

ДИСТАНЦІЙНІ ПРАКТИЧНІ

ЗАНЯТТЯ з

ОПТИКИ,

запроваджені у зв'язку з
карантином

для запобігання розповсюдженню
COVID19

***Вчіться і БУДЬТЕ
ЗДОРОВІ!***

Іванова В.В.

ФТІ НТУУ “КПІ ім. І.Сікорського”

Дисперсія. Групи хвиль.

1. Нормальна та аномальна дисперсія. Класична дисперсійна формула
2. Фазова і групова швидкості світла. Формула Релея.
3. Дисперсія в плазмі.

Вивчаємо:

- ☐ *Лекції проф. Парновського С.Л.*
- ☐ *Навч. посібник Іванової В.В.: с.51-55, задачі 1.1 (с.52), 1.2 (с.53), 1.3, 1.4 (с.54)*
- ☐ *Задачник Овчинкіна В.А.: №8.26*

Результати навчання:

Основні поняття (знати і розуміти):

Розподіл інтенсивності в дифракційній картині при дифракції Фраунгофера на круглому отворі, диск Ейрі. Критерій Релея, граничний кут розділення, роздільна здатність об'єктива, роздільна здатність телескопа, мікроскопа, нормальне збільшення.

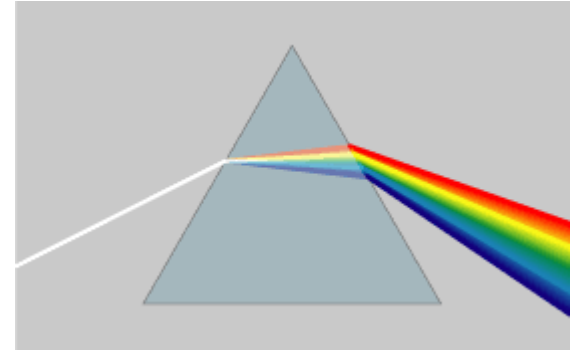
Уміння: *застосовувати критерій Релея для визначення роздільної здатності оптичних приладів, визначати нормальне збільшення, визначати та порівнювати роздільну здатність призми і ґратки.*

Заняття №8

Дисперсія світла - явище, обумовлене залежністю показника заломлення речовини від частоти електромагнітних хвиль (або довжини хвилі), які в ній розповсюджуються

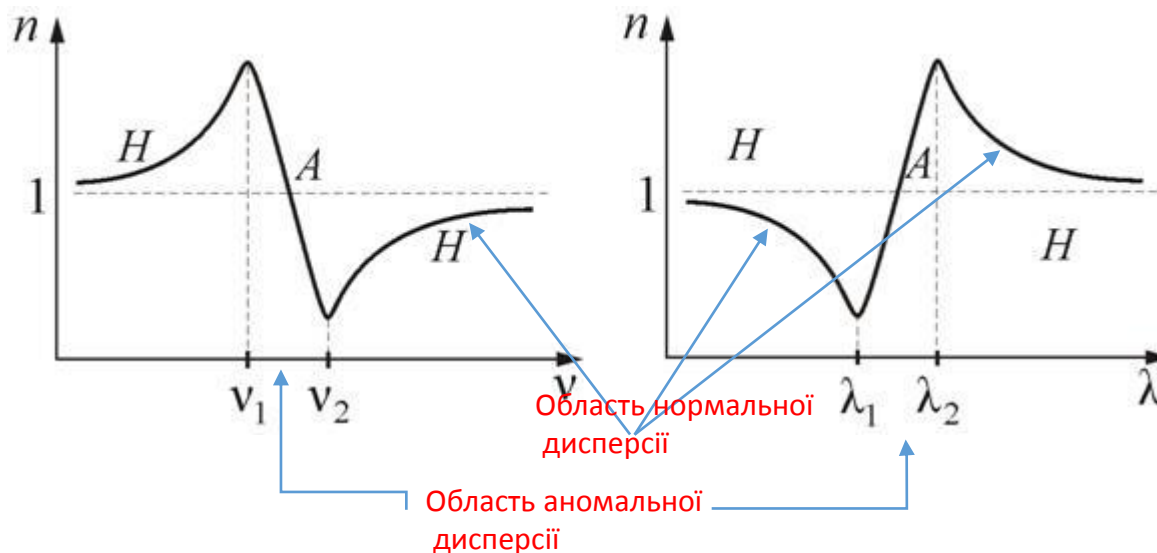
Нормальна дисперсія

$$\frac{dn}{d\lambda} < 0 \quad \longleftrightarrow \quad \frac{dn}{d\omega} > 0$$



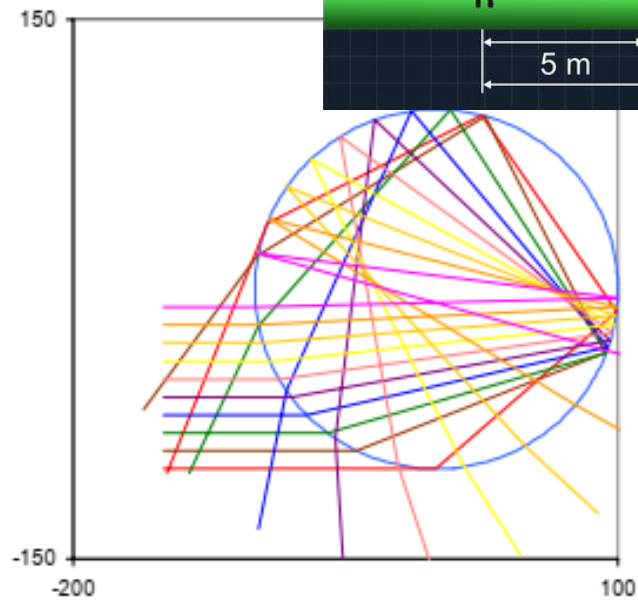
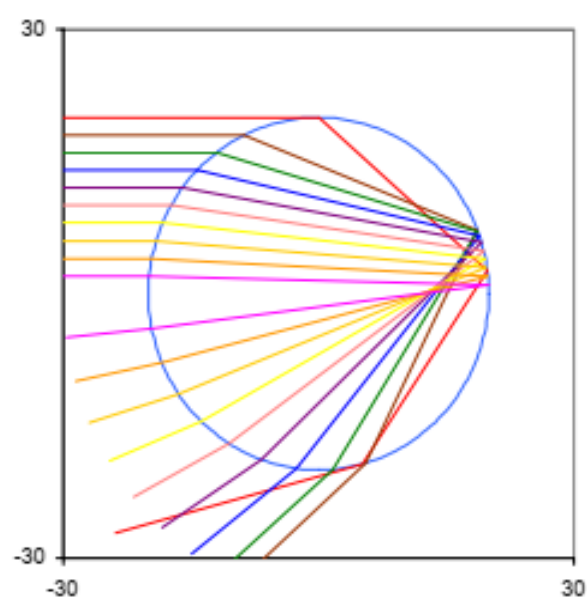
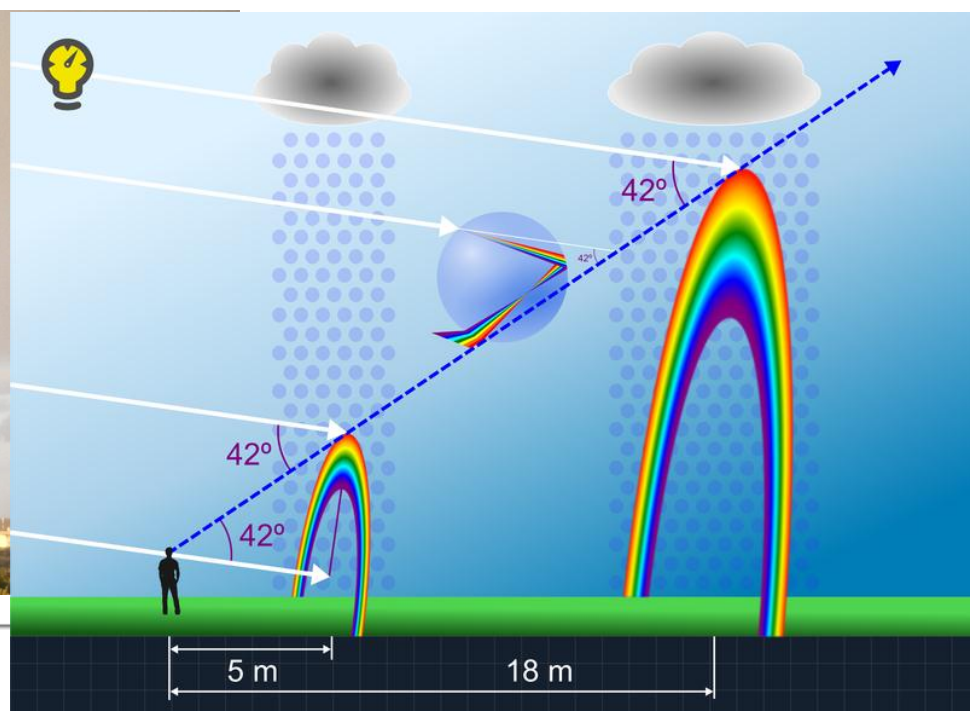
Аномальна дисперсія

$$\frac{dn}{d\lambda} > 0 \quad \longleftrightarrow \quad \frac{dn}{d\omega} < 0$$



Заняття №8

Пояснення утворення райдуг першого і другого порядків



$$\varphi_M \approx 42^\circ$$

Класична теорія дисперсії

(Хенрік Антон Лоренц, нідерландський фізик-теоретик, 1853–1928, Нобелівська премія 1902 г. за теорію ефекту Зеємана)
на основі рівнянь Ньютона.

Всі електрони в атомі можна розділити на **зовнішні (оптичні)** і електрони внутрішніх оболонок. Для різних довжин хвиль різні електрони дають внесок в дисперсію. В **оптичному діапазоні** внесок дають тільки **зовнішні електрони**.

У класичній теорії дисперсії оптичний електрон (електрон зовнішньої оболонки атома) в атомі розглядається як затухаючий гармонійний осцилятор, що характеризується певною власною частотою ω_0 і постійною загасання γ

Електронна теорія дисперсії світла

Дисперсія світла виникає в результаті вимушених згасаючих коливань електронів в атомах речовини в електричному полі електромагнітної хвилі. Ці коливання описуються другим законом Ньютона:

$$m\ddot{\vec{r}} = -k\vec{r} - b\dot{\vec{r}} + e\vec{E}, \quad (1)$$

$e\vec{E}$ – сила, що діє на електрон з боку електричного поля хвилі

$k\vec{r}$ – пружна сила, $b\dot{\vec{r}}$ – “сила тертя випромінювання”, (світло може поглинатись),

без врахування затухання:

$$\ddot{\vec{r}} + \omega_0^2 \vec{r} = \frac{e}{m} \vec{E}, \quad (2) \quad \vec{E} = \vec{E}_0 \cos \omega t, \quad \text{розв'язок (2):} \quad \vec{r} = \frac{e/m}{\omega_0^2 - \omega^2} \vec{E},$$

$$\vec{p} = e\vec{r} = \frac{e^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2} \vec{E} \quad \vec{P} = N\vec{p} = Ne\vec{r} = N \frac{e^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2} \vec{E} \quad \varepsilon = 1 + \chi = 1 + \frac{\vec{P}}{\varepsilon_0 \vec{E}}$$

Дипольний момент електрона \longrightarrow Вектор поляризації \longrightarrow Діелектрична проникність

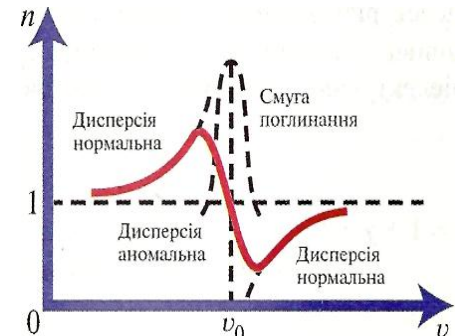
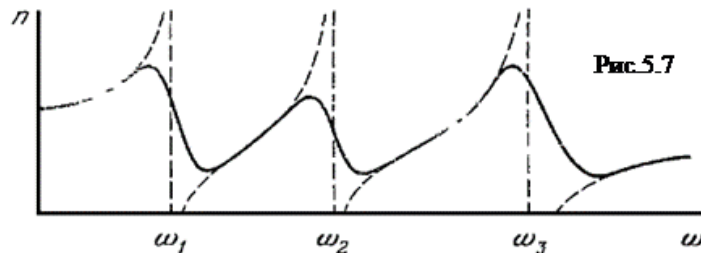
$$\longrightarrow \varepsilon = n^2$$

Для частот вдалині від ліній поглинання

$$n^2 = 1 + \frac{N}{\varepsilon_0} \frac{e^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

χ – діелектрична сприйнятливість середовища

$$n^2 = 1 + \frac{e^2 N}{2m\varepsilon_0} \sum_{j=1}^k \frac{f_j}{\omega_{0j}^2 - \omega^2}$$



Заняття №8

Класична дисперсійна
формула без врахування
затухання

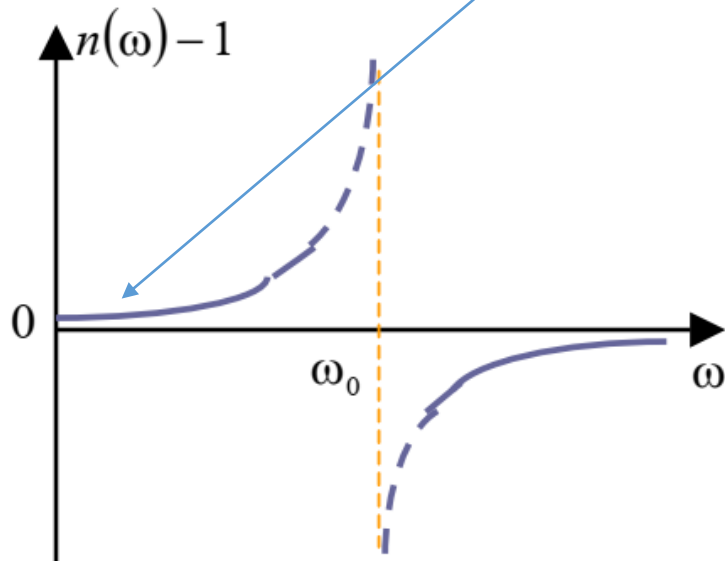
$$n^2 = 1 + \frac{N}{\varepsilon_0} \frac{e^2 / m}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

$$\omega_p^2 = \frac{Ne^2}{\varepsilon m}$$

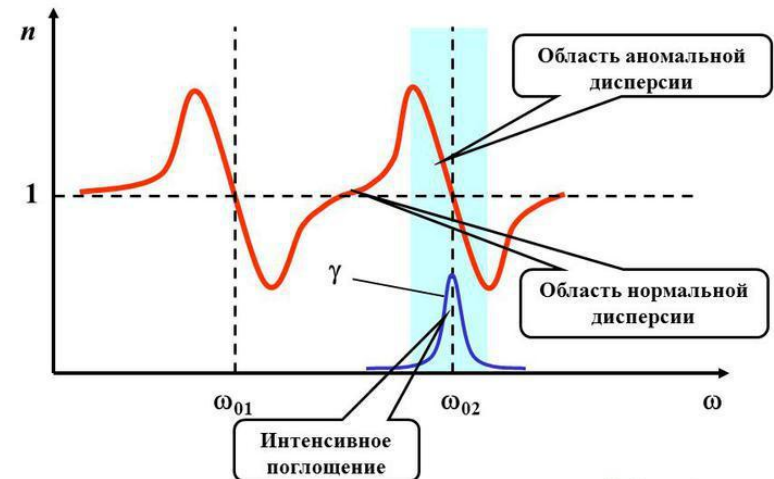
$$n^2(\omega) = \varepsilon(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \rightarrow (\sqrt{1+x} \approx 1 + x/2 \text{ при } x \ll 1)$$

Для розріджених середовищ
і нормальної дисперсії

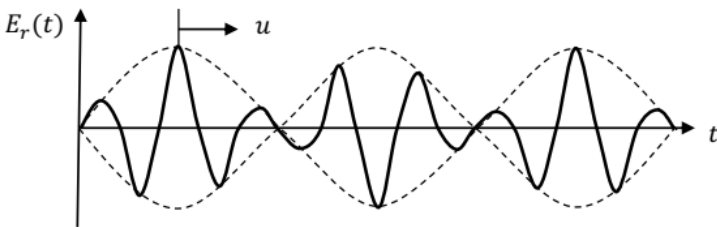
$$n(\omega) = 1 + \frac{1}{2} \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2}$$



Зависимость показателя преломления от частоты



Групова швидкість світла



$$E_r = E_1 + E_2 = E_0 \cos(\omega_1 t - k_1 x) + E_0 \cos(\omega_2 t - k_2 x) =$$

$$= 2E_0 \cos\left[\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t - \frac{k_1 - k_2}{2} x\right] \cos\left[\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t - \frac{k_1 + k_2}{2} x\right] =$$

$$= A_r \cos[\omega_1 t - k_1 x],$$

$$A_r = 2E_0 \cos\left[\frac{\Delta\omega}{2} t - \frac{\Delta k}{2} x\right]$$

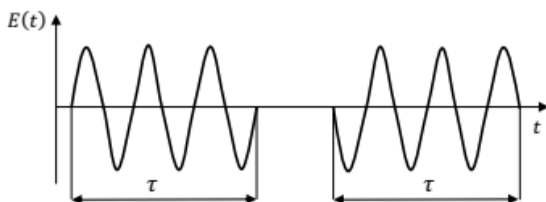
$$u = \frac{dx}{dt} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} = \frac{d\omega}{dk}.$$

Фазова швидкість

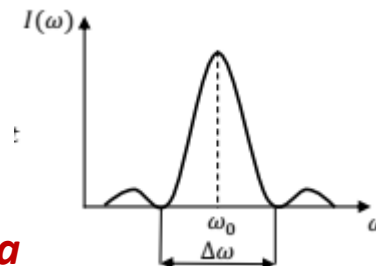
$$v_{faz} = \frac{\omega}{k}$$

Групова швидкість

$$u_{gp} = \frac{d\omega}{dk}$$



Цуги



Спектр цуга

Фазова і групова швидкості світла

Формула Релея

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(vk)}{dk} = \frac{vdk + kdv}{dk} = v + k \frac{dv}{dk},$$

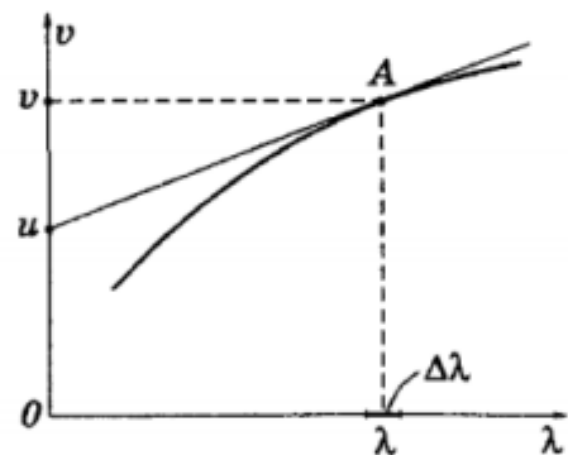
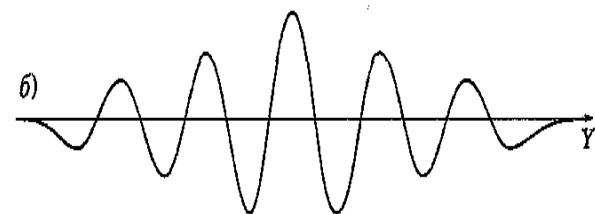
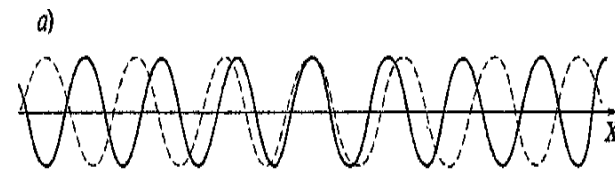
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad dk = -\frac{2\pi}{\lambda^2} d\lambda.$$

Формула Релея
групова швидкість

$$u = v - \frac{2\pi}{\lambda} \frac{dv}{\frac{2\pi}{\lambda^2} d\lambda} = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}.$$

$$\frac{dv}{d\lambda} = \frac{dv}{dn} \frac{dn}{d\lambda} = \frac{d\left(\frac{c}{n}\right)}{dn} \frac{dn}{d\lambda} = \frac{\left(\frac{-c}{n^2}\right) dn}{dn} \frac{dn}{d\lambda} = \frac{-c}{n^2} \frac{dn}{d\lambda}.$$

$$u = v + \frac{c}{n^2} \frac{dn}{d\lambda} = v \left(1 + \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} \right)$$



Дисперсія в плазмі

В плазмі власні частоти вільних електронів $\omega_0 = 0$

СІ

$$\omega_p^2 = \frac{Ne^2}{\epsilon m}$$

Плазмова або
Ленгмюрівська
частота

СГС

$$\omega_p^2 = \frac{4\pi Ne^2}{m}$$

$$n^2 = 1 + \frac{N}{\epsilon_0} \frac{e^2 / m}{\omega_0^2 - \omega^2}$$



$$n^2 = 1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2$$

$$V = \frac{c}{n}, \quad V = \frac{\omega}{k}$$

(Ірвінг Ленгмюр, американський фізик,
1881–1957, Нобелівська премія 1932 г. з
хімії)

$$n^2 = \frac{c^2 k^2}{\omega^2}$$

$$c^2 k^2 = \omega^2 - \omega_p^2$$

$$V_{ph} V_{gr} = \frac{\omega}{k} \frac{d\omega}{dk} = c^2$$

$$V_{ph} V_{gr} = c^2$$

У плазмі фазова швидкість більша за c !

Дисперсія в плазмі

Принцип дальнього радіозв'язку

(базований на відбиванні радіохвиль від іоносфери)

$$n^2 = 1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2$$

для довгих е/м хвиль
при $\omega < \omega_p$ маємо

$$\varepsilon < 0 \Rightarrow n = \sqrt{\varepsilon} = -i\chi$$

показник заломлення уявний \Rightarrow повне внутрішнє відбиття хвиль

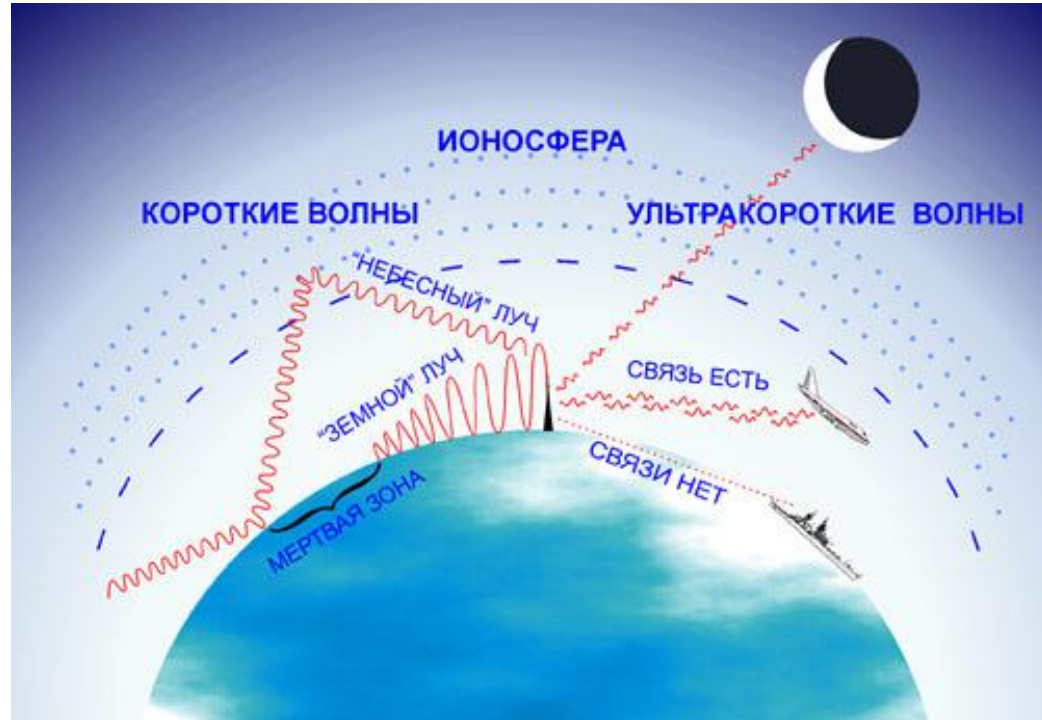
Підставивши в рівняння плоскої хвилі
відповідне уявне хвильове число

$$k = \frac{2\pi}{\lambda_0} n = -k_0 i\chi,$$



отримаємо:

$$E = E_0 \exp \left(- \underbrace{\frac{2\pi}{\lambda_0} \chi x}_{\text{}} \right) \cos(\omega t)$$



Дисперсія. Групи хвиль.

Домашнє завдання: (термін виконання: до 11.05.2020 р.(14-00))

❑ Задачник під ред. Овчинкіна В.О.: № 10.1, 10.2, 10.5, 10.6, 10.12

Д/З подаються у вигляді файлу типу *прізвище_ДЗ_8.pdf* в Telegram

Вимоги до оформлення Д/З:

- Рисунки виконуються «під лінійку» з усіма необхідними позначеннями!
- Розв'язки супроводжуються належними СЛОВЕСНИМИ поясненнями з посиланням на закони і формули!
- При наявності в умові задачі числових даних, відповідь має бути обрахована!
- Неохайно оформлена задача, з закресленнями, розділена на кілька файлів, тобто така, яка ускладнює її нормальну перевірку, розглядатись не буде!
- Списані задачі не зараховуються!
- Фотографії аркушів з Д/З, якщо інша форма представлення не обумовлена, мають бути чіткі, якісні, відформатовані!