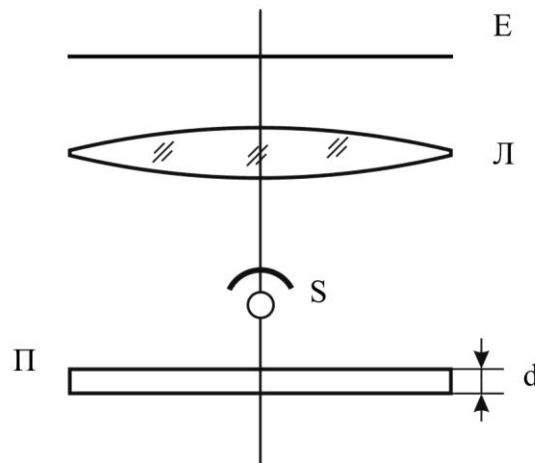


Рис. 2.6

Розв'язок:

а) Різниця ходу між променями, що відбилися від передньої й задньої поверхонь пластинки, дорівнює $2dn \cos \psi + \lambda/2$. Оскільки центр кілець темний, то ця величина повинна містити непарне число напівхвиль. Першому темному кільцю відповідає таке збільшення кута заломлення ψ , що різниця ходу зменшується на λ . Це дає $2dn(1 - \cos \psi) = \lambda$, або $4dn \sin^2(\psi/2) = \lambda$. Для малих кутів $dn\psi^2 = \lambda$. Мали кути падіння й заломлення зв'язані співвідношенням $\varphi = n\psi$. Для радіуса першого темного кільця одержуємо $r_1 = f\varphi = f\sqrt{n\lambda/d} = 9,5 \text{ мм}$.

б) Порядок інтерференції $m=2dn/\lambda$. Ступінь немонохроматичності світла $\Delta\lambda = \lambda / m = \lambda^2 / 2dn = 0,75 \text{ \AA}$.

2.4. Кільця Ньютона спостерігаються в монохроматичному світлі. Радіуси сусідніх темних кілець рівні відповідно 4,0 і 4,38 мм. Радіус кривизни лінзи дорівнює 6,4 м. Знайти довжину хвилі світла й порядкові номери кілець, якщо в центрі їх спостерігається темна пляма.

Дано: $n_2 = 1$; $R = 6,4 \cdot 10^3 \text{ мм}$; $r_m^T = 4,0 \text{ мм}$; $r_{m+1}^T = 4,38 \text{ мм}$.

Визначити: λ , m , $m + 1$.

Розв'язок:

Схема - рис. 2.3. Оскільки в центрі кілець є темна пляма, спостереження ведеться у відбитому світлі. Скористаємося формулою для радіуса темних кілець у відбитому світлі (2.11). Визначимо довжину хвилі світла, використовуючи вираз радіусів двох сусідніх кілець:

$$r_m^2 = \frac{R}{n_2} m\lambda; r_{m+1}^2 = \frac{R}{n_2} (m+1)\lambda; r_{m+1}^2 - r_m^2 = \frac{R}{n_2} \lambda$$

звідки $\lambda = \frac{r_{m+1}^2 - r_m^2}{R} n_2$. Тоді $\lambda_2 = 0,5 \text{ мкм}$

Визначимо номери кілець із формули (2.11): $m = \frac{r_m^2}{R\lambda} n_2$. Тоді $m = 5$; $m+1 = 6$.

2.5. Вертикальна мильна плівка ($n_2 = 1,33$), що утворює клин внаслідок стікання рідини, освітлюється нормально падаючим білим світлом. При спостереженні інтерференційної картини у відбитому світлі через зелений світлофільтр (5461 \AA) виміряна відстань між п'ятьома смугами складала 2,0 см. а) Визначити кут клина в кутових секундах. б) Як зміниться ширина інтерференційної смуги, якщо спостереження вести через червоний світлофільтр (7200 \AA)?

Дано: $n_1 = 1$; $n_2 = 1,33$; $l_k = 20 \text{ мм}$; $K = 5$; $\lambda_k = 0,72 \cdot 10^{-3} \text{ мм}$; $\lambda_3 = 0,546 \cdot 10^{-3} \text{ мм}$.

Визначити: а) α ; б) b_k / b_3

Розв'язок:

Схема - рис. 2.7.

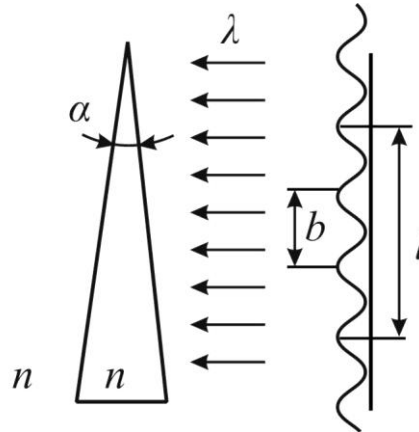


Рис. 2.7

а) Кут клина визначаємо з формули (2.13а):

$$\alpha = \frac{k\lambda}{2l_k n_2} = 5,13 \cdot 10^{-5} \text{ рад} = 10,57''.$$

Примітка. $1 \text{ рад} = 2,06 \cdot 10^5$

б) При $K = 1$, $l_k = b$ і формула (2.13а) набуває вигляду:

$$\lambda = 2bn_2\alpha \quad (2.24)$$

Звідси
$$\frac{b_k}{b_3} = \frac{\lambda_k}{\lambda_3} = 1,32.$$

2.6. Зоряний інтерферометр Майкельсона складається з двох розташованих під кутом дзеркал, розділених довгою базою **В** (рис. 2.8.). Дзеркала направляють світло від далекої зірки в точку, розташовану точно посередині між ними, де виникає інтерференційна картина на даній довжині хвилі. Поясніть, як саме визначають діаметри зірок, якщо відстані до них відомі. Знайдіть мінімальне значення бази, якщо найбільший кутовий розмір зірки 10^{-8} рад .

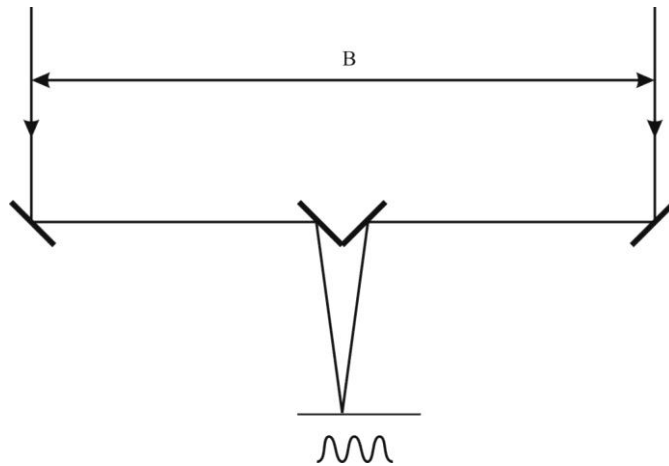


Рис. 2.8

Розв'язок:

Для спостереження інтерференційної картини від зірки деякого кутового розміру α відстань B між дзеркалами бази інтерферометра має бути меншою за діаметр когерентності, який визначається з (2.23). Для визначення розміру зірки базу збільшують до зникнення когерентності, тобто зникнення інтерференційної картини:

$$B = \frac{\lambda}{2\alpha} = \frac{0,5 \text{ мкм}}{2 \cdot 10^{-8} \text{ рад}} \approx 25 \text{ м}.$$

Якщо кутовий розмір даної зірки максимальний, то з іншими зірками потрібно працювати на більшій базі.

2.4. Контрольні запитання і задачі

- 2.1. Що характеризує просторова когерентність? Які обмеження накладаються на розміри джерела монохроматичного світла?
- 2.2. Що характеризує часова когерентність?
- 2.3. Як визначається допустима немонахроматичність світла, при якій ще можливе спостереження інтерференційної картини?
- 2.4. Що характеризує ступінь когерентності?

- 2.5. Що таке смуги рівного нахилу й рівної товщини? Де вони локалізуються?
- 2.6. Що називається шириною інтерференційної смуги у двопроменевих і багатопроменевий інтерференційних картинах?
- 2.7. Принцип дії покриття для просвітлення оптичних деталей.
- 2.8. Однолінзовий об'єктив оптоелектронного перетворювача працює в спектральному діапазоні 0,9...1,3 мкм. Показник заломлення скла марки ЛК6, з якого зроблена лінза, у середині робочого діапазону дорівнює 1,461. Визначити: а) параметри покриття для просвітлення; б) коефіцієнт пропускання об'єктива до й після просвітління; в) ступінь зменшення втрат на відбиття.
- 2.9. Складаються дві монохроматичні хвилі жовтогарячого кольору ($\lambda = 0,6$ мкм), що йдуть в одному напрямку. Параметри хвиль у точці додавання: $E_{01} = 4 \text{ В} \cdot \text{м}^{-1}$; $E_{02} = 3 \text{ В} \cdot \text{м}^{-1}$; $\varphi_1 = 0$; $\varphi_2 = \pi/2$. Визначити параметри результуючої хвилі, записати вираз для її світлового вектора, побудувати векторну діаграму складання амплітуд.
- 2.10. Визначити амплітуду й інтенсивність результуючої світлової хвилі, отриманої в результаті додавання однаково напрямлених світлових когерентних хвиль: $E_m = E_{01} \cos(\omega t - (m-1)\delta)$, де E_{01} - амплітуда хвиль, що складаються; m - номер хвилі, що складається; δ - різниця фаз між сусідніми доданками. Розглянути два випадки: а) $m = 1, 2, 3, \dots N$; б) $m = 1, 2, 3, \dots$
- 2.11. У схемі біпризми Френеля відстань між уявними зображеннями джерела світла дорівнює 0,5 мм, відстань до екрана 5 м. У зеленому світлі ширина інтерференційних смуг виявилася рівна 5 мм. Знайти довжину хвилі зеленого кольору.
- 2.12. Інтерферометр Релея освітлюють монохроматичним світлом з довжиною хвилі 589 нм. На шляху обох променів інтерферометра

поставлені прозорі кювети довжиною 0,02 м. Після заміни в одній з них повітря хлором інтерференційна картина змістилася на 20 смуг. Визначити показник заломлення хлору, якщо для повітря він дорівнює 1,000276.

- 2.13.** На мильну плівку ($n = 1,33$) падає біле світло під кутом 45° . а) При якій найменшій товщині плівки відбиті промені, будуть пофарбовані в жовтий (600 нм), фіолетовий (420 нм) колір? б) Як зміниться товщина плівки, якщо її помістити між двома скельцями?
- 2.14.** Пучок паралельних промінів ($\lambda = 0,6$ мкм) падає під кутом 30° на мильну плівку ($n = 1,33$). При якій найменшій товщині плівки: а) відбиті промені будуть максимально ослаблені, максимально підсилені інтерференцією? б) те ж саме, для променів, що проходять.
- 2.15.** Кільця Ньютона утворюються між лінзою з радіусом кривизни 8,6 м і пластинкою при освітленні нормально падаючим пучком монохроматичного світла. Вимірами встановлено, що діаметр четвертого темного кільця дорівнює 9 мм. Визначити довжину хвилі світла, якщо центр кілець: а) темний; б) світлий.
- 2.16.** Знайти відстань між третім і шістнадцятим кільцями Ньютона, якщо відстань між другими й двадцятим темними кільцями дорівнює 4,8 мм. Центр кілець - темний.
- 2.17.** Установка для спостереження кілець Ньютона у відбитому світлі освітлюється монохроматичним світлом. Після того як простір між лінзою й скляною пластинкою заповнили рідиною, радіуси темних кілець зменшилися в 1,25 рази. Визначити показник заломлення рідини.
- 2.18.** В одне із плечей інтерферометра Майкельсона, освітлюваного монохроматичним світлом (589 нм), поміщена кювета з робочою довжиною 14 см. Після заповнення кювети аміаком інтерференційна

картина змістилася в поле зорової труби на 180 смуг. Визначити показник заломлення аміаку.

Вказівка: урахувати подвійне проходження кювети променем.

2.19. Кільця Ньютона отримуються за допомогою плоскоопуклої лінзи з радіусом кривизни R_1 , покладеної на ввігнуту сферичну поверхню пробного скла з радіусом кривизни $R_2 > R_1$. Освітлення монохроматичне з довжиною хвилі λ , кільця спостерігаються у відбитому світлі. Визначити радіус m -го кільця: а) світлого; б) темного.

2.20. В установці для спостереження кілець Ньютона лінза може пересуватись в напрямку, перпендикулярному до пластинки. Описати, що відбуватиметься з кільцями Ньютона при віддаленні й наближенні лінзи до пластинки.

2.21. Скляний клин ($n = 1,55$) з кутом при вершині $2'$ освітлюється нормально падаючим монохроматичним світлом. Визначити довжину хвилі світла, якщо спостережувані інтерференційні смуги мають ширину 0,3 мм.

2.22. На скляний клин з кутом при вершині $20''$ нормально падає монохроматичне світло (0,582 мкм). У спостережуваній інтерференційній картині в 1 см укладається п'ять смуг. Визначити показник заломлення скла.

2.23. Знайти різницю довжин хвиль D-ліній Na, якщо відомо, що різкість інтерференційної картини, спостережуваної в інтерферометрі із двома променями, мінімальна в 490-й, 1470-й і т.д., а максимальна в 1-й, 980-й і т.д. смуг. Середня довжина хвилі D-Ліній $\lambda = 5893 \text{ \AA}$.

2.24. Інтерференційні смуги рівного нахилу у фокальній площині лінзи одержують при відбитті від плоскопаралельної пластинки, яка освітлюється монохроматичним джерелом світла S , розміщеним посередині між лінзою і пластинкою на відстані f від лінзи. Пряме

світло джерела на лінзу не потрапляє. Довжина світлової хвилі $\lambda = 6000 \text{ \AA}$, товщина пластинки $d = 1,6 \text{ мм}$; показник заломлення $n = 1,5$; фокусна відстань лінзи $f = 40 \text{ см}$, діаметр лінзи $D = 8 \text{ см}$. Скільки темних кілець можна спостерігати на екрані?

2.25. Якою має бути мінімальна товщина пластинки в попередній задачі, щоб можна було отримати принаймні одне темне кільце?

2.26. З лінзи з фокусною відстанню $f = 50 \text{ см}$ вирізали центральну частину шириною a . Обидві половини зсунули впритул. З одного боку лінзи розташували точкове джерело монохроматичного світла з довжиною хвилі $\lambda = 6000 \text{ \AA}$. З іншого боку лінзи розташували екран, на якому спостерігають інтерференційні смуги, відстань між сусідніми світлими смугами $\Delta x = 0,5 \text{ мм}$ і не змінюється при пересуванні екрана вздовж оптичної осі. Знайти a .

2.27. Знайти відносний зсув $\Delta l/l$ інтерференційних смуг, отриманих за допомогою пластинки Люмера-Герке, при зміні температури на 1°C . Товщина пластинки $h = 2 \text{ см}$, показник заломлення $n = 1,5$, температурний коефіцієнт лінійного розширення скла $\alpha = 8,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, довжина хвилі світла $\lambda = 500 \text{ нм}$. Залежністю показника заломлення від температури знехтувати.

2.28. В одне із плечей інтерферометра Майкельсона замість відбиваючого дзеркала поміщена непоглинаюча пластина з напівпрозорою передньою й дзеркальною задньою стінкою (рис. 2.9). Товщина пластини $d = 2 \text{ мм}$, показник заломлення $n = 5$, спектр падаючого випромінювання простирається від 0 до 110 ГГц . При переміщенні дзеркала в другому плечі детектор реєструє ряд піків інтенсивності випромінювання. Яка відстань між піками в одиницях довжини переміщення дзеркала?

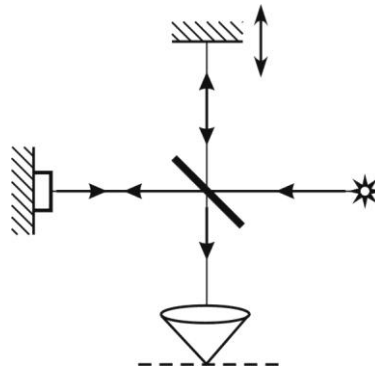


Рис. 2.9

Вказівка: Врахувати довжину когерентності.

- 2.29.** Визначити видність V інтерференційної картини в експерименті Юнга при використанні джерела світла, розмірами якого b неможливо знехтувати. Відстань від джерела до екрану з щілинами L , відстань між щілинами d . Середня довжина хвиль λ .
- 2.30.** На екран з двома вузькими паралельними щілинами падає світло променів Сонця. При якій відстані D між щілинами можуть спостерігатися інтерференційні смуги за екраном? Кутовий діаметр Сонця $\alpha \approx 0,01$ рад.
- 2.31.** Зображення Сонця отримане за допомогою лінзи з фокусною відстанню $f=50$ мм на отворі екрану (розмір отвору дорівнює величині зображення). За екраном розміщені дві вузькі паралельні щілини на відстані $D = 1$ мм один від одного. При якій відстані l між екраном та щілинами можуть спостерігатися інтерференційні смуги? Кутовий діаметр Сонця $\alpha \approx 0,01$ рад.
- 2.32.** Джерело світла S розташоване на відстані $L = 1$ м від тонкої слюдяної пластинки завтовшки $h = 0,1$ мм з показником заломлення $n = 1,4$ (див. рис. 2.10). На такій же відстані від пластинки розташовано невеликий екран E , орієнтований перпендикулярно відбитим променям, на якому спостерігаються інтерференційні смуги. Кут $\varphi = 60^\circ$. Знайти порядок m

інтерференційної смуги в центрі екрана і ширину Δl інтерференційних смуг. Оцінити допустимий розмір b і допустиму немонохроматичність $\Delta\lambda$ джерела, при якій ще буде помітним контраст інтерференційної картини.

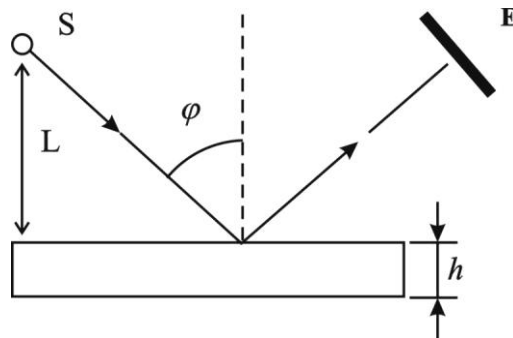


Рис. 2.10

Використовується світло з довжиною хвилі $\lambda = 560$ нм.

2.33. За допомогою зорової труби, встановленої на нескінченність, спостерігають інтерференційні смуги в тонкій плоскопаралельній скляній пластинці завтовшки $h=0,2$ мм з показником заломлення $n = 1,41$, при цьому кут спостереження φ може змінюватись від 0 до 90° (див. рис. 2.11). Знайти максимальний m_{\max} і мінімальний m_{\min} порядок інтерференційних смуг. Оцінити допустиму немонохроматичність $\Delta\lambda$ джерела, за якої будуть достатньо чітко спостерігатись всі інтерференційні смуги. Який допустимий розмір джерела світла в цьому інтерференційному досліді? Використовується світло з довжиною хвилі $\lambda = 560$ нм.

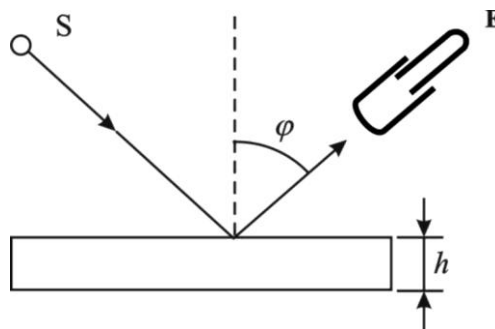


Рис. 2.11

2.34. В інтерференційній схемі (рис. 2.12) використовується квазімонохроматичне джерело світла S ($\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ см). Відбиваючі дзеркала розташовані симетрично відносно джерела S і екрана \mathcal{E} , на якому спостерігається інтерференція. Знайти: 1) ширину інтерференційної смуги Λ на екрані E , 2) область локалізації смуг на екрані, 3) максимальний і мінімальний порядок інтерференції й число спостережуваних смуг, 4) ступінь монохроматичності $\Delta\lambda$, при якій число спостережуваних смуг максимально, 5) припустимий розмір джерела b . Параметри схеми: $L = 1$ м, $2d = 2,5$ см, $D = 10$ см.

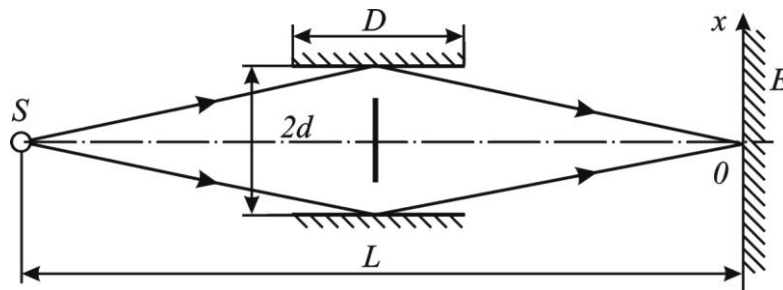


Рис. 2.12

2.35. Паралельний пучок світла від далеко розташованого джерела з довжиною хвилі $\lambda = 500$ нм падає на біпризму із заломлюючим кутом $\alpha = 10^{-2}$ рад і шириною $D = 2$ см, виконану зі скла з показником заломлення $n = 1,5$ (рис. 2.13). 1) На якій відстані L від біпризми потрібно розташувати екран, щоб на ньому можна було спостерігати максимально можливе число інтерференційних смуг? 2) Оцінити припустиму немонохроматичність $\Delta\lambda$ світла, необхідну для спостереження всіх смуг. 3) Оцінити припустимий кутовий розмір ψ джерела в цьому інтерференційному досвіді.

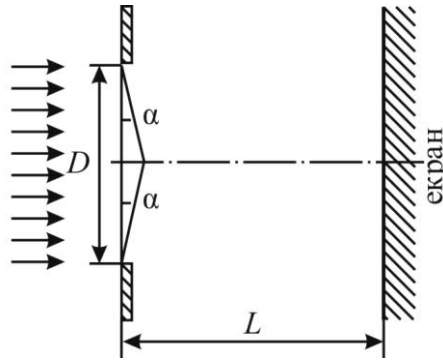


Рис. 2.13

2.36. З тонкої лінзи діаметром $D = 2,5$ см з фокусною відстанню $f = 50$ см вирізана центральна смужка шириною $a = 0,5$ см, після чого обидві половини лінзи зсунуті (білінза). Джерело світла S з довжиною хвилі $\lambda = 500$ нм розташовується на осі системи у фокальній площині лінзи (рис. 2.14). 1) На якій відстані L від білінзи потрібно розташувати екран, щоб на ньому можна було спостерігати максимально можливе число інтерференційних смуг? Визначити ширину Λ інтерференційних смуг і їхнє число. 2) Оцінити припустиму немонохроматичність $\Delta\lambda$ джерела світла в цьому інтерференційному експерименті, необхідну для спостереження всіх смуг. 3) Оцінити припустимий розмір b джерела світла.

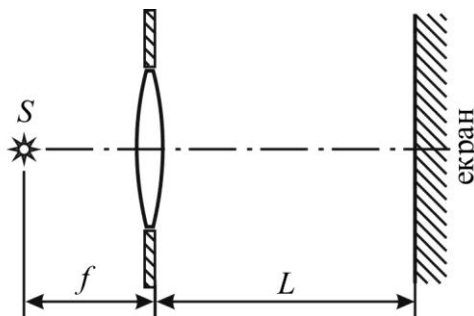


Рис. 2.14

2.37. Біпризма освітлюється монохроматичним світлом з довжиною хвилі $\lambda = 500$ нм від далеко розташованого протяжного джерела з кутовим розміром $\psi = 10^{-3}$ рад. Заломлюючий кут біпризми $\alpha = 5 \cdot 10^{-3}$ рад, показник заломлення $n = 1,5$. Визначити видимість інтерференційних

смуг, спостережуваних на екрані, залежно від відстані L між екраном і біпризмою (рис. 2.15). При яких значеннях L інтерференційні смуги розмиваються? Розмір біпризми вважати досить великим. Джерело можна вважати рівномірно випромінюючою смужкою, що паралельна ребру біпризми.

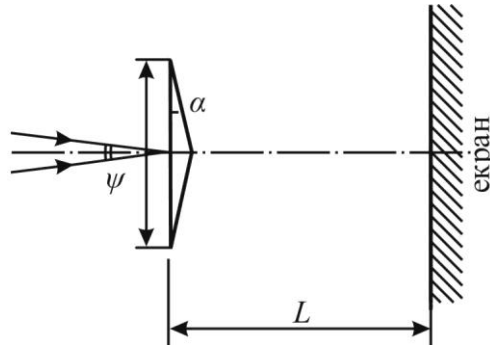


Рис. 2.15

2.38. При освітленні еталона Фабрі - Перо розбіжним пучком монохроматичного світла (λ) у фокальній площині лінзи виникає багатопроменева інтерференційна картина - система концентричних тонких світлих кілець. Товщина еталона дорівнює d . Визначити, як залежить від порядку інтерференції m : а) розташування кілець (по їх номеру від центра); б) кутова ширина відстаней між кільцями.

Вказівка. Оцінити знаки похідної $\frac{dK}{dm} = \frac{dK}{d\varepsilon'_2} \frac{d\varepsilon'_2}{dm}$ й збільшення $\Delta\varepsilon'_2$ при

$\Delta m = 1$ (K - порядковий номер кільця від центра картини).

3. ДИФРАКЦІЯ СВІТЛА

3.1. Загальні відомості

Дифракція світла - явище, яке спостерігається при поширенні світлової хвилі в місцях з різкими локальними амплітудними або фазовими неоднорідностями й пов'язане з порушенням основних законів геометричної оптики. Вона проявляється у вигляді дифракційної картини,

що є результатом інтерференції хвиль, які дифрагували під різними кутами на границі неоднорідностей.

Розрізняють два види дифракції: дифракцію Френеля, що спостерігається в сферичних хвилях у ближній зоні, і дифракцію Фраунгофера, що спостерігається в плоских хвилях у далекій зоні.

Дифракція Френеля

Метод зон Френеля дозволяє виразити амплітуду результуючого поля в довільній точці спостереження P (рис. 3.1) знакозмінним рядом через амплітуди, створювані в цій точці окремими зонами, вирізаними у хвильовому фронті S , створеному точковим монохроматичним джерелом S_0 :

$$E_0(P) = E_{01} - E_{02} + E_{03} - E_{04} + \dots \pm E_{0m} \mp \dots \quad (3.1)$$

де E_{0m} - амплітуда m -ї зони, що повільно убиває зі збільшенням порядкового номера ($m = 1, 2, 3, \dots$).

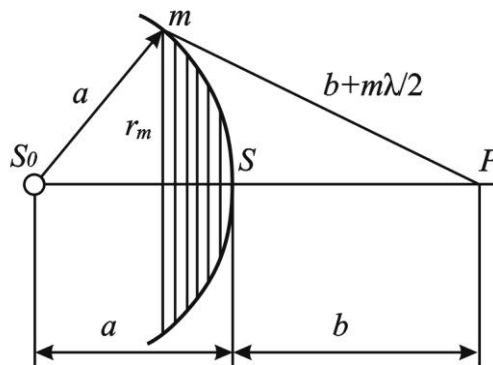


Рис. 3.1

Радіуси основ зон Френеля

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda} \quad (3.2)$$

де a і b – відстані від фронту хвилі S до джерела S_0 і точки спостереження P відповідно; λ - довжина хвилі, випромінюваної джерелом S_0 .

Коли між S_0 і P є вільний простір, підсумовування ряду (3.1) дає

$$E_0(P) = \frac{1}{2} E_{01} \quad (3.3)$$

тобто світловий вплив у точці P створює хвиля, що пройшла тільки через центральну половину (за площею) першої зони Френеля.

Коли між джерелом S_0 і точкою P встановлений непрозорий екран з отвором радіуса R (рис. 3.2), амплітуда поля в центрі на екрані спостереження

$$E_0(P) = \frac{1}{2} (E_{01} \pm E_{0m}) \quad (3.4)$$

де m - число зон Френеля, відкритих отвором:

$$m = \frac{R^2}{\lambda} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \quad (3.5)$$

при m непарному - знак "+", при m парному - знак "-", Якщо екран з отвором замінити непрозорим диском радіуса R (дифракція Френеля на круглому диску), амплітуда світлового вектора в центрі кола тіні на екрані спостереження (пляма Пуассона)

$$E_0(P) = \frac{1}{2} E_{0,m+1} \quad (3.6)$$

де m - число перших зон Френеля, закритих диском.

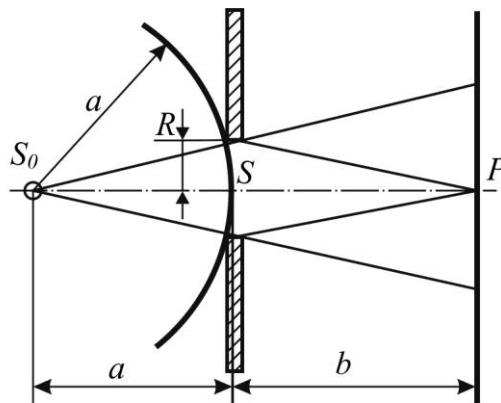


Рис. 3.2

Фокусні відстані зонної пластинки Френеля визначаються залежністю

$$f_m = \frac{r_m^2}{m\lambda}, \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad (3.7)$$

Дифракція Фраунгофера

Кутове положення мінімумів інтенсивності при дифракції Фраунгофера від щілини, на яку нормально падає плоска монохроматична хвиля, знаходиться за умовою

$$b \sin \varphi_{\min} = \pm m_1 \lambda \quad (3.8)$$

де b - ширина щілини; φ_{\min} - кут дифракції, у напрямку якого $J(\varphi_{\min}) = 0$; m_1 - число мінімумів; $m_1 = 1, 2, \dots, [b/\lambda]$

Кутове положення головних максимумів (спектральних ліній) дифракційної ґратки, яка освітлюється нормально падаючою плоскою монохроматичною хвилею:

$$d \sin \varphi_{\max} = \pm m \lambda \quad (3.9)$$

де d - період ґратки; φ_{\max} - кут дифракції, у напрямку якого $J(\varphi_{\max}) = N^2 J_0$; m - порядок спектра, $m = 0, 1, 2, 3, \dots$; N - загальне число штрихів (щілин) у решітці; J_0 - інтенсивність, що створюється однією щілиною.

Спектральні характеристики дифракційної ґратки:

кутова дисперсія ґратки

$$D = \frac{\delta \varphi}{\delta \lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi} = \frac{m}{\sqrt{d^2 - (m\lambda)^2}} \quad (3.10)$$

лінійна дисперсія (рис. 3.3) спектрального приладу з дифракційною ґраткою

$$D_\lambda = \frac{\delta l}{\delta \lambda} = f' \frac{\delta \varphi}{\delta \lambda} = f' \frac{m}{d \cos \varphi} \quad (3.11)$$

де f' - задня фокусна відстань об'єктива приладу;

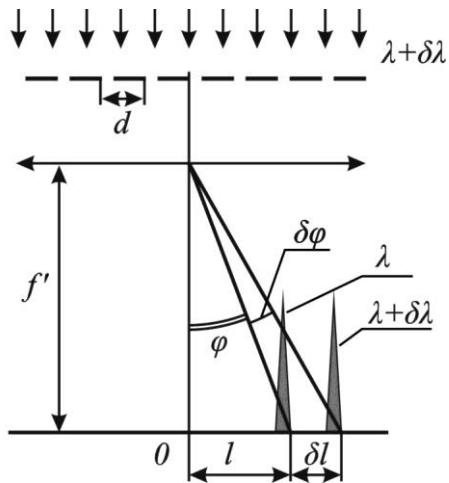


Рис. 3.3

роздільна здатність ґратки

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN; \quad (3.12)$$

область вільної дисперсії ґратки

$$\Delta\lambda = \lambda / m \quad (3.13)$$

Гранична кутова роздільна здатність об'єктива за рахунок дифракції визначається виразом

$$\delta\lambda_{\text{гр}} = 1,22 \frac{\lambda}{D} \quad (3.14)$$

де D - діаметр оправы об'єктива або його апертурної діафрагми.

Гранична лінійна роздільна здатність об'єктива мікроскопа за рахунок дифракції визначається виразами:

$$l = 0,61 \frac{\lambda}{n \sin \sigma}, \quad (3.15)$$

якщо предмет сам випромінює,

а при підсвічуванні предмета

$$l = 0,5 \frac{\lambda}{n \sin \sigma} \quad (3.15a)$$

де n - показник заломлення середовища між предметом і об'єктивом; $\sin \sigma$ - апертура об'єктива; σ - апертурний кут об'єктива в просторі предметів.

Дифракція рентгенівських променів на кристалічній ґратці
використовується в рентгенівській спектроскопії і рентгеноструктурному аналізі. Умовою інтерференційного підсилення променів, відбитих від паралельних атомних площин (рис.3.4), є умова Бреґа-Вульфа:

$$2d \sin \alpha = m\lambda, \quad (3.16)$$

де d – відстань між атомними площинами, α - кут ковзання світла.

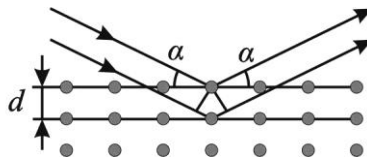


Рис. 3.4. Дифракція на кристалічній ґратці

3.2. Приклади розв'язування задач

3.1. На діафрагму із круглим отвором діаметром 6 мм нормально падає плоска монохроматична хвиля (600 нм). За діафрагмою на відстані 3 м від неї знаходиться екран спостереження. а) Скільки зон Френеля вкладаються в отворі діафрагми? б) Яким буде центр дифракційної картини на екрані: темним або світлим? в) Інтенсивність світла в центрі картини в порівнянні з інтенсивністю при відсутності екрана. г) При якому радіусі отвору діафрагми в центрі картини буде найбільш темна пляма? д) Яким буде центр тіні на екрані, якщо діафрагму з отвором замінити непрозорим диском того ж діаметра? е) На які відстані потрібно відсунути екран спостереження від диска, щоб інтенсивність світла в плямі Пуассона була не менше, ніж у попередньому пункті.

Дано: $\lambda = 0.6 \cdot 10^{-3}$ мм; $R = 3$ мм; $a = \infty$; $b = 3 \cdot 10^3$ мм.

Визначити: а) m б) $E_0(P)$; в) J_p ; г) R при $E_0(P) = 0$; д) $E_0(P)$ для диска; е) b_m .

Розв'язок:

Зобразимо схему - рис. 3.5.

а). Число зон Френеля, що укладаються в отворі діафрагми, визначаємо по формулі (2.5) при $a = \infty$:

$$m = \frac{R^2}{b\lambda} \quad (3.17)$$

$$m = 5$$

б) Амплітуду поля в точці P при $m = 5$ знаходимо за формулою (3.4)

$$E_0(P) = \frac{1}{2}(E_{01} + E_{05})$$

Оскільки вона не дорівнює нулю, у точці P буде світла пляма.

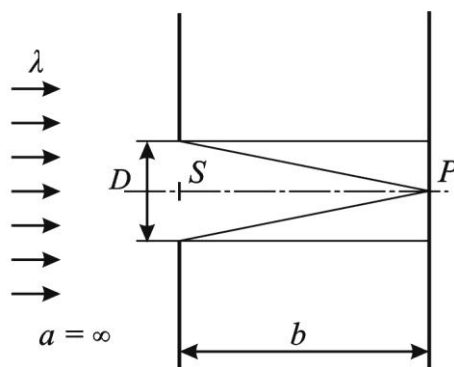


Рис. 3.5

в) При відсутності діафрагми амплітуда світлового вектора в точці P дорівнює $0,5 E_{01}$, а відповідна їй інтенсивність дорівнює J_0 . Оскільки $m = 5$ невелике, E_{05} буде незначно менше E_{01} і можна прийняти $E_0(P) = \frac{1}{2}(E_{01} + E_{05}) \approx E_{01}$. Таким чином, за рахунок дифракції на отворі діафрагми амплітуда $E_0(P)$ зростає майже вдвічі. Отже, інтенсивність повинна зрости в 4 рази ($J_p \approx 4 J_0$).

г) Відповідно до формули (3.4) у точці P буде темно при парному числі зон, що відкриті отвором діафрагми ($m = 2, 4, 6, \dots$), а найбільш темно при найменшому їхньому числі ($m = 2$).

Радіус отвору діафрагми визначаємо з формули (3.17):

$$R = \sqrt{bm\lambda} \quad (3.18)$$

У цьому випадку $R = 1,89$ мм.

д) Амплітуда світлового вектора в центрі дифракційної картини за непрозорим диском при $m = 5$ закритих їм зон Френеля визначається по формулі (3.6).

Оскільки E_{06} за абсолютним значенням не набагато менше E_{01} , у точці P буде світла пляма (пляма Пуассона) з інтенсивністю, трохи меншої J_0 .

е) Оскільки амплітуди E_{06} повільно спадають зі зростанням m , інтенсивність світла в плямі Пуассона не менше, ніж у попередньому випадку, і буде спостерігатися при цілих $m < 5$, тобто при $m = 4$, або $m = 3$, або $m = 2$, або $m = 1$. Відповідні ним значення відстані від диска до екрана

$$\text{визначаємо по формулі (3.17): } b_m = \frac{R^2}{m\lambda} \quad (3.19)$$

Обчислення дають: $b_4 = 3,75$ м; $b_3 = 5$ м; $b_2 = 7,5$ м; $b_1 = 15$ м.

Таким чином, найбільш світло в плямі Пуассона буде при $m = 1$ і $b = 15$ м, коли $E_0(P) = 0,5E_{01}$.

3.2. На відстані від точкового джерела S електромагнітної хвилі нескінченний ідеально відбиваючий екран AB (рис. 3.6). Використовуючи векторну діаграму, знайти як зміниться інтенсивність відбитої хвилі у точці S , якщо з екрана вирізати диск CD з центром в основі перпендикуляра, опущеного з S на площину екрана, та змістити цей диск у напрямі до джерела на одну дванадцятую довжини хвилі? Площа диска складає одну третину від площі першої зони Френеля. Як зміниться результат, якщо зміщення виконати у зворотньому напрямі на ту ж величину?

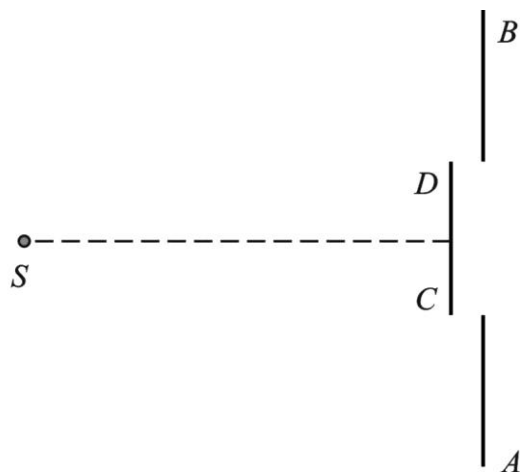


Рис. 3.6

Розв'язок:

Коливання від усіх зон Френеля зображуються вектором OC (рис. 3.7), коливання від третини першої зони – вектором OA . Вектор AC відповідає коливанню, що викликане хвилями, які відбилися від зовнішньої частини екрану, розташованої за отвором CD (рис. 3.6). Ці три вектори утворюють рівносторонній трикутник, якщо знехтувати зменшенням радіуса витка спіралі на одному обороті. При зміщенні центрального диска до джерела на $\frac{\lambda}{12}$ фаза відбитої ним хвилі збільшиться на $2\frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{3}$, і коливання зобразиться вектором, який рівний та протилежно напрямлений вектору AC . Інтенсивність всієї відбитої хвилі у точці S дорівнюватиме нулю. При зміщенні диска CD у протилежний бік фаза коливання OA зменшиться на $\frac{\pi}{3}$ і вектор OA повернеться у положення OC . Результуюче коливання знайдеться додаванням векторів AC та OC . Таким чином знайдемо, що амплітуда коливань у точці S збільшиться у $\sqrt{3}$ рази, а інтенсивність – втричі.

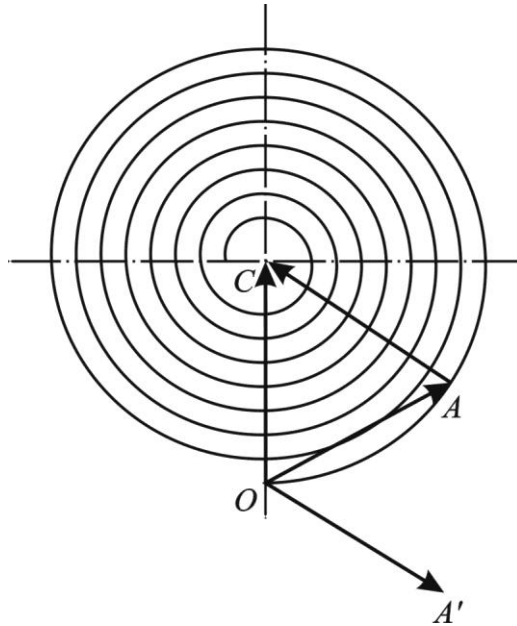


Рис. 3.7

3.3. Плоска монохроматична хвиля ($0,569 \text{ мкм}$) нормально падає на екран із щілиною шириною 2 мкм . а) Скільки спостерігається додаткових максимумів у дифракційній картині? б) Яка кутова ширина зображення джерела світла? в) Яка лінійна ширина цього зображення на екрані, якщо воно створене лінзою з фокусною відстанню 1 м ?

Дано: $b = 2 \text{ мкм}$; $\lambda = 0,589 \text{ мкм}$; $f_1 = 1 \text{ м}$.

Визначити: а) K ; б) $\delta\varphi_0$ в) δl_0 .

Розв'язок:

Схема - рис. 3.8.

а) Число додаткових максимумів K повинне бити на одиницю менше числа мінімумів ($K = m_l - 1$).

З умови мінімумів (3.8)

$$\sin \varphi_{\min} = m_l \lambda / b$$

звідки $m_l \lambda / b \leq 1$ і $m_l \leq b / \lambda = 3,4$; $m_l = 3$, тоді $K = 2$,

тобто видимими є три перших мінімуми й два додаткових максимуми з обох сторін від основного.

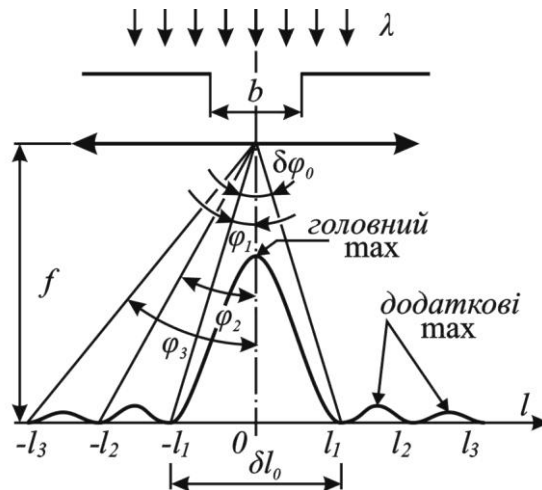


Рис. 3.8

б) Кутова ширина дифракційного зображення джерела дорівнює кутовій ширині головного максимуму:

$$\delta\varphi_0 = 2\varphi_1 = 2 \arcsin(\lambda / b) \quad (3.20)$$

$$\delta\varphi_0 = 34^\circ 15' 19''$$

в) Лінійна ширина дифракційного зображення

$$\delta l_0 = 2l_1 = 2f' \operatorname{tg}(\varphi_1) \quad (3.21)$$

$$\delta l_0 = 61,6 \text{ см.}$$

3.4. Дифракційна ґратка освітлюється нормально падаючим паралельним пучком світла (500 нм). Відстань між першими головними максимумами, спроектованими лінзою ($f' = 1$ м) на екран, дорівнює 20,2 см. База ґратки 10 см. Визначити: а) період ґратки; б) число штрихів на 1 мм; в) кутову й лінійну ширину головного максимуму; г) кутову й лінійну дисперсії ґратки в спектрі першого порядку; д) роздільну здатність ґратки в спектрі першого порядку.

Розв'язок:

Схема. - рис. 3.9.

Дано: $\lambda = 0,5 \cdot 10^{-4}$ см; $l = 20,2$ см, $m = 1$; $f' = 10^2$ см; $B = 10$ см.

Визначити: а) d ; б) $1/d$; в) $\delta\varphi_0$ і δl_0 ; г) D, D_λ ; д) R .

а) З умови головних максимумів дифракційної ґратки (3.9) при $m = 1$ одержуємо $\alpha = \frac{\lambda}{\sin \varphi_1}$.

З рис. 3.9 $\sin \varphi_1 \approx \tan \varphi_1 \equiv l / 2f' \Rightarrow d \cong 2 \frac{\lambda}{l} f' = 4,95 \text{ мкм}$.

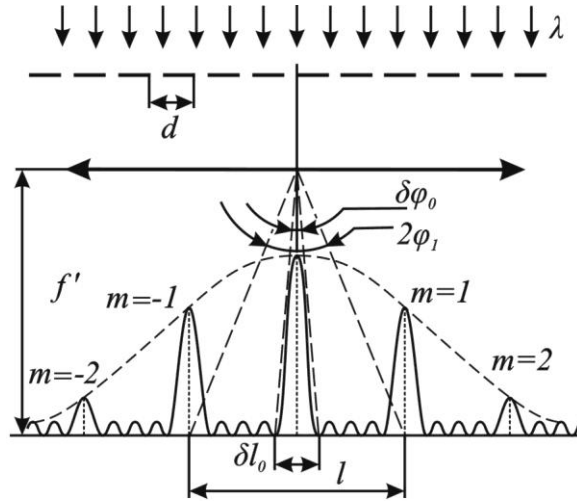


Рис. 3.9

Кут дифракції, під яким видно перший головний максимум $\varphi_1 = \arcsin(\lambda / d) = 5,798^\circ$, малий, тому заміна \sin на \tan припустима.

б) Число штрихів на 1 мм ґратки $d^{-1} = 202 \text{ мм}^{-1}$

в) Кутова ширина головного максимуму – кут між напрямками на найближчі до нього мінімуми: $\delta\varphi_0 = 2\delta\varphi_{1\min}$. З умови мінімумів

$$\sin \varphi_{\min} = (m + P / N) \frac{\lambda}{d} \quad (3.22)$$

де m - порядок спектра; P - порядковий номер мінімуму, $P = 1, 2, \dots, (N - 1)$; N – загальне число штрихів ґратки, знаходимо для першого мінімуму ($P = 1$) при $m = 0$; $\sin \varphi_{1\min} = \frac{\lambda}{Nd}$.

Приймаючи за малості кута $\sin \varphi_{1\min} = \varphi_{1\min}$, одержуємо

$$\delta\varphi_0 = 2 \frac{\lambda}{Nd} = 2 \frac{\lambda}{B} \quad (3.23)$$

Звідки маємо $\delta\varphi_0 = 2,06''$

Лінійна ширина головного максимуму на екрані $\delta l_0 = f'\delta\varphi_0 = 0,01$ мм

Вказівка. Мала ширина головних максимумів обумовлює високу роздільну здатність дифракційних ґраток.

г) Кутову дисперсію (див. рис. 3.3) визначаємо за формулою (3.10)

при $m = 1$:

$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{m}{\sqrt{d^2 - (m\lambda)^2}} = 0,2 \text{ рад} \cdot \text{мкм}^{-1}$$

Такий же результат дає формула $D = m/d \cos\varphi$ для спектра першого порядку $\cos\varphi \cong 1$. $D_\lambda = fD = 0,2 \cdot 10^2 \text{ см} \cdot \text{мкм}^{-1}$

в) Роздільну здатність визначаємо за формулою (3.12):

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN = mB/d = 2,02 \cdot 10^5 \quad (3.24)$$

Границя спектрального розділення ґратки: $\delta\lambda = \frac{\lambda}{R} = 0,247 \cdot 10^{-5} \text{ мкм}$.

3.5. Роздільну здатність інтерферометра Фабрі–Перо можна визначити, використовуючи наступний критерій. Для розділення двох спектральних ліній λ та λ' необхідно, щоб в інтерференційній картині, яку дає інтерферометр, ці лінії були розведені на відстань не меншу півширини лінії. Користуючись цим критерієм, знайти вираз для роздільної здатності інтерферометра Фабрі – Перо.

Розв'язок:

Нехай ρ - коефіцієнт відбиття світла (за інтенсивністю) від кожної посрібленої поверхні пластин інтерферометра. (Останні для простоти на рис. 3.10 зображені математичними площинами.) Якщо I_0 - інтенсивність світла, що падає, то інтенсивності жмутьків, що пройшли, 1, 2, 3, ... будуть

$$\begin{aligned}
I_1 &= (1 - \rho)^2 I_0, \\
I_2 &= \rho^2 (1 - \rho)^2 I_0, \\
I_3 &= \rho^4 (1 - \rho)^2 I_0, \\
&\dots\dots\dots
\end{aligned}$$

а відповідні амплітуди

$$\begin{aligned}
A_1 &= (1 - \rho) A_0, \\
A_2 &= \rho (1 - \rho) A_0, \\
A_3 &= \rho^2 (1 - \rho) A_0, \\
&\dots\dots\dots
\end{aligned}$$

де A_0 – амплітуда світла, що падає. Кожний жмуток світла затримується по фазі відносно попереднього на $\Delta = \frac{2h}{\lambda} \cos \varphi$, де h – відстань між площинами інтерферометра, що відбивають, а φ – кут падіння. З урахуванням фазової затримки амплітуда результуючого коливання для хвилі, що пройшла, описується геометричною прогресією:

$$A = A_0 (1 - \rho) (1 + \rho e^{-i\Delta} + \rho^2 e^{-2i\Delta} + \dots) = \frac{A_0 (1 - \rho)}{1 - \rho e^{-i\Delta}},$$

а інтенсивність
$$I = \frac{A_0^2 (1 - \rho)^2}{(1 - \rho e^{-i\Delta})(1 - \rho e^{i\Delta})} = \frac{A_0^2 (1 - \rho)^2}{(1 - \rho)^2 + 4\rho \sin^2(\frac{\Delta}{2})}.$$

Коли $\Delta = (2m + 1)\pi$, цей вираз мінімальний: $I_{\min} = I_0 \left(\frac{1 - \rho}{1 + \rho} \right)^2$, або

$I_{\min} \approx \frac{I_0}{4} (1 - \rho)^2 \approx 0$, оскільки коефіцієнт відбивання ρ близький до одиниці.

Коли $\Delta = 2m\pi$, величина I досягає максимуму: $I_{\max} = I_0$. Коли

$(1 - \rho)^2 + 4\rho \sin^2 \frac{\Delta}{2} = 2(1 - \rho)^2$, тобто $4\rho \sin^2 \frac{\Delta}{2} = (1 - \rho)^2$, то максимальна

інтенсивність зменшується вдвічі. У максимумі $\Delta = 2m\pi$; у точці, де

$I = \frac{I_{\max}}{2}$, $\Delta = 2m\pi + \delta\Delta$, причому $4\rho^2 \sin^2 \frac{\delta\Delta}{2} (1 - \rho)^2$. Оскільки ця величина мала

у порівнянні з одиницею, то синус можна замінити самим кутом та таким чином отримати $\delta\Delta = \frac{1-\rho}{\sqrt{\rho}}$.

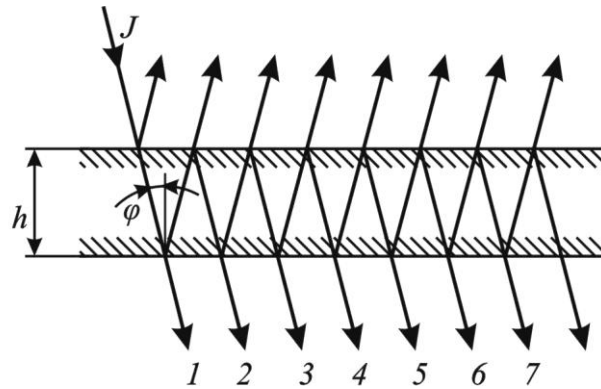


Рис. 3.10.

Нехай для кута падіння φ інтенсивність лінії з довжиною хвилі λ дорівнює половині максимальної. Тоді

$$\frac{2h \cos \varphi}{\lambda} = 2\pi n + \delta\Delta.$$

Для довшої хвилі λ' та того ж кута падіння інтенсивність буде також дорівнювати половині максимальної за умови

$$\frac{2h \cos \varphi}{\lambda'} = 2\pi n - \delta\Delta.$$

Тоді відстань між максимумами обох ліній якраз виявиться рівною напівширині лінії, тобто максимальній відстані, яка розділяється інтерферометром. В цьому випадку $\lambda(2\pi n + \delta\Delta) = \lambda'(2\pi n - \delta\Delta)$, звідки

$$\frac{\lambda + \lambda'}{\lambda - \lambda'} = \frac{2\pi n}{\delta\Delta} = \frac{2\pi n}{1-\rho} \sqrt{\rho},$$

враховуючи близькість ліній λ та λ'

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{m\pi}{1-\rho} \sqrt{\rho} \approx \frac{m\pi}{1-\rho} \approx \frac{\pi}{1-\rho} \frac{2h}{\lambda}.$$

Цей вираз можна записати у тому ж вигляді, що і для дифракційної ґратки, тобто $\frac{\lambda}{\delta\lambda} = N_{ef} m$. Роль ефективного числа штрихів грає величина

$N_{ef} = \frac{\pi}{1-\rho}$. Отримані результати справедливі і для випадку, коли інтерферометр працює у відбитому світлі.

3.3. Контрольні запитання і задачі

- 3.1. Чому світла пляма Пуассона в центрі круглої тіні від непрозорого диска на екрані спостерігається рідко?
- 3.2. Сутність властивості подібності дифракції. Що характеризує параметр дифракції?
- 3.3. Будова зонно-фазової пластинки. Її перевага перед зонною пластинкою Френеля.
- 3.4. Як зміниться кутова ширина основного максимуму в дифракційній картині за щілиною при зменшенні вдвічі: а) ширини щілини; б) довжини хвилі?
- 3.5. Як виражається умова головних максимумів дифракційної ґратки при падінні на неї плоскої хвилі під кутом, відмінним від нуля?
- 3.6. Шляхи підвищення роздільної здатності: а) дифракційних ґраток; б) об'єктивів телескопів; в) об'єктивів мікроскопів.

Дифракція Френеля

- 3.7. Дифракційна картина спостерігається на відстані 4 м від точкового джерела ($\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м). Посередині між джерелом і екраном встановлена діафрагма із круглим отвором. При якому радіусі отвору центр світлого кола на екрані буде: а) найбільш темним; б) найбільш світлим?
- 3.8. Плоска монохроматична хвиля (0,5 мкм) з інтенсивністю J_0 нормально падає на діафрагму із круглим отвором діаметра 2 мм. а) Знайти відстань b_1, b_2, b_3, \dots від діафрагми до точок P_1, P_2, P_3, \dots на осі отвору, для яких в отворі укладається 1, 2, 3, ..., зон Френеля, б) Побудувати приблизно графік залежності $J_p(b)$.

- 3.9.** Паралельний монохроматичний пучок світла ($0,6 \text{ мкм}$) падає нормально на діафрагму із круглим отвором діаметра $1,2 \text{ м}$. На відстані 15 см за діафрагмою на осі отвору спостерігається темна пляма. На яку мінімальну відстань Δb необхідно зміститися від цієї точки уздовж осі отвору, віддаляючись від нього, щоб у центрі дифракційної картини знову спостерігалася темна пляма?
- 3.10.** На шляху плоскої монохроматичної хвилі встановлюється непрозора ширма із секторним вирізом. Створювана нею дифракційна картина із центром у точці P спостерігається на екрані, розташованому за ширмою на деякій відстані. Інтенсивність світла в точці P екрана при відсутності ширми дорівнює J_0 . Знайти інтенсивність світла в точці P екрана при різних типах ширм, зображених на рис. 3.11. Радіуси закруглень на ширмах 5-8 збігаються з радіусом першої зони Френеля.

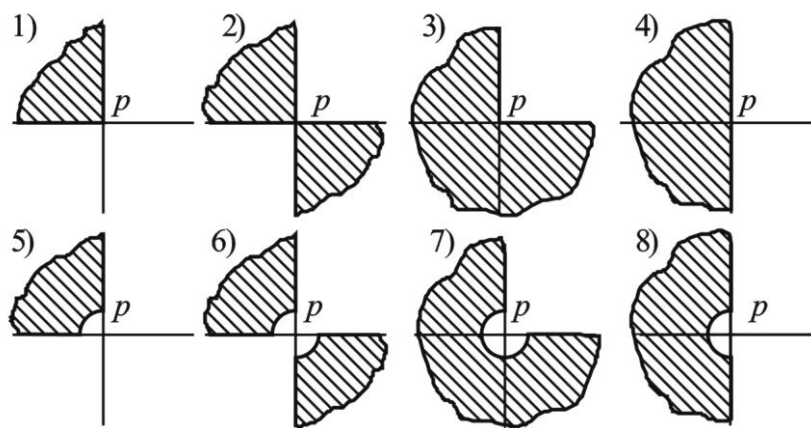


Рис. 3.11

- 3.11.** Між точковим монохроматичним джерелом світла й точкою спостереження перпендикулярно до лінії, яка з'єднує їх, помістили екран, що складається із секторів двох кругів (рис. 3.12). Радіус одного з них дорівнює радіусу 1-ї зони Френеля, іншого – радіусу 2-ї зони Френеля. Визначити інтенсивність світла в точці спостереження, якщо

за відсутності екрана вона дорівнює J_0 . Розглянути екрани, зображені на рис. 3.12а й 3.12б.

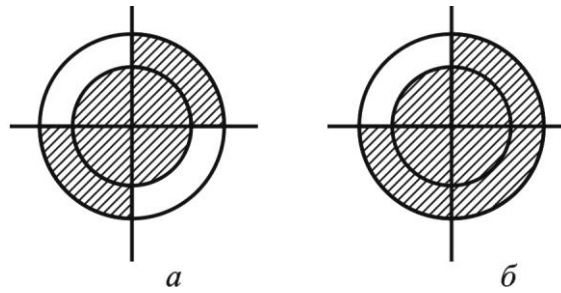


Рис. 3.12

3.12. Вдалині від точкового джерела S розміщений нескінченний ідеально відбиваючий екран. З екрана видалений диск діаметром $d_1 = 2r_1\sqrt{2/3}$, де r_1 – радіус 1-ї зони Френеля, і поставлений інший диск діаметром $d_2 = d_1/\sqrt{2}$. Знайти інтенсивність J відбитої хвилі в точці S , якщо диск діаметром d_2 розміщений в площині екрана.

3.13. На білій стіні спостерігають тінь від прямолінійного краю AB непрозорого екрана, який освітлюють паралельним монохроматичним жмутком променів, перпендикулярним до екрана ($\lambda = 5000 \text{ \AA}$). Площини стіни й екрана паралельні, відстань між ними $b = 4 \text{ м}$. На краю екрана виточене заглиблення, що має форму півкола радіусом $r = 1 \text{ мм}$ (рис. 3.13). Як зміниться інтенсивність світла в точці стіни, що є геометричною тінню центра O відповідного кола, в порівнянні з інтенсивністю в тій же точці, коли заглиблення не було?

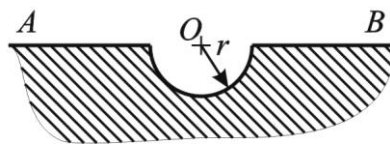


Рис. 3.13

3.14. Паралельний жмуток монохроматичного світла нормально падає з повітря на плоску поверхню діелектрика. Визначити максимальну

величину напруженості електричного поля у діелектрику E_{\max} . Оцінити відстань l від поверхні діелектрика до точки, у якій поле максимальне. Діаметр світлового жмутка $D = 0,1$ см, довжина світлової хвилі у повітрі $\lambda = 0,5$ мкм, інтенсивність світла у жмутку $I = 1$ кВт/см², показник заломлення діелектрика $n = 2$.

3.15. Радіус п'ятого кільця зонної пластинки для монохроматичної сферичної хвилі (500 нм) дорівнює 1,5 мм. Визначити: а) фокусну відстань зонної пластинки; б) радіус першого кільця пластинки; в) що відбудеться, якщо простір за пластинкою заповнити водою?

3.16. Основна фокусна відстань зонної пластинки дорівнює f_0 . Знайти її інші фокусні відстані.

Вказівка. Основна фокусна відстань зонної пластинки $f_0 = r_1^2 / \lambda$, якщо в радіусі r_1 укладається одна зона.

3.17. Зонна пластинка, вирізана зі скла з показником заломлення n , являє собою тіло обертання, переріз якого показано на рис. 3.14. Пластинка поміщена в непрозору оправу. Радіуси сходів $r_1 = 2$, $r_2 = 4$, $r_3 = 6$ мм. Товщина сходів h однакова. Визначити максимальну фокусну відстань f_{\max} пластинки для світла з довжиною хвилі $\lambda = 500$ нм. Указати, при якій товщині h інтенсивність у фокусі буде найбільшою. Який максимальний виграш в інтенсивності буде давати така система?

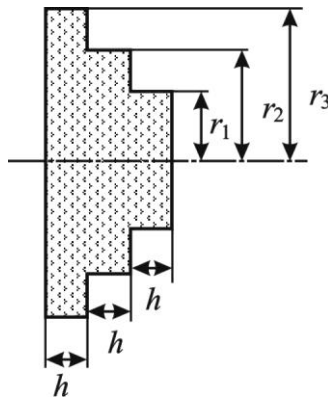


Рис. 3.14

3.18. Потрібно виготовити відбиваючу зонну пластинку на ввігнутому сферичному дзеркалі з кільцевими зонами Френеля. Знайти радіус m -ї зони r_m , якщо джерело світла й точка спостереження розташовані на осі дзеркала на відстанях a й b відповідно від його вершини, причому $a \leq R \leq b$, $r_m \ll a$, де R – радіус кривизни поверхні дзеркала.

Дифракція Фраунгофера

3.19. На щілину шириною $2 \cdot 10^{-3}$ см нормально падає плоска хвиля (5000 \AA), а) Знайти число мінімумів, б) Визначити ширину дифракційного зображення джерела на екрані, віддаленому від щілини на 1 м. в). При якій ширині щілини ширина зображення на екрані буде дорівнює 15 см?

3.20. При нормальному падінні пучка світла на дифракційну ґратку жовта лінія натрію (589 нм) у спектрі першого порядку видна під кутом дифракції $17^\circ 08'$. Деяка інша лінія в спектрі другого порядку видна під кутом $24^\circ 12'$. Визначити число штрихів на 1 мм ґратки й довжину хвилі другої лінії.

3.21. Дифракційна ґратка освітлюється нормально падаючим світлом від *He*-розрядної трубки. Відлік по лімбу гоніометра положень фіолетової лінії (0,389 мкм) у спектрах першого порядку по обидві сторони від нульового максимуму дали значення $27^\circ 33'$ і $36^\circ 27'$. Відлік по лімбу для червоної лінії в спектрах першого порядку дали відповідно $23^\circ 54'$ і $40^\circ 06'$. Визначити період ґратки й довжину хвилі червоної лінії в спектрі гелію.

Вказівка. Спочатку визначити кут по лімбу для нульового максимуму, а від нього вже відраховувати кути дифракції.

3.22. Дифракційна ґратка освітлюється нормально падаючим білим світлом (400...760) нм. Чи будуть взаємно перекриватися спектри: а) першого й другого порядків? б) другого й третього порядків?

3.23. Чому дорівнює період ґратки шириною 3 см, якщо вона може розділити в спектрі першого порядку спектральні лінії калію 404,4 і 404,7 нм?

3.24. Прозора періодична структура, профіль якої зображений на рис. 3.15, освітлюється зверху плоскою монохроматичною хвилею, що падає нормально на верхню границю. Ширина уступів і впадин структури однакова. При заданому показнику заломлення n підібрати глибину h таким чином, щоб головні фраунгоферові дифракційні максимуми 1-го порядку мали найбільшу інтенсивність. Яка при цьому інтенсивність нульового головного максимуму?

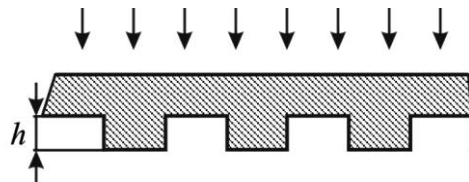


Рис. 3.15

3.25. Розрахувати та проаналізувати дифракційну картину за нормального падіння світла на пилкоподібну ґратку (рис.3.16). Ґратку виготовлено із скла з показником заломлення n . Кількість зубців дорівнює N , $a \gg h$, довжина хвилі світла λ .

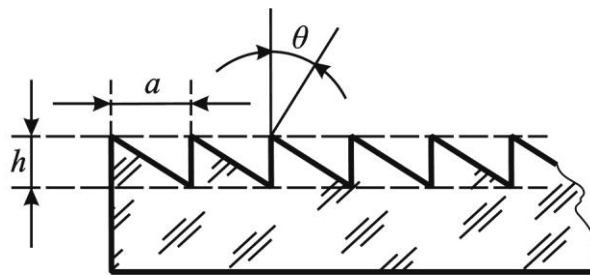


Рис. 3.16

3.26. Чи змінюється роздільна здатність і дисперсійна область дифракційної ґратки, якщо, закріпивши нерухомо трубу, у яку спостерігаються дифракційні спектри, закрити через одну щілини ґратки?

Роздільна здатність оптичних приладів. Спектральні прилади.

- 3.27. На якій найбільшій відстані можна розрізнити два стовпи, які знаходяться на відстані 1 м один від одного? а) неозброєним оком, діаметр зіниці ока прийняти рівним 3 мм; б) за допомогою зорової труби, діаметр об'єктива якої дорівнює 38 мм; в) обчислити кутовий діаметр плями дифракції для ока й зорової труби.
- 3.28. Яка найменша відстань між двома точками на Місяці може розділити телескоп з діаметром об'єктива 5 м? Довжину хвилі прийняти рівної 0,55 мкм, а середня відстань від Землі до Місяця $3,684 \cdot 10^8$ м. Визначити кутовий діаметр плями дифракції телескопа.
- 3.29. При аерофотографуванні місцевості використовується об'єктив з фокусною відстанню $f = 10$ см і діаметром $D = 5$ см. Зйомка ведеться на фотоплівку, що має роздільну здатність $R = 100$ мм⁻¹. Визначити, які деталі місцевості можуть бути розрізнені на фотографіях, якщо зйомка велася з висоти $h = 10$ км.
- 3.30. Сучасні фотоплівки здатні розділяти до $z = 10^4$ ліній/см. Яку світлосилу (тобто відношення квадратів діаметра D і фокусної відстані f) повинен мати об'єктив фотоапарата, щоб повністю використовувати роздільну здатність плівки?
- 3.31. Яким повинне бути збільшення зорової труби для того, щоб повністю використовувати роздільну здатність її об'єктива?
- 3.32. Яким повинне бути збільшення мікроскопа, щоб повністю використовувати роздільну здатність його об'єктива?
- 3.33. У принципі можна побудувати телескоп як завгодно високої роздільної здатності без об'єктива, замінивши об'єктив круглим отвором. Яка повинна бути довжина L такого телескопа, щоб він мав ту ж роздільну здатність, що й звичайний телескоп з діаметром об'єктива $D = 1$ м? Чому буде дорівнює світлосила S такого телескопа?

- 3.34. Випромінювання лазера безперервної дії на довжині хвилі $\lambda = 0,63$ мкм потужністю $N = 10$ мВт направляється на супутник за допомогою телескопа, об'єktiv якого має діаметр $D = 30$ см. Світло, відбите супутником, вловлюється іншим таким же телескопом і фокусується на фотоприймачі із граничною чутливістю $N_{\text{пор}} = 10^{-14}$ Вт. Оцінити максимальну відстань L_{max} до супутника, на якому відбитий сигнал ще може бути виявлений. Поверхня супутника рівномірно розсіює падаюче світло з коефіцієнтом відбиття $\rho = 0,9$. Діаметр супутника $d = 20$ см.
- 3.35. За допомогою інтерферометра Фабрі – Перо досліджується виділена системою фільтрів ділянка спектру шириною $\Delta\lambda = 0,2$ нм. Мінімальна різниця довжин хвиль сусідніх спектральних ліній $\delta\lambda = 0,001$ нм. Оцінити максимальне значення коефіцієнта пропускання $\tau = 1 - \rho$ (де ρ - коефіцієнт відбиття дзеркал за енергією), при якому розділяються сусідні лінії.
- 3.36. Визначити роздільну здатність спектрометра інфрачервоного діапазоні, що працює за наступним принципом. Випромінювання ІЧ-джерела, що досліджується, у діапазоні $\lambda_{\text{ч}} \approx 3$ мкм змішується у нелінійному кристалі з випромінюванням стабільного аргонowego лазера. При цьому виникає випромінювання на сумарній частоті, що лежить у оптичному діапазоні. Останнє аналізується за допомогою інтерферометра Фабрі – Перо, дзеркала якого відстоять один від одного на відстані $L = 1$ см та мають коефіцієнт відбиття за інтенсивністю $\rho = 0,9$.
- 3.37. На інтерферометр Фабрі – Перо, що складається з двох однакових дзеркал, падає жмуток світла з довжиною хвилі $\lambda \approx 0,5$ мкм. Інтерференційну картину спостерігають у фокальній площині лінзи діаметром $D = 2,5$ см з фокусною відстанню $f = 10$ см, вона має вигляд

концентричних кілець. Перше кільце має діаметр $d = 1$ см. Оцінити максимальну роздільну здатність спектрального приладу за цих умов.

- 3.38.** Десять тонких скляних плоскопаралельних пластинок товщиною $h = 1$ мм з показником заломлення $n = 1,5$ зібрані у стопку, що являє собою „драбину” (рис. 3.17). Така структура в оптиці називається ешеленом. Висота сходинок однакова. На ешелон нормально падає паралельний жмуток світла. Спостерігається дифракційна картина Фраунгофера у світлі, що пройшло. Визначити дисперсійну область G та роздільну здатність R ешелону в околі хвилі $\lambda = 500$ нм. Оцінити допустиме відхилення товщини Δh плоскопаралельних пластинок при їх виготовленні.

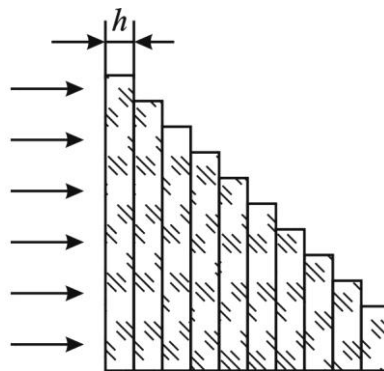


Рис. 3.17

Дифракція на кристалічній ґратці

- 3.39.** На грань кристалу кам'яної солі падає паралельний жмуток рентгенівського випромінювання ($\lambda = 147$ пм). Визначити відстань d між атомними площинами кристалу, якщо дифракційний максимум другого порядку спостерігається, коли випромінювання падає під кутом $\theta = 31^\circ 30'$ до поверхні кристалу.
- 3.40.** Яка довжина хвилі λ монохроматичного рентгенівського випромінювання, що падає на кристал кальциту, якщо дифракційний максимум першого порядку спостерігається, коли кут θ між напрямками

випромінювання, що падає, та гранню кристала дорівнює 3° ? Відстань d між атомними площинами кристала прийняти рівним $0,3 \text{ нм}$.

3.41. Паралельний жмуток рентгенівського випромінювання падає на грань кристалу. Під кутом $\theta = 65^\circ$ до площини грані спостерігається максимум першого порядку. Відстань d між атомними площинами кристалу 280 пм . Визначити довжину хвилі λ рентгенівського випромінювання.

4. ПОЛЯРИЗАЦІЯ та ЕЛЕМЕНТИ КРИСТАЛООПТИКИ

4.1. Загальні відомості

Поляризація є характеристикою поперечних хвиль, до яких належать електромагнітні хвилі світлового діапазону. У світловій хвилі в кожний момент часу світловий \vec{E} (електричний) та магнітний \vec{H} вектори перпендикулярні до вектора швидкості розповсюдження хвилі \vec{v} і складають з ним праву трійку взаємно перпендикулярних векторів (рис. 4.1). У вузькому сенсі термін «поляризація світла» означає впорядкованість просторового розміщення чи поведінки площини коливання світлового вектора (площини векторів \vec{E} та \vec{v}) відносно деякого початку відліку у просторі I-I, тобто характер зміни значень кута φ .

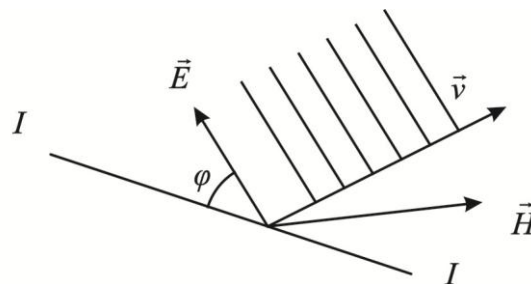


Рис. 4.1

Під природним (неполяризованим) світлом будемо розуміти сукупність монохроматичних хвиль певного спектрального діапазону зі

всіма можливими статистично рівномірно розподіленими напрямками площини коливання вектора \vec{E} (рис.4.2, а).

У поляризованому світлі здійснено впорядкування напрямів коливання вектора \vec{E} виділенням їх в певній площині чи приведенням в інший, відповідним чином орієнтований стан. Розрізняють 4 види поляризації світла.

1. Лінійна або плоска поляризація – світловий вектор \vec{E} у хвилі коливається в одній незмінній у просторі площині ($\varphi = const$), що називається площиною поляризації (рис. 4.2, б, в).

2. Еліптична поляризація – площина коливання вектора \vec{E} закручується по мірі розповсюдження хвилі, а його кінець описує гвинтову лінію навколо напрямку розподілення з основою у вигляді еліпса (рис. 4.2, г, д). Площина коливання вектора \vec{E} обертається з круговою частотою хвилі ω . Лівообертальна поляризація – вектор \vec{E} обертається проти годинникової стрілки, якщо дивитися назустріч напрямку розповсюдження хвилі; правообертальна – вектор \vec{E} обертається за годинниковою стрілкою. Амплітуда світлового вектора при цьому змінюється від E_{01} до E_{02} (рис. 4.2, е).

3. Кругова чи циркулярна поляризація – при обертанні площини коливання вектора \vec{E} з частотою ω кінець його описує гвинтову лінію з круговою основою (рис. 4.2, ж). Це частковий випадок еліптичної поляризації при $E_{01} = E_{02}$.

4. Часткова поляризація – один з напрямів коливання вектора \vec{E} - переважне (E_{\max}), але не виключне (рис. 4.2, з). Частково поляризоване світло можна представити як суму природного світла та лінійно поляризованого.

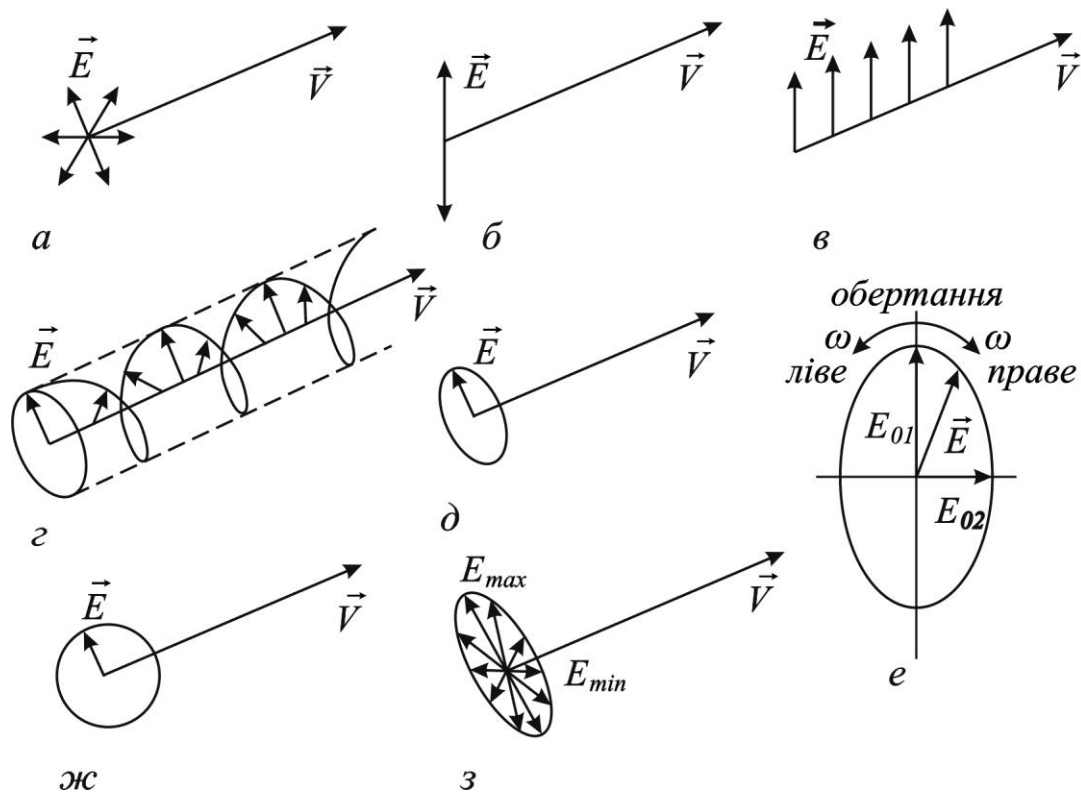


Рис. 4.2

Поляризація світла при відбитті та заломленні

При падінні природного світла на границю розділу двох діелектриків (n_1, n_2) відбитий промінь стає частково поляризованим переважно у напрямку, перпендикулярному до площини падіння, а заломлений – частково поляризованим переважно паралельно площині падіння (рис. 4.3). Зі зміною кута падіння ступінь поляризації обох променів змінюється.

Ступінь поляризації відбитого R та заломленого D променів визначаються за формулами

$$P_R = \frac{I_{\max}^R - I_{\min}^R}{I_{\max}^R + I_{\min}^R} = \frac{I_{\perp}^R - I_{\parallel}^R}{I_{\perp}^R + I_{\parallel}^R} = \frac{R_{\perp} - R_{\parallel}}{R_{\perp} + R_{\parallel}} \quad (4.1)$$

$$P_D = \frac{I_{\max}^D - I_{\min}^D}{I_{\max}^D + I_{\min}^D} = \frac{I_{\perp}^D - I_{\parallel}^D}{I_{\perp}^D + I_{\parallel}^D} = \frac{R_{\perp} - R_{\parallel}}{2 - (R_{\perp} + R_{\parallel})}, \quad (4.2)$$

де R_{\perp} та R_{\parallel} - часткові енергетичні коефіцієнти відбиття для перпендикулярної та паралельної складової природного світла.

$$R_{\perp} = \left(\frac{\sin(\varepsilon_1 - \varepsilon_2')}{\sin(\varepsilon_1 + \varepsilon_2')} \right)^2, \quad (4.3)$$

$$R_{\parallel} = \left(\frac{\operatorname{tg}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2')}{\operatorname{tg}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2')} \right)^2, \quad (4.4)$$

де ε_1 - кут падіння променя природного світла на границю розділу двох

діелектриків (n_1, n_2) ; ε_2' - кут заломлення.

$$\varepsilon_2' = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \varepsilon_1\right) \quad (4.5)$$

Загальний енергетичний коефіцієнт відбиття при цьому визначається виразом

$$R = \frac{1}{2}(R_{\perp} + R_{\parallel}) \quad (4.6)$$

Закон Брюстера. При куті падіння ε_1 природного світла, рівному куту Брюстера (куту повної поляризації)

$$\varepsilon_B = \operatorname{arctg}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \quad (4.7)$$

відбитий промінь повністю лінійно поляризований в площині, перпендикулярній площині падіння, а заломлений промінь має найбільшу степінь часткової поляризації з переважним напрямом, що паралельний площині падіння (рис. 4.3). При цьому відбитий та заломлений промені взаємно перпендикулярні

$$\varepsilon_B + \varepsilon_2' = 90^\circ \quad (4.8)$$

Коли кут падіння дорівнює куту Брюстера, з (4.3), (4.4) та (4.6) випливає:

$$\begin{aligned} R_{\perp B} &= \sin^2(\varepsilon_B - \varepsilon_2'), \\ R_{\parallel B} &= 0, \\ R &= \frac{1}{2} R_{\perp B}, \end{aligned} \quad (4.9)$$

а з формул (4.1), (4.2):

$$P_R = 1 \text{ у } P_D = \frac{R_{\perp}}{2 - R_{\perp}} \quad (4.10)$$

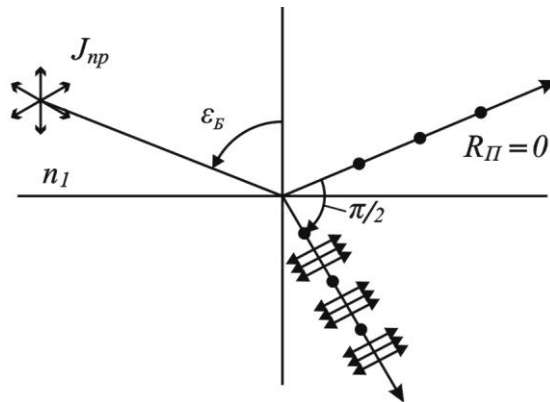


Рис. 4.3

Ступінь поляризації променя, що пройшов крізь стопу Столетова, обчислюється за формулою

$$P_D = \frac{1 - (1 - R_{\perp B})^{2N}}{1 + (1 - R_{\perp B})^{2N}}, \quad (4.11)$$

де N - число однакових плоскопаралельних скляних пластинок, розділених паралельними повітряними проміжками; $R_{\perp B}$ визначається за формулою (4.9).

Закон Малюса:

для лінійно поляризованого світла

$$I_A = I_{\Pi} T_A \cos^2 \varphi, \quad (4.12)$$

де I_A - інтенсивність лінійно поляризованого світла на виході аналізатора;
 I_{Π} - інтенсивність лінійно поляризованого світла на вході аналізатора (на виході поляризатора, що йде перед аналізатором); T_A - коефіцієнт пропускання аналізатора за рахунок втрат на відбиття та поглинання світла; φ - кут між площиною поляризації світла, що падає, та площиною пропускання аналізатора;

для природного світла
$$I_{\Pi} = \frac{1}{2} T_{\Pi} I_{np}, \quad (4.13)$$

де I_n - інтенсивність лінійно поляризованого світла на виході поляризатора; T_n - коефіцієнт пропускання поляризатора; $I_{ест}$ - інтенсивність природного світла на виході поляризатора.

Інтенсивність світла на виході системи "поляризатор - аналізатор" (рис. 4.4)

$$I_A = \frac{1}{2} T_{\Pi} T_A I_{np} \cos^2 \varphi, \quad (4.14)$$

де T_n та T_A - коефіцієнти пропускання відповідно поляризатора та аналізатора; $I_{ест}$ - інтенсивність природного світла на виході системи; φ - кут між площинами пропускання аналізатора та поляризатора. На рис. 4.4 поляризатор та аналізатор показані у вигляді поляроїдних плівок.

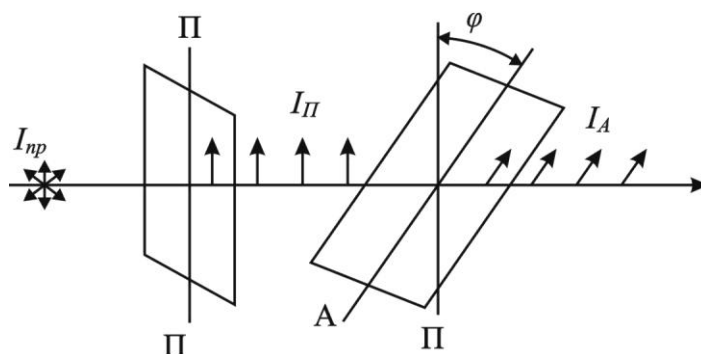


Рис. 4.4

Поляризація світла при природному двопроменезаломленні

Явище природного двопроменезаломлення спостерігається при проходженні променя світла крізь анізотропні кристали. Вона полягає у розщепленні падаючого променя при заломленні на поверхні кристалу на два взаємно перпендикулярні лінійно поляризовані промені: звичайний – «о» та незвичайний – «е» (рис. 4.5).

Найсильніше двопронезаломлення виявлено в одноосному кристалі ісландського шпату, з якого зазвичай виготовляються поляризаційні призми.

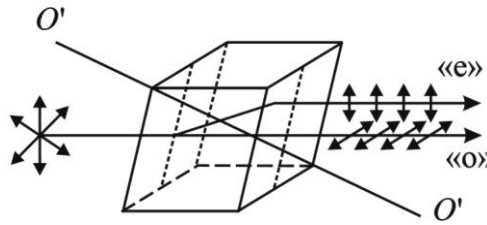


Рис. 4.5

Властивості звичайного та незвичайного променів:

- обидва промені утворюються в точці падіння на вхідній грані кристалу. Всередині кристалу промені йдуть вздовж різних напрямів, а на виході з кристалу – паралельно один одному;
- обидва промені лінійно поляризовані у взаємно перпендикулярних площинах; звичайний – у площині, що перпендикулярна до оптичної осі кристалу ($O'-O'$); незвичайний – у площині, що паралельна оптичній осі кристалу, тобто $\vec{E}_0 \perp \vec{E}_e$;
- для звичайного променя чинний закон заломлення Снелліуса $\sin \varepsilon_1 / \sin \varepsilon_2 = n_0 = \text{const}$; для незвичайного – ні, оскільки його показник заломлення не є сталим та змінюється в залежності від напрямку променя, що падає, $n_e(\varepsilon_1) \neq \text{const}$;
- всередині кристалу звичайний та незвичайний промінь розповсюджуються з різними швидкостями – $v_0 = \frac{c}{n_0} = \text{const}$ та

$v_e(\varepsilon_1) = \frac{c}{n_e(\varepsilon_1)} \neq \text{const}$. Тільки у напрямі, що паралельний оптичній осі кристала ($O'-O'$), обидва промені розповсюджуються з однаковою швидкістю $v_0 = v_e(\varepsilon_1)$ та не розділюються один з одним, $n_0 = n_e(\varepsilon_1)$. У напрямі, перпендикулярному до оптичної осі кристалу, обидва

промені також не розділюються просторово, але мають найбільшу різницю швидкості розповсюдження $v_e(\varepsilon_1) - v_o$ та найбільшу різницю показників заломлення $n_e(\varepsilon_1) - n_o = b$, що називається показником двопроменезаломлення;

- якщо промінь світла, що падає на кристал, є природнім, то звичайний та незвичайний промені некогерентні між собою, а їх інтенсивності визначаються виразами

$$\begin{aligned} I_o &= \frac{1}{2} T_o I_{np} \\ I_e &= \frac{1}{2} T_e I_{np} \end{aligned}, \quad (4.15)$$

де T_o та T_e – коефіцієнти пропускання кристалом відповідно звичайного та незвичайного променів.

У недихроїчних кристалах $T_o = T_e \approx 1$ та $I_o = I_e$, у дихроїчних (кристал турмаліну) з великою різницею поглинання звичайного та незвичайного променів $T_o \ll T_e$ и $I_o \ll I_e$;

- якщо промінь світла, що падає на кристал, лінійно поляризований, то звичайний та незвичайний промені когерентні між собою, а інтенсивність світла I_1 , що падає, розподіляється між ними у відповідності із законом Малюса (рис. 4.6):

$$I_e = I_1 T_e \cos^2 \alpha \quad (4.16)$$

$$I_o = I_1 T_o \sin^2 \alpha, \quad (4.17)$$

де α - кут між площиною поляризації променя, що падає, та оптичною віссю кристалу ($O'-O$).

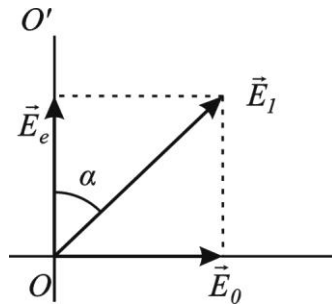
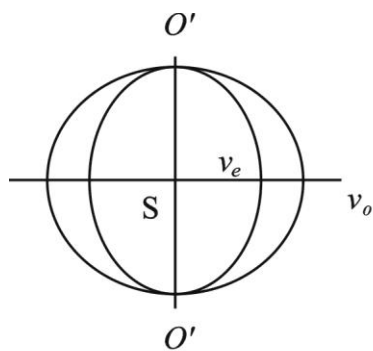


Рис. 4.6

По відношенню до звичайного променя кристал є ізотропним середовищем ($n_o(\varepsilon_1) = \text{const}$) та хвильову поверхню для точкового звичайного джерела S у кристалі можна представити сферою. Анізотропія кристалу проявляється для незвичайного променя ($n_e \leq n_e(\varepsilon_1) \leq n_o$ или $n_e \geq n_e(\varepsilon_1) \geq n_o$) та хвильова поверхня незвичайного джерела S представляється еліпсоїдом обертання, що вписаний у сферу хвильової поверхні звичайного променя (для додатного кристалу $b > 0$, рис. 4.7,а) або описаний навколо сфери (для від'ємного кристалу $b < 0$, рис. 4.7, б).

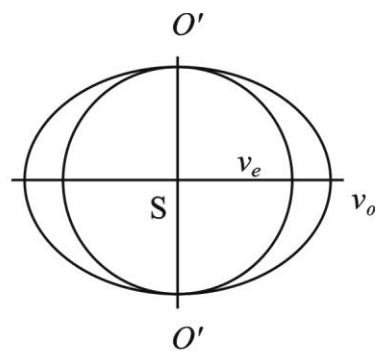


а)

Кварц

$$n_e = 1.55; n_o = 1.54$$

$$b = n_e - n_o; b = 0.01$$



б)

Ісландський шпат

$$n_e = 1.486; n_o = 1.558;$$

$$b = n_e - n_o; b = -0.172$$

Рис. 4.7

Фазові пластинки – це поляризаційні елементи для монохроматичного світла. Вони вирізаються з кристалу зі сторонами, що паралельні його оптичній осі та дають на виході звичайний та незвичайний промені, які йдуть разом, з максимальною різницею фаз між ними (рис.

$$4.8): \quad \delta = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)d, \quad (4.18)$$

де λ - довжина хвилі монохроматичного світла; d – товщина фазової пластинки.

Інтенсивність променів I_o та I_e визначаються формулами (4.15).

Чвертьхвильова фазова пластинка товщиною

$$d = \frac{2m+1}{n_e - n_o} \frac{\lambda}{4} \quad (4.19)$$

складає різницю фаз променів, що кратна $\pi/2$:

$$\delta = (2m+1) \frac{\pi}{2}, \quad (4.20)$$

де $m=0,1,2,\dots$; λ - довжина хвилі монохроматичного світла, що проходить крізь пластинку. Вона перетворює лінійно поляризоване світло у еліптично поляризоване та навпаки. Напівхвильова фазова пластинка товщиною

$$d = \frac{2m+1}{n_e - n_o} \frac{\lambda}{2} \quad (4.21)$$

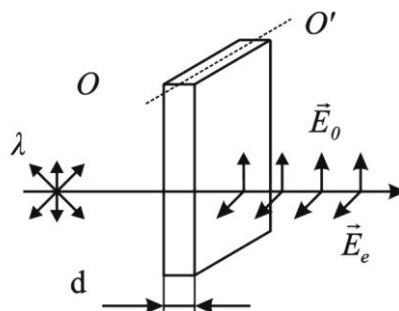


Рис. 4.8.

створює різницю фаз променів, що кратна π :

$$\delta = (2m+1)\pi \quad (4.22)$$

Вона повертає площину поляризації лінійно поляризованого світла, що на неї падає, на подвійний кут.

Еліптично поляризоване світло та всі його часткові випадки, включаючи лінійно поляризоване світло та циркулярно поляризоване, можуть бути отримані при пропусканні природного монохроматичного світла крізь систему, що складається з поляризатора та фазової пластинки зі змінною товщиною, що називається компенсатором (рис. 4.9).

Звичайний та незвичайний промені, що виходять з фазової пластинки з різницею фаз δ (4.18), когерентні, але не інтерферують, оскільки $\vec{E}_0 \perp \vec{E}_e$.

В результаті додавання двох взаємно перпендикулярних світлових коливань однієї частоти ω з різницею фаз δ утворюється еліптично поляризоване світло з рівнянням еліпсу у основі

$$\frac{y^2}{E_e^2} + \frac{z^2}{E_0^2} - \frac{2yz}{E_e E_0} \cos \delta = \sin^2 \delta \quad (4.23)$$

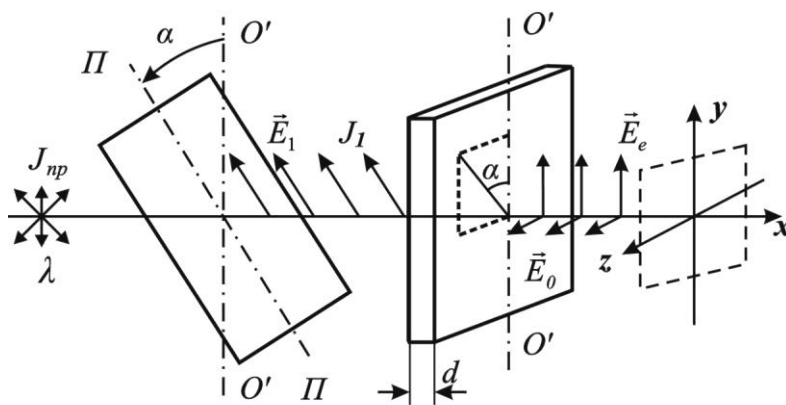


Рис. 4.9

Це рівняння еліпса, що вписаний у прямокутник зі сторонами $2E_e$ та $2E_0$:

$$E_e = E_1 \cos \alpha, \quad E_0 = E_1 \sin \alpha, \quad (4.24)$$

де α - кут між оптичною віссю фазової пластинки ($O' - O'$) та площиною пропускання поляризатора (рис. 4.10).

Конкретні часткові випадки еліптичної поляризації в залежності від різниці фаз показані на схемах (рис. 4.11), з яких видно, що введення чверть хвильової фазової пластинки ($\delta = \frac{\pi}{2}$) у лінійно поляризований промінь перетворює його у еліптично поляризований та навпаки.

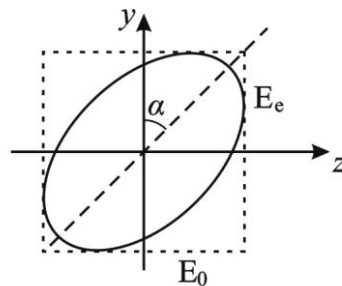


Рис. 4.10

Півхвильова пластинка ($\delta = \pi$) повертає площину поляризації лінійно поляризованого світла на кут 2α .

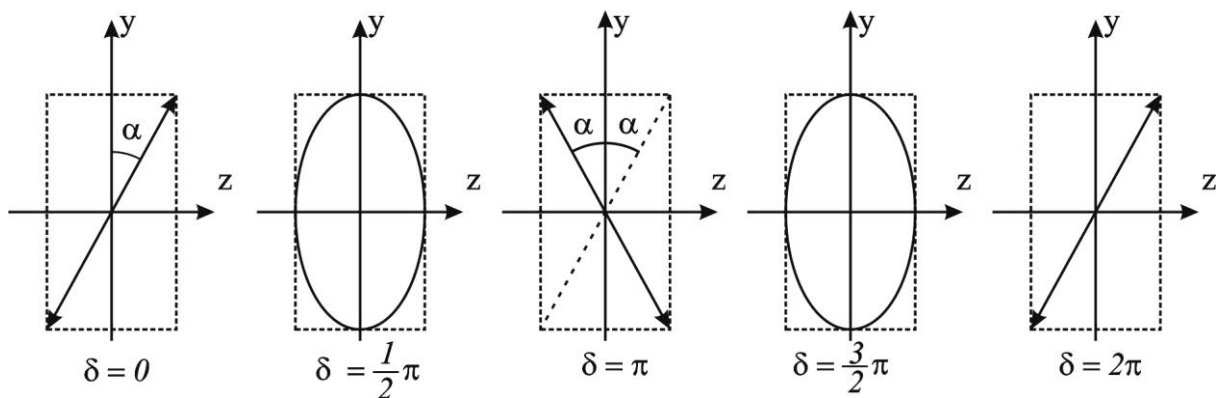


Рис. 4.11

При $\delta = \frac{\pi}{2}$ або $\delta = (2m+1)\frac{\pi}{2}$ та $\alpha = \frac{\pi}{4}$ (коли $E_e = E_0$) еліптично поляризоване світло стає циркулярно поляризованим.

Інтерференція поляризованих променів спостерігається при проходженні променя світла крізь систему поляризатор – фазова пластинка – аналізатор (рис. 4.12). Два когерентні промені, що виходять з аналізатора, поляризовані у одній площині ($\vec{E}_{ez} \parallel \vec{E}_{0z}$) та мають різницю фаз δ (4.18), інтерферують між собою, підсилюючи та ослаблюючи один одного в залежності від значень δ . Інтенсивність результуючої хвилі виражається інтерференційною формулою (без врахування поглинання)

$$I = \frac{1}{2} I_{np} (\cos^2 \beta - \sin 2\alpha \sin 2(\alpha - \beta) \sin^2 \frac{\delta}{2}), \quad (4.25)$$

де β - кут між площинами пропускання аналізатора ($A - A$) та поляризатора ($\Pi - \Pi$); α - кут між площиною пропускання поляризатора та оптичною віссю фазової пластинки ($O' - O'$).

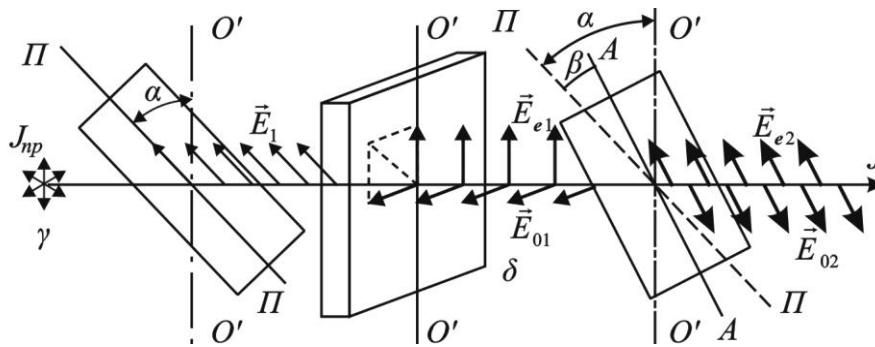


Рис. 4.12

Найчастіше на практиці застосовують схеми, де $\alpha = 45^\circ$, а поляризатор і аналізатор паралельні ($\beta = 0$):

$$I_{\parallel} = \frac{1}{2} I_{np} \cos^2 \frac{\delta}{2} \quad (4.26)$$

або схрещені ($\beta = 90^\circ$):

$$I_{\perp} = \frac{1}{2} I_{np} \sin^2 \frac{\delta}{2} \quad (4.27)$$

При освітленні схеми білим світлом, жмуток променів, що виходить, забарвлюється в той колір, довжина хвилі якого λ відповідає умові інтерференційного максимуму

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)d = 2m\pi, \quad (4.28)$$

коли $I_{\parallel\lambda} = 0.5I_{np}$ та $I_{\perp} = 0$. При повороті аналізатора на 90^0 ($\beta = 90^0$), жмуток променів, що виходить, забарвлюється у колір додатковий до кольору, що відповідає довжині хвилі λ , коли $I_{\parallel\lambda} = 0$, а $I_{\perp} = 0.5I_{np}$. Таке забарвлення білого світла, що проходить крізь систему, називається монохроматичною поляризацією.

Поляризація при штучному двопроменезаломленні

Штучна анізотропія – це двопроменезаломлення, що штучно викликається у ізотропних прозорих речовинах під дією пружних деформацій, електричного та магнітного полів. Спостерігається вона у схемах, що аналогічні схемам інтерференції поляризованих променів (рис. 4.13), у яких замість фазової пластинки встановлюється комірка штучного двопроменезаломлення. У цих схемах аналізатор та поляризатор зазвичай схрещені ($\beta = 90^0$), а оптична вісь комірки штучного двопроменезаломлення ($O' - O'$) орієнтується під кутом 45^0 до площини пропускання поляризатора ($\alpha = 45^0$), коли виконується рівність амплітуд $E_{e1} = E_{o1}$ та $E_{e2} = E_{o2}$, а інтенсивність жмутка на виході системи виражається формулою (4.27).

$$I = \frac{1}{2}I_{np} \sin^2 \frac{\delta}{2}, \quad (4.29)$$

$$\text{де} \quad \delta = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)'d \quad (4.30)$$

різниця фаз звичайного та незвичайного променів; $(n_e - n_o)'$ – штучне двопроменезаломлення; d – шлях світла у комірці.

Ефект фотопружності. Під дією пружних деформацій ізотропні прозорі тверді матеріали стають анізотропними зі штучним двопроменезаломленням, що дорівнює

$$(n_e - n_0)' = k\sigma, \quad (4.31)$$

де k – коефіцієнт пропорційності, що залежить від типу матеріалу; σ – внутрішнє напруження, що викликане деформацією.

Ефект Керра. Під дією поперечного електричного поля деякі ізотропні рідини (нітробензол) стають анізотропними зі штучним двоприменезаломленням:

$$(n_e - n_0)' = kE^2, \quad (4.32)$$

де k – коефіцієнт пропорційності; E – напруженість зовнішнього поперечного електричного поля. Відносну величину

$$B = \frac{K}{\lambda} \quad (4.33)$$

називають сталою Керра.

Ефект Погкельса. Під дією поперечного (або поздовжнього) електричного поля деякі ізотропні кристали, частіше всього штучного походження, стають анізотропними зі штучним двоприменезаломленням:

$$(n_e - n_0)' = zE, \quad (4.34)$$

де z – коефіцієнт пропорційності, що залежить від типу кристалу; E – напруженість зовнішнього електричного поля.

Ефект Коттон - Мутона. Під дією сильного поперечного магнітного поля деякі ізотропні рідини (нітробензол) стають анізотропними зі штучним двоприменезаломленням:

$$(n_e - n_0)' = DH^2, \quad (4.35)$$

де D – коефіцієнт пропорційності; H – напруженість зовнішнього магнітного поля. Відносна величина

$$C = \frac{D}{\lambda} \quad (4.36)$$

називається сталою Коттон – Мутона.

Обертання площини поляризації

При проходженні лінійно поляризованого світла крізь прозорі оптично активні речовини виникає природне обертання (закручення) площини поляризації на кут

$$\psi = \alpha d, \quad (4.37)$$

де α - стала обертання, що залежить від речовини та довжини хвилі світла; d – шлях світла у оптично активній речовині.

Якщо помістити оптично активну речовину між схрещеними поляризатором та аналізатором (рис. 4.13), то на виході останнього з'явиться світло, інтенсивність якого визначається законом Малюса (без урахування поглинання)

$$I_A = \frac{1}{2} I_{np} \sin^2 \psi, \quad (4.38)$$

де I_{np} - інтенсивність природного світла на виході поляризатора; ψ - кут повороту площини поляризації у речовині.

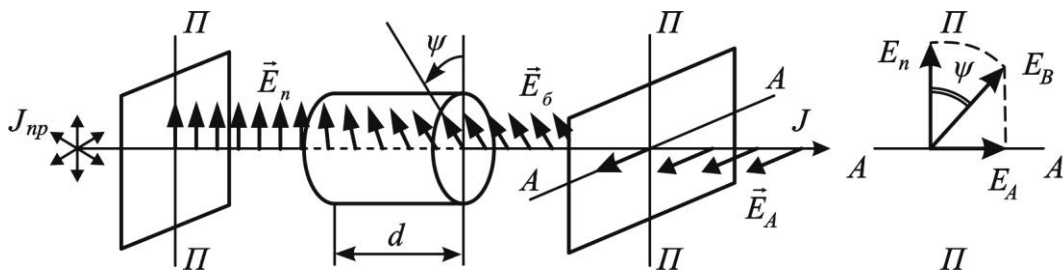


Рис. 4.13

Кут повороту площини поляризації у розчинах оптично активних речовин у неактивному розчиннику визначається виразом (закон Біо)

$$\psi = [\alpha] cd, \quad (4.39)$$

де $[\alpha]$ – питома стала обертання, що залежить від довжини хвилі світла; C – концентрація активної речовини у розчині; d – шлях світла у розчині.

Штучне обертання площини поляризації у прозорих оптично неактивних речовинах здійснюється у поздовжньому магнітному полі (*ефект Фарадея*) на кут

$$\psi = VNd, \quad (4.40)$$

де V – питоме магнітне обертання (стала Верде), що залежить від речовини та довжини хвилі світла; H – напруженість поздовжнього магнітного поля; d – шлях світла у магнітному поля та речовині.

4.2. Приклади розв'язування задач

4.1. Через аналізатор розглядається частково поляризоване світло. При повороті аналізатора на кут 60° від положення, що відповідає максимальній яскравості, яскравість світла, що проходить крізь систему, зменшується у 2 рази. Представляючи частково поляризоване світло як суму природного та лінійно поляризованого та нехтуючи поглинанням поляризатора, визначити: а) відношення інтенсивностей природного та лінійного поляризованого світла; б) ступінь поляризації світла, що розглядається.

Розв'язок:

а) Інтенсивність частково поляризованого світла, що падає на аналізатор, можна представити сумою

$$I_{\text{чп}} = I_{\text{л}} + I_{\text{нр}},$$

де $I_{\text{л}}$ - інтенсивність лінійно поляризованої складової; $I_{\text{нр}}$ - інтенсивність природної складової.

У першому положенні максимальної яскравості ($\varphi = 0$) згідно із законом Малюса ((4.12) та $T_A = 1$) крізь аналізатор проходить вся лінійно поляризована складова $I_{\text{л}}$ та згідно з (4.13) - поляризоване світло,

інтенсивність якого дорівнює половині інтенсивності природної складової:

$$I_{A1} = I_{\Pi} + 0.5I_{np}.$$

У другому положенні ($\varphi = 60^0$) згідно з (4.12) та (4.13) світло, що проходить крізь аналізатор, має сумарну інтенсивність: $I_{A2} = I_{\Pi} \cos^2 \varphi + 0.5I_{np}$.

За умовою задачі $I_{A1} = 2I_{A2}$, звідки отримуємо

$$\frac{I_{np}}{I_{\Pi}} = 2(1 - \cos^2 \varphi) = 1, \text{ т.е. } I_{np} = I_{\Pi}$$

Мінімальна яскравість на виході аналізатора відповідає куту його повороту $\varphi = 90^0$, коли $I_{A3} = 0.5I_{np}$.

б) Ступінь поляризації частково поляризованого світла характеризує у ньому частину лінійно поляризованої складової та визначається за формулою

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

де I_{\max} и I_{\min} - максимальна ($\varphi = 0$) та мінімальна ($\varphi = 90^0$) інтенсивності у двох взаємно перпендикулярних напрямках.

З умов задачі отримуємо $P = 0,5$.

4.2. На плоскопаралельну пластинку із одноосного від'ємного кристалу падає плоска монохроматична хвиля під кутом $\varepsilon_1 > 0$. Оптична вісь кристалу ($O' - O'$) лежить у площині падіння та орієнтована відносно поверхні пластинки під кутом $\alpha > 0$. Виконати графічні побудови Гюйгенса для орієнтовного визначення напрямку хвильових фронтів та ходу звичайного та незвичайного променів.

Розв'язок:

Представимо жмуток, що падає, двома крайніми променями 1 та 2 (рис. 4.14). Фронт хвилі, що падає, перпендикулярний до них. Промінь 1 першим приходить на поверхню пластинки у точці A , яка згідно з

принципом Гюйгенса є точковим джерелом випромінювання у кристалі вторинних звичайної та незвичайної хвиль. У цій точці проводимо напрям оптичної осі у відповідності зі значенням кута α . За час Δt коли промінь 2 прийде на поверхню пластинки у точці B , навколо точки A утворюються сферична хвильова поверхня звичайної хвилі радіуса $v_0 \Delta t$. З точки A проводимо всередині пластинки коло

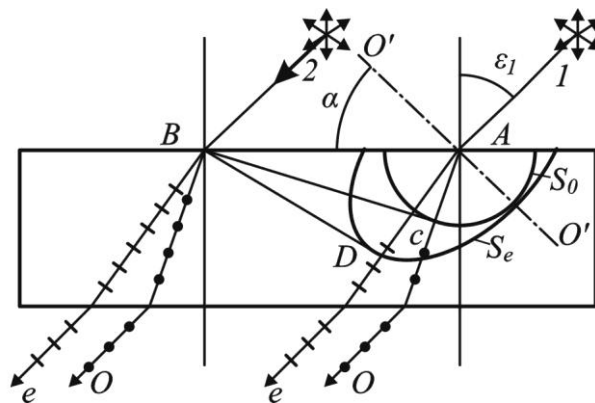


Рис. 4.14

S_0 , що відповідає цій сфері. Дотична з точки B до цього кола BC дає положення фронту звичайної хвилі у кристалі, а лінія AC дає напрям ходу звичайного променя. Його площина поляризації перпендикулярна до осі $O' - O$, тобто до площини падіння (на рис. 4.14 показано крапками). Будуємо хвильову поверхню незвичайної хвилі у вигляді еліпса S_e , що описаний навколо кола S_0 (кристал від'ємний, див. рис. 4.76). Мала піввісь еліпса дорівнює $v_0 \Delta t$, а велика - $v_e \Delta t$. Дотична з точки B до еліпса BD дає положення фронту незвичайного променя у кристалі, а лінія AD - напрям ходу незвичайного променя. Площина його поляризації паралельна осі $O' - O'$ та співпадає з площиною падіння (на рис. 4.14 показано поперечними рисками). На виході з нижньої поверхні пластинки обидва промені йдуть

паралельно падаючому. З точки B промені проводяться паралельно відповідним променям з точки A . Ця побудова хоча і орієнтовна, тим не менше дає уявлення про те, як проходять промені у двопроменезаломлюючому кристалі у відповідності зі значеннями ε_1 , α та типом кристалу. У даній задачі незвичайний промінь має більший кут заломлення та проходить лівіше звичайного.

4.3. Між схрещеними поляризатором та аналізатором встановлена клиновидна пластинка із ісландського шпату з оптичною віссю, що паралельна ребру клина. Кут при вершині клина дорівнює $4,72'$, вісь пластинки утворює з площиною пропускання поляризатора кут 45° . Знайти ширину інтерференційних смуг, що спостерігаються на виході системи у монохроматичному світлі (486 нм). Для цієї довжини хвилі показники заломлення ісландського шпату дорівнюють $n_o = 1,668$ та $n_e = 1,491$.

Дано: $\beta = 90^\circ$; $\alpha = 45^\circ$; $\theta = 4,72'$; $\lambda = 486 \text{ нм} = 0,486 \text{ мкм}$; $n_o = 1,668$; $n_e = 1,491$. Визначити: Δy

Розв'язок:

На рис. 4.15 поляризатор та аналізатор показані у вигляді поляризаційних призм. Оптична схема представляє собою схему інтерференції поляризованих променів, що відрізняється від схеми на рис. 4.12 клиновидною фазовою пластинкою та іншою орієнтацією світлових векторів звичайного та незвичайного променів (\vec{E}_{o1} та \vec{E}_{e1}). Схема працює у широкому жмутку поляризованого світла.

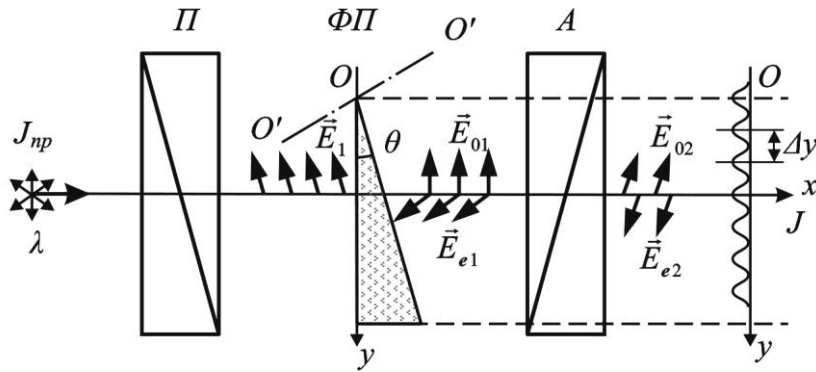


Рис.4.15

У відповідності з умовами задачі ($\beta = 90^\circ$; $\alpha = 45^\circ$) інтенсивність світла за аналізатором визначається за інтерференційною формулою (4.27)

$$I_{\perp} = \frac{1}{2} I_{np} \sin^2 \frac{\delta}{2},$$

де різниця фаз між звичайним та незвичайним променями (4.18)

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} (n_e - n_o) d$$

змінюється по висоті пластинки за рахунок зміни її товщини d . При малому заломлюючому куті θ клина $d = y \theta$.

На екрані, встановленому за аналізатором, будуть спостерігатися інтерференційні смуги рівної товщини у вигляді прямих ліній, що паралельні ребру клина. Під шириною смуги при двопроменевій інтерференції Δy розуміється відстань між серединами сусідніх світлих смуг, що задовольняють умові максимуму. Максимальне значення інтенсивності I_{\perp} (4.27) досягається, коли

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} (n_e - n_o) y \theta = (2m + 1)\pi,$$

де y – висота перерізу клина від його ребра; $\theta = 4,72' = 1,3279 \cdot 10^{-4}$ рад; $m = 0, 1, 2, \dots$ – порядок інтерференції.

Розглянемо умови для двох сусідніх максимумів, наприклад порядків m та $m+1$ на висотах y_m та y_{m+1} :

$$\frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)y_m\theta = (2m+1)\pi,$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)y_{m+1}\theta = (2(m+1)+1)\pi.$$

Віднімаючи перший вираз від другого та враховуючи, що $\Delta y = y_{m+1} - y_m$, отримуємо

$$\Delta y = \frac{\lambda}{(n_e - n_o)\theta} = 2000 \text{ мкм} = 2 \text{ мм}.$$

4.3. Контрольні запитання і задачі

- 4.1. Як можна отримати лінійно поляризоване світло з природного світла, частково поляризованого, циркулярно поляризованого та еліптично поляризованого?
- 4.2. Що являє собою поляризатор, який працює на відбитті світла, на заломленні світла?
- 4.3. Як буде змінюватися інтенсивність світла за аналізатором, що обертається навколо променя світла: природного, лінійно поляризованого, еліптично поляризованого, циркулярно поляризованого, частково поляризованого?
- 4.4. Яким чином можна перетворити плоскополяризоване світло в циркулярно поляризоване та навпаки?
- 4.5. Як можна експериментально відрізнити природне світло від циркулярно поляризованого та частково поляризоване світло від еліптичного поляризованого?
- 4.6. Як можна отримати циркулярно поляризоване світло?
- 4.7. Як відрізнити ліво- та правополяризоване по колу світло?
- 4.8. Вітрове скло й фари автомашин забезпечуються поляроїдними плівками. Як повинні бути орієнтовані площини пропускання цих плівок, щоб водій міг добре бачити дорогу та не засліплюватися світлом фар зустрічних машин?

- 4.9. Як повинна вирізатися фазова пластинка з двопротенезаломлюючого кристалу?
- 4.10. Чому двопротенезаломлююча пластинка, яка розташована між поляризатором та аналізатором, при освітлення білим світлом має кольорове забарвлення? При якому положенні аналізатора відносно пластинки кольорове забарвлення не буде спостерігатися?
- 4.11. Для чого потрібні компенсатори, зроблені з двопротенезаломлюючих кристалів?
- 4.12. Як відрізнити пластинку кварцу, що вирізана перпендикулярно до його оптичної осі, від пластинки кварцу, що вирізана паралельно його осі?
- 4.13. Як визначити з ліво- чи правообертаючого кварцу зроблена пластинка, яка вирізана перпендикулярно до його оптичної осі?
- 4.14. У деяких установах для аналізу поляризованого світла він пропускається крізь аналізатор, що рівномірно обертається з кутовою швидкістю ω , потім світло проектується на фотоприймач. На яку частоту має бути розрахований підсилювач фотоструму? На основі якого закону ця частота може бути визначена?
- 4.15. Промінь монохроматичного природного світла падає під кутом 45° на поверхню скла. Визначити коефіцієнт відбиття та ступені поляризації відбитого та заломленого променів, коли показник заломлення скла дорівнює: а) 1,5; б) 1,62; в) 1,73.
- 4.16. Під яким кутом до горизонту повинно знаходитися Сонце, щоб його промені, відбиті від поверхні озера, були найбільше поляризовані? Який при цьому ступінь поляризації заломленого променя?
- 4.17. Промінь природного монохроматичного світла падає на поверхню скла під кутом Брюстера. Визначити кут падіння, коефіцієнт відбиття та

ступінь поляризації заломленого променя, коли показник заломлення скла дорівнює: а) 1,5; б) 1,62; в) 1,73.

Закон Брюстера. Закон Малюса.

- 4.18. Жмуток природного світла, що йде у воді, відбивається від грані алмазу, що занурений у воду. При якому куті падіння θ відбите світло повністю поляризоване?
- 4.19. Жмуток природного світла падає на скляну ($n = 1,6$) призму (рис. 4.16). Визначити двогранний кут θ призми, якщо відбитий жмуток максимально поляризований.

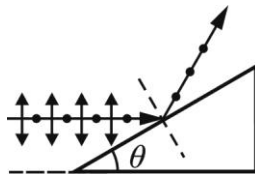


Рис. 4.16

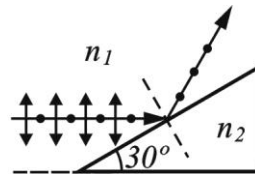


Рис. 4.17

- 4.20. Алмазна призма знаходиться у деякому середовищі з показником заломлення n_1 . Жмуток природного світла падає на призму так, як показано на рис. 4.17. Визначити показник заломлення n_1 середовища, якщо відбитий жмуток максимально поляризований.
- 4.21. Паралельний жмуток природного світла падає на сферичну краплю води. Знайти кут φ між відбитим та падаючим жмутками у точці A (рис. 4.18).

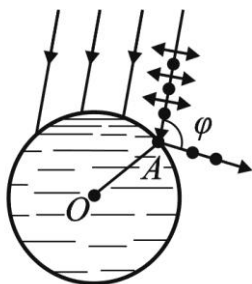


Рис. 4.18

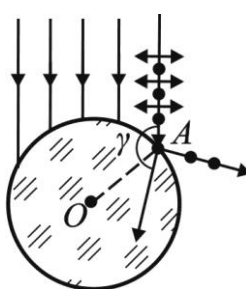


Рис. 4.19

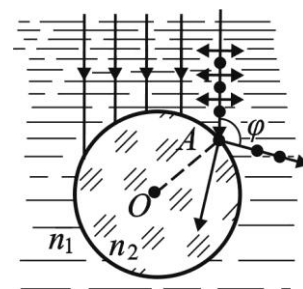


Рис. 4.20

- 4.22. Жмуток природного світла падає на скляний шар ($n = 1,54$). Знайти кут γ між заломленим та падаючим жмутками у точці A (рис. 4.19).
- 4.23. Жмуток природного світла, що падає на скляний шар, знаходиться у воді. Знайти кут ϕ між відбитим та падаючим жмутками у точці A (рис. 4.20). Показник заломлення скла прийняти рівним 1,58.
- 4.24. У скільки разів послаблюється інтенсивність світла, що проходить крізь два ніколі, площини пропускання яких утворюють кут $\alpha = 30^\circ$, якщо у кожному з ніколей окремо втрачається 10% інтенсивності світла, що на нього падає?
- 4.25. У фотометрі одночасно розглядаються дві половини поля зору: у одній видно еталонну поверхню, що світиться з яскравістю $L_1 = 5 \cdot 10^3$ кд/м², у іншій – досліджувана поверхня, світло від якої проходить крізь два ніколі. Границя між двома половинами поля зору зникає, якщо другий ніколь повернути відносно першого на кут $\alpha = 45^\circ$. Знайти яскравість L_2 досліджуваної поверхні, якщо відомо, що у кожному з ніколей інтенсивність падаючого на нього світла зменшується на 8%.
- 4.26. При падінні природного світла на границю повітря – скло ($n = 1,6$) під кутом 58° відбивається 8,3% падаючої енергії. Яка степінь поляризації відбитого та заломленого в склі світла?
- 4.27. Промінь природного світла проходить крізь рідину, що налита у скляний посуд ($n = 1,5$), і відбивається від його дна під кутом Брюстера $42^\circ 37'$. Визначити: а) показник заломлення рідини; б) під яким кутом повинен падати на дно посуду промінь світла, що йде з рідини, щоб відбулося повне внутрішнє відбиття?
- 4.28. На бокову гань скляної призми ($n = 1,5$) під кутом Брюстера падає жмуток монохроматичного світла, що лінійно поляризований у площині головного перерізу призми. Яким повинен бути заломлюючий кут призми, щоб світло пройшло крізь неї без втрат на відбиття?

- 4.29. Яким повинен бути заломлюючий кут призми ($n = 1,73$), щоб кути входу та виходу променя з призми були кутами повної поляризації? Чому дорівнює при такому заломлюючому куті найменший кут відхилення променя призмой?
- 4.30. Чому дорівнює ступінь поляризації світла, що є сумішшю лінійно поляризованого та природного, якщо відношення $I_n / I_{ест}$ дорівнює: а) 0,5; б) 1; в) 2; г) 5; д) 10.
- 4.31. При яких умовах промінь світла, що падає на бічну грань призми із заломлюючим кутом 60° , проходить крізь неї без втрат на відбиття?
- 4.32. Визначити кут повної поляризації для променя, відбитого від поверхні чорного скла ($n = 1,65$). Яку долю інтенсивності природного світла відбиває скло? На який кут відносно площини поляризації відбитого променя потрібно повернути площину пропуску поляроїда ($T_e = 0,75$), щоб інтенсивність променя зменшилася ще вдвічі?
- 4.33. Кут між площинами поляризатора та аналізатора складає 45° . а) Як зміниться інтенсивність світла, що проходить крізь систему, якщо кут зменшити до 30° ? б) Яким має бути цей кут, щоб інтенсивність світла на виході зменшилася у 4 рази?
- 4.34. Лінійно поляризоване світло інтенсивністю 100 Вт/м^2 проходить послідовно крізь два поляризатора, площини пропускання яких утворюють з площиною поляризації світла кути α_1 та α_2 (за годинниковою стрілкою вздовж променя). Визначити інтенсивність світла, що проходить крізь систему, коли: а) $\alpha_1 = 20^\circ$, $\alpha_2 = 50^\circ$; б) $\alpha_1 = 0^\circ$, $\alpha_2 = 45^\circ$; в) $\alpha_1 = -15^\circ$; $\alpha_2 = 30^\circ$.

Кристаллооптика та штучне подвійне променезаломлення

- 4.35. Жмуток неполяризованого монохроматичного світла (589 нм) падає на поверхню одноосного кристалу перпендикулярно до його оптичної осі.

Знайти довжини хвиль та швидкості розповсюдження звичайного та незвичайного променів у кристалі: а) ісландського шпату ($n_o = 1,658$, $n_e = 1,486$); б) кварцу ($n_o = 1,54$, $n_e = 1,55$). Якого кольору будуть обидва промені у кристалі?

- 4.36. Дві однопроменеві поляризаційні призми з повітряним прошарком виготовлені з ісландського шпату ($n_o = 1,658$, $n_e = 1,486$). У одній призмі оптична вісь перпендикулярна до площини падіння, в іншій – паралельна (рис. 4.21). а) Як буде поляризоване світло на виході з призми? б) Яка призма та у скільки разів пропускає більше світла? в) У яких межах повинен бути кут α , щоб з призми виходив тільки один промінь поляризованого світла?

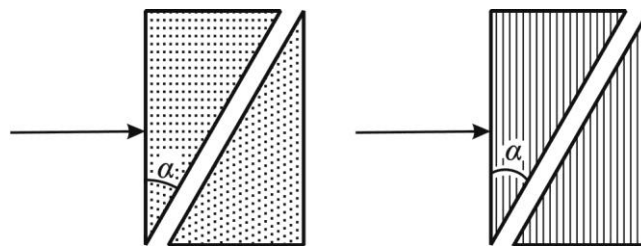


Рис. 4.21.

- 4.37. Двопроменева поляризаційна призма Воластона (рис. 4.22) зроблена з ісландського шпату ($n_o = 1,658$, $n_e = 1,486$), кут $\alpha = 15^\circ$. Розрахувати на який кут будуть розведені звичайний та незвичайний промені.

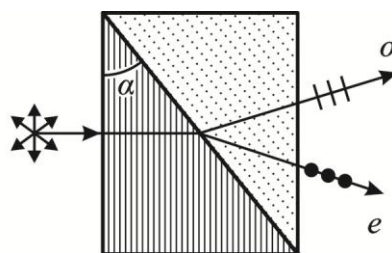


Рис. 4.22.

- 4.38. Циркулярно поляризоване світло, що проходить крізь кварцеву фазову пластинку, розглядається через аналізатор, площина пропускання якого

повернута на кут α відносно оптичної осі пластинки. Визначити: а) інтенсивність світла, що проходить; б) при якому α інтенсивність максимальна, мінімальна?

4.39. Клин із одноосного кристалу розташований на шляху монохроматичного світла (500 нм), що поляризоване по колу. Оптична вісь клина паралельна його ребру. Світло, що пройшло крізь клин, розглядається через аналізатор, площина пропускання якого складає 45° з ребром клина. Визначити кількість світлих інтерференційних смуг, що спостерігаються на поверхні клина, максимальна товщина якого 0,05 см, якщо цей клин зроблений з: а) кварцу; б) ісландського шпату.

4.40. Кварцева фазова пластинка ($n_e - n_o = 0,009$) розташована між схрещеними поляризатором та аналізатором, кут $\alpha = 45^\circ$. Визначити мінімальну товщину пластинки, при якій одна лінія водню $\lambda_1 = 6563 \text{ \AA}$ буде сильно ослаблена, а інша $\lambda_2 = 4102 \text{ \AA}$ буде мати максимальну інтенсивність.

4.41. Між схрещеними поляризатором та аналізатором, що освітлені вузьким жмутком неполяризованого монохроматичного світла (500 нм), встановлений горизонтально нормально до променя кубик з плексигласу зі стороною $a = 0,5$ см. Площина поляризатора орієнтована під кутом 45° до горизонту. Кубик стискається силою F у вертикальному напрямі. Коефіцієнт фотопружності плексигласу складає $2 \cdot 10^{-11} \text{ м}^2/\text{Н}$. а) При якій силі тиску F світло вийде поляризованим по колу? б) Яка при цьому буде частина світла, що пройшла крізь систему?

4.42. Умови задачі 4.41. а) Яка буде частина світла, що пройшла крізь систему, коли сила $F = 62,5 \text{ Н}$? б) Якою вона стане, якщо аналізатор повернути на 90° ?

- 4.43.** Визначити показник штучного двопронезаломлення ($n_e - n_o = 0,009$) при спостереженні ефекту Керра у нітробензолі у електричному полі напруженістю 3000 В/см. Стала Керра для нітробензолу при $t = 20\text{ }^\circ\text{C}$ та $\lambda = 589\text{ нм}$ дорівнює $B = 2,2 \cdot 10^{-12}\text{ м/В}^2$. Знайти різницю фаз δ , що створюється коміркою Керра з довжиною пластин конденсатора $d = 4\text{ см}$.
- 4.44.** Комірка Керра з відстанню між електродами $l = 1\text{ мм}$ заповнена нітробензолом та розміщена між поляризатором та аналізатором. Напрямок електричного поля у конденсаторі складає кут 45° з площиною пропускання поляризатора. Система освітлюється неполяризованим монохроматичним світлом, для якого стала Керра $B = 2,2 \cdot 10^{-11}\text{ м/В}^2$. Визначити довжину пластин конденсатора d , якщо мінімальна напруга між ними, при якій інтенсивність світла на виході системи не змінюється при обертанні аналізатора, $U = 1\text{ кВ}$.
- 4.45.** Комірка Коттона – Муттона – плоска скляна кювета з ацетоном $d = 2\text{ см}$, розміщена у поперечному магнітному полі з напруженістю $H = 3\text{ кА/м}$. Стала Коттона – Муттона для ацетону при $t = 20\text{ }^\circ\text{C}$ та $\lambda = 578\text{ нм}$ складає $C = 5,94 \cdot 10^{14}\text{ м/А}^2$. Визначити: а) різницю фаз звичайного та незвичайного променів; б) частину природного монохроматичного світла, що проходить крізь систему поляризатор – комірка – аналізатор при $\beta = 0$ та $\alpha = 45^\circ$.
- 4.46.** Пластинка кварцу товщиною 1 мм, вирізана перпендикулярна до його оптичної осі та розміщена між паралельними поляризатором та аналізатором, повертає при деякій довжині хвилі світла площину поляризації на кут 20° . При якій найменшій товщині кварцевої пластинки природне світло даної довжини хвилі буде: а) повністю погашене; б) ослаблене у 3 рази; в) найбільш яскравим?

- 4.47. Умови задачі 4.46, тільки аналізатор та поляризатор схрещені.
- 4.48. Стала Верде для сірководню при $t = 0^\circ\text{C}$ та $\lambda = 589$ нм дорівнює $V = 5,4626 \cdot 10^{-2}$ кут.хв/А. а) Визначити кут повороту площини поляризації світла при проходженні крізь шар сірководню товщиною $d = 1$ см, що знаходиться у поздовжньому магнітному полі з напруженістю $H = 0,79577 \cdot 10^6$ А/м. Комірка Верде розміщена між схрещеними поляризаторами. б) Яка частина природного світла проходить крізь систему?
- 4.49. Деяка речовина розміщена у поздовжньому магнітному полі соленоїда, розташованого між паралельними поляризаторами. Довжина кювети з речовиною 30 см. При протилежних напрямках магнітного поля напруженістю $H = 56,5 \cdot 10^3$ А/м кути повороту площини поляризації складають $\phi_1 = +5^\circ 10'$ та $\phi_2 = -3^\circ 20'$. Визначити: а) сталу Верде для речовини у трубці; б) при якому куті між площинами поляризаторів світло може проходити тільки у одному напрямі, тобто система служить оптичним вентилем?; в) яка при цьому повинна бути напруженість магнітного поля?
- 4.50. Простір між дзеркалами інтерферометра Фабрі – Перо з роздільною здатністю $R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = 10^8$ заповнено хімічно чистим нітробензолом. При накладанні однорідного поперечного електричного поля нітробензол стає слабкоанізотропним середовищем, причому оптична вісь співпадає з напрямом поля (ефект Керра). Інтерферометр освітлюється монохроматичним жмутком неполяризованого світла ($\lambda = 600$ нм). Оцінити мінімальну величину електричного поля, при якій на виході інтерферометра буде спостерігатися майже повністю лінійно поляризоване світло. Сталу Керра для нітробензолу прийняти ріною $B = 2 \cdot 10^{-5}$ од. СГСЕ.

Примітка: Сталою Керра називають константу у виразі $n_e - n_0 = \lambda B E^2$.

Компільтивні задачі

- 4.51.** Одну половину біпризми Френеля закрили пластинкою у чверть довжини хвилі. Знайти видність інтерференційних смуг, якщо джерело дає монохроматичне неполяризоване світло, яке можна розкласти на некогерентні взаємно перпендикулярно поляризовані хвилі.
- 4.52.** Визначити інтенсивність світла I у точці P екрану, на який падає монохроматичне світло інтенсивністю I_0 , якщо на шляху поставити диск з оптично активною речовиною, що закриває півтори зони Френеля та повертає площину поляризації на кут 90° . Відбиттям та поглинанням світла знехтувати.
- 4.53.** Паралельний жмуток неполяризованого монохроматичного світла падає на пластину « $\frac{\lambda}{4}$ ». Інтенсивність світла у деякій точці спостереження P за пластинкою дорівнює I_0 . З пластинки вирізають диск, що закриває півтори зони Френеля для точки P . Диск повернули навколо променя на кут $\frac{\pi}{2}$ та поставили на місце. Якою стала інтенсивність I у точці P ?
- 4.54.** З кристалічної пластинки « $\frac{\lambda}{2}$ » вирізані диски діаметром у одну та дві зони Френеля для точки P . Диски вносять у жмуток світла щільно один до одного, так що у них співпадають 1) різнойменні головні напрями, 2) однойменні головні напрями. При цьому для світла, що поляризоване в одному з головних напрямів, ні амплітуда, ні фаза коливань не змінилася. У скільки разів зміниться інтенсивність світла тієї ж поляризації у випадках 1) та 2), якщо малий диск повернути на 90° ?

4.55. У непрозорому екрані, на який нормально падає плоска лінійно поляризована хвиля з інтенсивністю I_0 , вирізано круглий отвір розміром у одну зону Френеля для деякої точки спостереження, що лежить на осі системи. В отвір вставлена пластинка « $\frac{\lambda}{4}$ » у формі напівдисків, однойменні осі яких орієнтовані взаємно перпендикулярно. Напрямок коливань хвилі, що падає, складає 45° з головними напрямками пластинок у обох випадках. Яка інтенсивність коливань у точці спостереження?

4.56. Паралельний жмуток лінійно поляризованого світла з довжиною хвилі $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ та вектором \vec{E}_0 , що лежить в площині рис. 4.23, нормально падає на три отвори, що закриті однаковими двопроменезаломлюючими пластинками $\frac{\lambda}{4}$. Причому крайні отвори закриті однаково орієнтованими пластинками так, що вектор \vec{E}_0 співпадає з одним з головних напрямів цих пластинок, а середня пластинка повернута відносно них на 90° . Інтерференційна картина розглядається на екрані за допомогою лінзи з фокусною відстанню $f = 1 \text{ м}$. Знайти розподіл інтенсивності у фокальній площині лінзи, вважаючи розмір отворів нехтовно малим у порівнянні з відстанню d між ними ($d = 1 \text{ см}$). Визначити видність V інтерференційної картини, а також її період Λ .

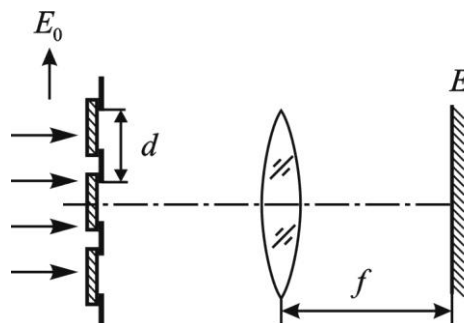


Рис. 4.23

- 4.57. Паралельний жмуток поляризованого по колу монохроматичного світла падає на ґратку з періодом d та шириною отворів $b = d/2$. Кожний отвір перекритий двома смужками поляроїда однакової ширини $b/2$ зі взаємно перпендикулярними дозволеними напрямками. Яка поляризація у нульовому та бокових дифракційних максимумах (± 1 -ому, ± 2 -ому, ...)?
- 4.58. Як зміниться роздільна здатність дифракційної ґратки, якщо одну її половину прикрити поляроїдом, що орієнтований паралельно штрихам ґратки, а іншу — поляроїдом, орієнтованим перпендикулярно до штрихів? Чи буде залежати роздільна сила ґратки від поляризації світла, що падає?

5. Відповіді

1.3. $u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}$ - формула Релея;

1.5. $u = \frac{c}{n} \left(1 + \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} \right)$

1.12. а) $n_e = 1.6169$; б) $\frac{dn}{d\lambda} = -0.1069$; в) $1.85 \cdot 10^{10}$ см/с; г) $1.79 \cdot 10^{10}$ см/с

1.13. а) $n_{F'} = 1.5756$, $n_e = 1.5710$, $n_{c'} = 1.5665$;

б) $\frac{\Delta n}{\Delta \lambda} = -\frac{n_{F'} - n_{c'}}{0.1638} = -\frac{1.5756 - 1.5665}{0.1638} = -0.055$ (мкм⁻¹);

в) $\frac{\Delta \sigma_0}{\Delta \lambda} = \frac{2 \sin 30^\circ}{\sqrt{1 - 1.571^2 \sin^2 30^\circ}} (-0.055) = -0.0898$ (рад · мкм⁻¹);

г) $A = 1.5551$, $B = 0.0047$ мкм²

д) $v_e = c \frac{\lambda_e^2}{A \lambda_e^2 + B} = 1.91 \cdot 10^{10}$ (см · с⁻¹). $u_e = c \lambda_e^2 \frac{A \lambda_e^2 - B}{(A \lambda_e^2 + B)^2} = 1.87 \cdot 10^{10}$ (см · с⁻¹).

1.11. $n_0 = (4\pi^2 v^2 m \varepsilon_0 / e^2) (1 - n^2) = 2.4 \cdot 10^7$ см⁻³.

1.12. $n - 1 = -n_0 e^2 \lambda^2 / 8\pi^2 \varepsilon_0 m c^2 = -5.4 \cdot 10^{-7}$, де n_0 - концентрація електронів у графіті.

1.13. $v = 0.61$ с, $u = [1 + (\Delta n / \Delta \lambda) \lambda / n] c / n = 0.65$ с.

2.8. а) 1,2087; 0,227 мкм; б) 93,1 %; 96,49 %; в) 3,39 %

2.9. $E = 5$ В · м⁻¹; $\omega = \pi \cdot 10^{15}$ рад · с⁻¹; $\varphi_0 = 0,205\pi$; $E = 5 \sin \pi(10^{15} t + 0,205)$

2.10. Вказівки. 1. Скористатися комплексною формою подання E_m при $x = 0$.

2. Скористатися формулами для суми членів скінченної (а) і нескінченної (б) спадаючих геометричних прогресій.

3. Визначити E_0^2 множенням комплексної амплітуди на спряжений їй вираз й скористатися формулою Ейлера.

а) $E_0 = E_{01} \frac{\sin N\delta/2}{\sin \delta/2}$; $J = J_1 \left(\frac{\sin N\delta/2}{\sin \delta/2} \right)^2$; б) $E_0 = E_{01} \frac{1}{2 \sin \delta/2}$; $J = J_1 \frac{1}{4 \sin^2 \delta/2}$.

2.11. 500 нм

2.12. 1,000865

2.13. а) 0,13 мкм; 0,09 мкм; б) не зміниться

2.14. а) 0,24 мкм; 0,12 мкм; б) 0,12 мкм; 0,24 мкм

2.15. а) 589 нм; б) 673 нм

2.16. 3,54 мм.

2.17. 1,56.

2.18. 1,00038.

2.19. а) $r_m^C = \sqrt{\frac{R_1 R_2}{n_2(R_1 - R_2)}} (2m-1) \frac{\lambda}{2}$; б) $r_m^T = \sqrt{\frac{R_1 R_2}{n_2(R_1 - R_2)}} m\lambda$.

2.21. 0,541 мкм

2.22. 1,5

2.23. $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{980}$; $\Delta\lambda = 6,02 \text{ \AA}$.

2.24. $N = dD^2 / 36nf^2 \lambda = 2$

2.25. $D_{\min} = 36nf^2 \lambda / D^2 = 0,81 \text{ мм}$

2.26. $a = \frac{f\lambda}{\Delta x} = 0,06 \text{ мм}$

2.27. $\frac{\Delta l}{l} = \frac{2h\alpha\sqrt{n^2-1}}{\lambda} = 0,75$

2.28. Видимим є лише нульовий порядок: спочатку при відбитті від передньої грані при $\Delta x = 0$, потім від задньої грані при $x = 2dn = 2 \text{ см}$. Наступні порядки інтерференції - спадаючої інтенсивності.

2.29. $V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{\sin(\pi bd/\lambda L)}{\pi bd/\lambda L}$

2.30. $D = \lambda / \alpha \approx 0,05 \text{ мм}$

2.31. $l > \frac{fD\alpha}{\lambda} \approx 100 \text{ см}$

2.32. $m = \Delta/\lambda \approx 360$ (де $\Delta = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi}$ - різниця ходу променів), кут сходження променів в силу симетрії приблизно дорівнює апертурі інтерференції: $\Omega \approx (h/L) \tan \psi \cos^2 \varphi = 2 \cdot 10^{-4}$, ψ - кут заломлення, ширина інтерференційних смуг $\Lambda \approx \lambda/\Omega = 2,8 \text{ см}$, граничний розмір джерела $b \approx \Lambda \approx 2,8 \text{ см}$ □, допустима монохроматичність $\Delta\lambda \approx \lambda/m = 1,6 \text{ нм}$

2.33. $m_{\max} \approx 1000$, $m_{\min} \approx 720$. $\Delta\lambda \leq 0,5 \text{ нм}$. Джерело світла може мати будь-які розміри.

2.34. 1) $\Lambda \approx 10^{-3}$ см; 2) $|x| \leq 0,25$ см (область локалізації смуг); 3) $m_{\max} = 250$, $m_{\min} = 0$, $N \approx 500$; 4) $\Delta\lambda \approx 20$ Å; 5) $b \leq 10^{-3}$ см

2.35. 1) $L = \frac{D}{4\alpha(n-1)} = 1$ м; $\Lambda = 5 \cdot 10^{-3}$ см 2) $\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m_{\max}} = 5$ нм, где $m_{\max} = 100$. 3)

$$\psi \leq \frac{2\lambda}{D} = 5 \cdot 10^{-5} = 0,18''.$$

2.36. 1) $L = \frac{D-a}{2\alpha} = 1$ м, де $\alpha = \frac{a}{f} = 10^{-2}$; $\Lambda = \frac{\lambda}{\alpha} = 5 \cdot 10^{-3}$ см; $N = 200$. 2)

$$m_{\max} = 100; \Delta\lambda = \frac{\lambda}{m_{\max}} = 5 \text{ нм}; 3) b \leq \frac{2\lambda f}{D-a} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ см}.$$

2.37. $V(L) = \left| \frac{\sin(0,1\pi L)}{0,1\pi L} \right|$; смуги розмиваються при $L = 10m$ [см], де $m = 1, 2, 3, \dots$

2.38. а) В центрі кілець максимальний порядок інтерференції. Із збільшенням номеру

К порядок їх інтерференції m зменшується $\frac{dK}{dm} < 0$;

б) кутова відстань між кільцями зменшується із зменшенням порядку інтерференції $\frac{\Delta\epsilon'_2}{\Delta m} > 0$.

3.7. а) 1 мм; б) 0,71 мм.

3.8.

m	1	2	3	4	5	6	7	8
b_m , см	200	100	66	50	40	33	28,6	25
J_m	J_0	0	J_0	0	J_0	0	J_0	0

3.9. 15 см

3.10. 1) $J_0 \cdot 9/16$; 2) $J_0/4$; 3) $J_0/16$; 4) $J_0/4$; 5) $J_0 \cdot 25/16$; 6) $J_0 \cdot 9/14$; 7) $J_0 \cdot 49/16$; 8) $J_0 \cdot 9/4$

3.11. а) $J = 0$ б) $J = J_0/4$.

3.12. $J = 0$.

3.13. Інтенси́вність збільшиться в 5 разів.

3.14. Електричне поле в діелектрику максимальне на осі пучка на такій відстані від поверхні, з якої діаметр пучка сприймається як діаметр першої зони Френеля.

$$b = \frac{D^2 n}{4\lambda} = 100 \text{ см}, E = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{8\pi S}{c}} = 1200 \frac{B}{\text{см}}.$$

3.15. а) $f' = 90 \text{ см}$; б) $r_1 = 0,672 \text{ мм}$; в) $f' = 119,7 \text{ мм}$.

3.16. $f_m = f_0 / (2m + 1)$.

3.17. $f_{\max} = \frac{r_1^2}{\lambda} = 8 \text{ м}$; $h = \frac{2m+1}{2(n-1)} \lambda, m = 0, 1, 2, \dots$; $J_{\max} = 36J_0$.

$$\mathbf{3.18.} \quad r_m = \sqrt{\frac{m\lambda}{\left| \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{2}{R} \right|}}$$

3.19. а) $m_1 = 40$; б) $\delta l_0 = 5 \text{ см}$.

3.20. $d^1 = 500 \text{ мм}^{-1}$; $\lambda_2 = 0,4099 \text{ мкм}$.

3.21. а) $d = 5,013 \cdot 10^{-4} \text{ см}$; $\lambda_2 = 0,706 \text{ мкм}$.

3.22. а) Ні; б) Так

3.23. 22,2 мкм

3.24. $h = \frac{2m-1}{2(n-1)} \lambda, m = 1, 2, 3, \dots$; Інтенсивність нульового головного максимуму дорівнює нулю.

$$\mathbf{3.25.} \quad I = I_0 \left[\frac{\sin(kN a \sin(\theta/2))}{\sin(k a \sin(\theta/2))} \right]^2 \left[\frac{\sin(k\Delta/2)}{k\Delta/2} \right]^2, \text{ де } k = 2\pi / \lambda, \Delta = [h(n-1) - a \sin \theta].$$

Напрямки на головні максимуми визначаються формулою: $\sin \theta_{\min} = m\lambda/a$.

3.26. Роздільна здатність не зміниться, дисперсійна область зменшиться вдвічі.

3.27. Для ока 4,5 км; для труби – 56,5 км.

3.28. $l = 52 \text{ м}$; $\varphi_d = 0,055''$

3.29. $l_{\min} \approx 1 \text{ м}$

$$\mathbf{3.30.} \quad \frac{D^2}{f^2} \geq z^2 \lambda^2 \approx 0,25$$

$$\mathbf{3.31.} \quad N \geq \frac{D}{d}$$

$$\mathbf{3.32.} \quad N_{\text{норм}} = 2n \frac{L}{d} \sin u$$

$$3.33. \quad L \approx \frac{D^2}{2,44\lambda} \approx 1000 \text{ км}; \quad S \approx \left(2,44 \frac{\lambda}{D}\right)^2 \approx 1,5 \cdot 10^{-12}$$

$$3.34. \quad L_{\max} \approx 70 \text{ км}$$

$$3.35. \quad \tau \approx 1,5\%$$

$$3.36. \quad R_{\text{іч}} \approx 2 \cdot 10^5$$

$$3.37. \quad R_{\max} \approx \frac{fD}{\lambda d} = 5 \cdot 10^5$$

$$3.38. \quad 1) \quad G = \frac{\lambda}{m} = \frac{\lambda^2}{h(n-1)} = 0,5 \text{ нм}; \quad R = mN = 10^4.$$

2) Допустимий розкид визначається тим, що між хвилею після першої та хвилею після десятої пластинки різниця ходу має бути менше $\frac{\lambda}{2}$. Звідки $\Delta h < \frac{\lambda}{2N(n-1)} = \frac{\lambda}{10}$.

$$3.39. \quad 0,28 \text{ нм}$$

$$3.40. \quad 31 \text{ пм}$$

$$3.41. \quad 506 \text{ пм}$$

$$4.15. \quad \text{а) } R = 0,0502; P_R = 0,8308; P_D = 0,0439; \text{ б) } 6,25 \%; 76,96 \%; 5,13 \%; \text{ в) } 8,32 \%; 74,65 \%; 6,78 \%.$$

$$4.16. \quad 36^0 56' 20''; 4,01 \%.$$

$$4.17. \quad \text{а) } \varepsilon_B = 56^0 18' 38''; R = 7,39 \%; P_D = 7,98 \%; \text{ б) } 58^0 18' 49''; 10,04 \%; 11,16 \%; \text{ в) } 59^0 58' 14''; 12,45 \%; 14,23 \%.$$

$$4.18. \quad 61^0 12'$$

$$4.19. \quad 32^0$$

$$4.20. \quad 1,52$$

$$4.21. \quad 106^0$$

$$4.22. \quad 156^0$$

$$4.23. \quad 100^0$$

$$4.24. \quad \text{в } 3,3 \text{ рази}$$

$$4.25. \quad 23,6 \text{ ккД/м}^2$$

$$4.26. \quad P_R = 1; P_D = 9.05\%$$

- 4.27. а) 1,63; б) $\varepsilon_{np} = \arcsin(\operatorname{tg} 42^{\circ} 37') = 66^{\circ} 56' 18''$
- 4.28. $\theta = 2(90 - \varepsilon_B) = 67^{\circ} 22' 48''$
- 4.29. $\theta = 60^{\circ} 03' 32''$; $\sigma_A = 59^{\circ} 52' 56''$.
- 4.30. а) 0,047; б) 0,333; в) 0,500; г) 0,714; д) 0,833.
- 4.31. Світло повинно бути лінійно поляризованим у площині падіння та на гранях призми повинно бути $R_{\parallel} = 0$. Звідси випливає, що показник заломлення скла призми повинен бути $n = 1,732$.
- 4.32. $\varepsilon_B = 58^{\circ} 46' 54''$; $I_{\Pi} / I_{ecm} = 0,107$; $\varphi = 35^{\circ} 15' 52''$.
- 4.33. а) Зменшиться у 1,5 рази; б) $69^{\circ} 17' 43''$.
- 4.34. $I = I_0 \cos^2 \alpha \cos^2 (\alpha_2 - \alpha_1)$; а/ $66,22 \text{ Вт/м}^2$; б/ $50,0 \text{ Вт/м}^2$; в/ $46,65 \text{ Вт/м}^2$.
- 4.35. а) $\lambda_0 = 355,2 \text{ нм}$; $\lambda_e = 396,4 \text{ нм}$; $v_0 = 1,809 \cdot 10^{10} \text{ см/с}$; $v_e = 2,019 \cdot 10^{10} \text{ см/с}$; б) $\lambda_0 = 382,5 \text{ нм}$; $\lambda_e = 380 \text{ нм}$; $v_0 = 1,948 \cdot 10^{10} \text{ см/с}$; $v_e = 1,935 \cdot 10^{10} \text{ см/с}$; в) жовтий.
- 4.36. а) З обох призм виходить незвичайний промінь, з першої – поляризований горизонтально, з другої – вертикально; б/ друга призма пропускає більше світла у 1,41 рази; в/ $\frac{1}{n_0} < \sin \alpha < \frac{1}{n_e}$; $37^{\circ} 05' 41'' < \alpha < 42^{\circ} 17' 42''$.
- 4.37. $\varphi = 2(n_0 - n_e) \operatorname{tg} \alpha = 5^{\circ} 17'$
- 4.38. а) $I = I_0 (1 + 2 \sin 2\alpha \sin \delta)$; б) кварц - додатній кристал ($\delta > 0$); при $\alpha_1 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow I_{\max}$, при $\alpha_2 = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow I_{\min}$.
- 4.39. $I = 2I_0 (1 + \cos \delta)$; $m = d_{\max} \frac{n_e - n_0}{\lambda}$; а) 10; б) 172
- 4.40. $\approx 0,07 \text{ мм}$
- 4.41. а) $F = \frac{\lambda a}{4k} = 31,25 \text{ Г}$; б) $\frac{I_{\perp}}{I_{ecm}} = 25\%$
- 4.42. а) $\frac{I_{\perp}}{I_{ecm}} = 0$; б) $\frac{I_{\parallel}}{I_{ecm}} = 50\%$
- 4.43. $(n_e - n_0)' = B\lambda E^2 = 0,12 \cdot 10^{-6}$; $\delta = 2\pi B d E^2 = 2,85^{\circ}$.
- 4.44. $d = 133,6 \text{ мм}$

4.45. а) $\delta = 2\pi cdH^2 = 3^0 50' 28''$; б) $\frac{I_H}{I_{есм}} = 49,9\%$.

4.46. а) $d = 4,5$ мм; б) $d = 1,76$ мм; в) $d = 9$ мм.

4.47. а) $d = 9$ мм; б) $d = 2,73$ мм; в) $d = 4,5$ мм.

4.48. а) $\psi = VdH = 7^0 14' 42''$; б) $\frac{I_{\perp}}{I_{есм}} = 2\%$.

4.49. а) $V = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2dH} = 3,246 \cdot 10^{-3}$ кут.хв./А; б) $\psi = 45^0$; в) $H = 2,772 \cdot 10^6$ А/м.

4.50. $E_{\min} = \frac{1}{\sqrt{R\lambda B}} \approx 2,88$ од СГСЕ $\approx 900 \frac{B}{\text{см}}$.

4.51. $\sqrt{2}/2$

4.52. $I = 3I_0$

4.53. $I = 5I_0$

4.54. 1) Інтенси́вність світла збільшиться у 25 разів; 2) Інтенси́вність світла збільшиться у 9 разів.

4.55. $I = 2I_0$

4.56. $I(\theta) = 3I_0 \left[1 + \frac{2}{3} \cos \left(\frac{4\pi d}{\lambda} \sin \theta \right) \right]$, звідки $V = \frac{2}{3}$; $\Lambda = \frac{\lambda f}{2d} = 2,5 \cdot 10^{-3}$ см.

4.57. Повна різниця фаз світла, що приходить у максимум m -го між двома взаємно перпендикулярними коливаннями

$$\Delta\varphi_m = \frac{\pi}{2}(m+1)$$

При $m = 0$ $\Delta\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ - кругова поляризація зі збереженням обертання світла, що падає;

при $m = \pm 1$ $\Delta\varphi_1 = \pi$; $\Delta\varphi_{-1} = 0$ - лінійно поляризоване світло;

при $m = \pm 2$ - кругова поляризація з протилежним по відношенню до падаючого світла обертанням.

У загальному випадку: у непарних максимумах світло лінійно поляризоване; при $m = 0, \pm 4, \pm 8, \dots$ кругова поляризація зі збереженням напрямку обертання; при $m = 2, \pm 6, \pm 10, \dots$ кругова поляризація зі зворотнім обертанням.

4.58. Зменшиться вдвічі незалежно від поляризації світла, що падає.

6. Література

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. Пер. с англ.- М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит.,1970.- 856 с.: ил.
2. Бегунов Б.Н., Заказнов Н.П. Теория оптических систем: Учеб. пособие для втузов.- М.: Машиностроение, 1973.- 488 с.:ил.
3. Годжаев Н.М. Оптика: Учеб. пособие для вузов.- М.: Высш. школа, 1977.- 432 с.:ил.
4. Задачник по прикладной оптике: Учеб. пособие/М.И. Апенко, Л.А. Запрягаева, И.С. Свешникова. – 2-е изд., перераб. и доп.- М.: Высш. шк., 2003._591 с.: ил.
5. Иродов И. Е. Задачи по общей физике: Учеб. пособие.- 2-е изд., перераб.- М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит.,1988.- 416 с.: ил.
6. Козел С.М., Рашба Э.И., Славатинский С.А. Сборник задач по физике: Учеб. пособие.- 2-е изд., перераб. и доп.- М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит.,1987.- 304 с.: ил.
7. Сборник задач по об щему курсу физики: Учеб. пособие/ В.Л. Гинсбург, Л.М. Левин, Д.В. Сивухин, Е.С. Четверикова, И.А. Яковлев. – 4-е изд., перераб. и доп.- М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит.,1977.- 320 с.: ил.
8. Сборник задач по об щему курсу физики: Учеб. пособие для вузов.Ч.2. Электричество и магнетизм. Оптика/ Под ред. В.А. Овчинкина.- М.: Физматкнига, 2004.- 400 с.
9. Сивухин Д.В. Оптика: Учеб. пособие.- 2-е изд., испр.- М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит.,1985.- 752 с.: ил.
- 10.Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике: Учеб. пособие для втузов.- 7-е изд., перераб. и доп.- М.: Издательство физ.-мат. лит., 2002.- 640 с.: ил.
- 11.Янг М. Оптика и лазеры: Пер. с англ.- М.:Мир, 2005.- 541 с.:ил.