# ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №6. Наближене обчислення інтегралів

**Мета:** Закріплення знань із застосування методів чисельного інтегрування функцій.

**Теоретичні відомості** до роботи наведені у лекції 6.

**Порядок виконання роботи**

Виконати наступне завдання згідно зі своїм варіантом (групою) та номером у списку групи.

**ВАРІАНТ 1**

**1.** а) Обчислити наближено за формулою трапецій інтеграл $\int_0^1 (3x^2 - 4x)dx$, вважаючи $n=10$. Обчислити цей інтеграл точно та визначити абсолютну та відносну похибки результату;

б) Обчислити інтеграл $\int_{0.1}^{1} \frac{arctgx}{x} dx$ за формулою Сімпсона з точністю до $10^{-4}$. Величину кроку $h$, що забезпечує потрібну точність, визначити за допомогою подвійного перерахунку;

в) Обчислити інтеграл $\int_0^{0.1} \frac{ln(1+x)}{1+x^2} dx$, розкладаючи підінтегральну функцію у степеневий ряд і взявши три члени цього розкладу. Оцінити похибку $R$;

г) Обчислити інтеграл $\int_{0.1}^{\infty} \frac{arctgx}{1+x^3} dx$ з точністю $\varepsilon=10^{-2}$ методом відкидання;

д) Обчислити інтеграл $\int_0^2 dy \int_0^1 (x^2 + 2y)dx$ методом повторного інтегрування, застосовуючи формулу трапецій при $n_x = 4$, $n_y = 8$.

**2.** а) Обчислити інтеграл $\int_0^1 \frac{xdx}{1+x}$ за формулою Сімпсона, приймаючи $n=10$. Оцінити залишковий член;

б) Обчислити інтеграл $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ за формулою трапецій з точністю до $10^{-4}$. Величину кроку $h$, що забезпечує потрібну точність, визначити за допомогою подвійного перерахунку;

в) Обчислити інтеграл $\int_0^1 \cos\left(x^2\right)dx$, розкладаючи підінтегральну функцію у степеневий ряд і взявши чотири члени цього розкладу. Оцінити похибку $R$;

г) Обчислити інтеграл $\int_1^{\infty} \frac{xe^{-x^2}}{2+\sin x}dx$ з точністю $\varepsilon=10^{-5}$ методом відкидання;

д) Обчислити інтеграл $\int_3^4 dx\int_1^2 \frac{dy}{(x+y)^2}$ методом повторного інтегрування, застосовуючи формулу Сімпсона при $n_x = n_y = 4$.

**3.** а) Обчислити наближено інтеграл $\int_1^5 \frac{dx}{x}$ за формулою трапецій при $n=4$. Оцінити залишковий член;

б) Обчислити інтеграл $\int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{1+x^2}dx$ за формулою Сімпсона з точністю до $10^{-4}$. Величину кроку $h$, що забезпечує потрібну точність, визначити за допомогою подвійного перерахунку;

в) За допомогою розкладу підінтегральної функції в ряд обчислити інтеграл $\int_0^{0.5} \frac{\arcsin x}{x}dx$, взявши чотири члени розкладу. Оцінити похибку $R$;

г) Отримати за допомогою методу відкидання таблицю значень інтегралу $\int_5^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{1+ax^5}}$ з точністю $\varepsilon=10^{-3}$ для $a = 0.5 + 0.1k$, $k = 0,1,\dots,5$;

д) Обчислити інтеграл $\iint_G \sqrt{x^2 - y^2}\,dxdy$ методом Монте-Карло, де $G$ – трикутник з вершинами $O(0;0)$, $A(1;0)$, $B(1;1)$.

**4.** а) Обчислити наближено інтеграл $\int_{1}^{9}\sqrt{6x-5}dx$ за формулою трапецій при $n=8$. Оцінити залишковий член;

б) Обчислити інтеграл $\int_{0}^{0.2}\cos\frac{\pi x^2}{2}dx$ за формулою Сімпсона з точністю до $10^{-4}$. Величину кроку *h*, що забезпечує потрібну точність, визначити за допомогою подвійного перерахунку;

в) Обчислити інтеграл $\int_{0}^{0.5}x^2\sqrt{1+x^2}dx$, розкладаючи підінтегральну функцію у степеневий ряд і взявши чотири члени цього розкладу. Оцінити похибку *R*;

г) Отримати таблицю значень інтегралу $\int_{0}^{\infty}\frac{\sin ax}{a+x}e^{-x}dx$, $n=5$, $a=0.5+0.1k$, $k=6,7,\ldots,10$, використовуючи квадратурні формули з вагою;

д) Обчислити інтеграл $\int_{0}^{1}dx\int_{0}^{1}\frac{x^2dy}{1+y^2}$ методом повторного інтегрування, застосовуючи формулу Сімпсона при $n_x=n_y=4$.

**5.** а) Обчислити наближено інтеграл $\int_{0}^{1.2}\ln\left(1+x^2\right)dx$ за формулою трапецій при $n=6$. Оцінити залишковий член;

б) Обчислити інтеграл $\int_{0}^{0.5}\frac{dx}{\sqrt{\left(1-x^2\right)\left(1-0.75x^2\right)}}$ за формулою Сімпсона з точністю до $10^{-4}$. Величину кроку *h*, що забезпечує потрібну точність, визначити за допомогою подвійного перерахунку;

в) Обчислити інтеграл $\int_{0}^{2}\frac{\sin x}{x}dx$, розкладаючи підінтегральну функцію у степеневий ряд і взявши чотири члени розкладу. Оцінити похибку *R*;

г) Обчислити інтеграл $\int_{0}^{\infty}\frac{xe^{-x}}{x+2}dx$, $n=4$, використовуючи квадратурні формули з вагою;

д) Обчислити інтеграл $\iint\limits_G e^{\frac{x}{y}} dxdy$ методом Монте-Карло, де $G$ – криволінійний трикутник, обмежений параболою $y^2 = x$ та прямими $x = 0$, $y = 1$.

**6.** а) Обчислити наближено інтеграл $\int\limits_0^1 \sin\left(x^2\right) dx$ за формулою трапецій при $n=10$. Оцінити залишковий член;

б) Обчислити інтеграл $\int\limits_0^{0.5} \cos\left(\frac{x^2}{4}\right) dx$ за формулою Сімпсона з точністю до $10^{-4}$. Величину кроку $h$, що забезпечує потрібну точність, визначити за допомогою подвійного перерахунку;

в) Обчислити інтеграл $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x} dx$, розкладаючи підінтегральну функцію у степеневий ряд і взявши чотири члени розкладу. Оцінити похибку $R$;

г) Обчислити інтеграл $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{x+1}{x+2} e^{-x^2} dx$, $n = 4$, використовуючи квадратурні формули з вагою;

д) Обчислити інтеграл $\int\limits_0^1 dx \int\limits_1^2 \frac{\sin\left(x^2 + y^2\right)}{1 + 0.6x + 0.6y} dy$ методом повторного інтегрування, застосовуючи формулу Сімпсона при $n_x = n_y = 10$.

**7.** а) Обчислити наближено інтеграл $\int\limits_0^1 \cos\left(x^2\right) dx$ за формулою трапецій при $n=10$. Оцінити залишковий член;

б) Обчислити інтеграл $\int\limits_0^1 \frac{\ln\left(1 + x^2\right)}{1 + x^2} dx$ за формулою Сімпсона з точністю до $10^{-4}$. Величину кроку $h$, що забезпечує потрібну точність, визначити за допомогою подвійного перерахунку;

в) Обчислити інтеграл $\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{3}} x^3 arctgx dx$ з точністю $\varepsilon=10^{-4}$, розкладаючи підінтегральну функцію у степеневий ряд;

г) Отримати таблицю значень інтегралу $\int_0^{\infty} \frac{\sin ax}{a+x} e^{-x} dx$, $n=5$, $a=0.5+0.1k$, $k=0,1,\dots,5$, використовуючи квадратурні формули з вагою;

д) Обчислити інтеграл $\int_0^2 dx \int_{0.5}^{1.5} \frac{e^{-(x+y)}}{1+0.3(x+y)} dy$ методом повторного інтегрування, застосовуючи формулу Сімпсона при $n_x=20$, $n_y=10$.

**8.** а) Обчислити наближено інтеграл $\int_4^{5.2} \ln x dx$ за формулою трапецій при $n=6$. Оцінити залишковий член;

б) Обчислити інтеграл $\int_0^{0.5} \sqrt{\frac{1-0.25x^2}{1-x^2}} dx$ за формулою Сімпсона з точністю до $10^{-4}$. Величину кроку $h$, що забезпечує потрібну точність, визначити за допомогою подвійного перерахунку;

в) Обчислити інтеграл $\int_0^{0.2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ з точністю $\varepsilon=10^{-5}$, розкладаючи підінтегральну функцію у степеневий ряд;

г) Отримати таблицю значень інтегралу $\int_0^{\infty} \frac{e^{-x}}{a+\sqrt{x}} dx$, $n=5$, $a=0.6+0.2k$, $k=0,1,\dots,5$, використовуючи квадратурні формули з вагою;

д) Обчислити інтеграл $\int_0^1 dx \int_1^2 \frac{\sin(x^2+y^2)}{1+0.5x+0.5y} dy$ методом повторного інтегрування, застосовуючи формулу Сімпсона при $n_x=n_y=10$.

**9.** а) Обчислити наближено інтеграл $\int_1^3 \frac{dx}{1+x}$ за формулою трапецій при $n=4$. Оцінити залишковий член;

б) Обчислити інтеграл $\int\limits_0^{0.5}\sqrt{\dfrac{1-0.75x^2}{1-x^2}}dx$ за формулою Сімпсона з точністю до $10^{-4}$. Величину кроку $h$, що забезпечує потрібну точність, визначити за допомогою подвійного перерахунку;

в) За допомогою розкладу підінтегральної функції в ряд обчислити з точністю до $10^{-3}$ інтеграл $\int\limits_0^1 \dfrac{shx}{x}dx$;

г) Отримати таблицю значень інтегралу $\int\limits_{-\infty}^{\infty}\dfrac{e^{-x^2}}{\sqrt{2+\sin ax}}dx$, $n=5$, $a=1.5+0.2k$, $k=0,1,\ldots,5$, використовуючи квадратурні формули з вагою;

д) Обчислити інтеграл $\int\limits_0^1 dx\int\limits_1^2 \dfrac{\sin\left(x^2+y^2\right)}{1+x+y}dy$ методом повторного інтегрування, застосовуючи формулу Сімпсона при $n_x=n_y=10$.

**10.** а) Обчислити наближено інтеграл $\int\limits_{0.1}^{1.6}\dfrac{dx}{\sqrt{x}}$ за формулою Ньютона при $n=30$. Оцінити залишковий член;

б) Обчислити інтеграл $\int\limits_0^1 \dfrac{dx}{\sqrt{1+x^2}}$ за формулою трапецій з точністю до $10^{-5}$, визначаючи величину кроку $h$ за оцінкою залишкового члена;

в) За допомогою розкладу підінтегральної функції у степеневий ряд обчислити з точністю $10^{-5}$ інтеграл $\int\limits_0^{\frac{1}{3}}\dfrac{dx}{\sqrt[3]{1-x^2}}$;

г) Отримати таблицю значень інтегралу $\int\limits_{-\infty}^{\infty}\dfrac{\cos ax}{a+x^2}e^{-x^2}dx$, $n=5$, $a=1.0+0.2k$, $k=0,1,\ldots,5$, використовуючи квадратурні формули з вагою;

д) Обчислити інтеграл $\int\limits_0^2 dx\int\limits_{0.5}^{1.5} e^{-(x+y)}dy$ методом повторного інтегрування, застосовуючи формулу трапецій при $n_x=10$, $n_y=5$.

**11.** а) Обчислити наближено інтеграл $\int_{0}^{0.6} \frac{dx}{1+x}$ за формулою Ньютона, взявши крок $h=0.1$. Оцінити залишковий член;

б) Обчислити інтеграл $\int_{0}^{0.5} \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-0.25x^2)}}$ за формулою Сімпсона з точністю до $10^{-4}$. Величину кроку $h$, що забезпечує потрібну точність, визначити за допомогою подвійного перерахунку;

в) За допомогою розкладу підінтегральної функції у степеневий ряд обчислити з точністю до $10^{-5}$ інтеграл $\int_{0}^{0.5} \sqrt{1+x^5}\,dx$;

г) Обчислити інтеграл $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} \cos x dx$, $n=5$, використовуючи квадратурні формули з вагою;

д) Обчислити інтеграл $\int_{0}^{2} dx \int_{0.5}^{1.5} \frac{e^{-(x+y)}}{1+0.5(x+y)} dy$ методом повторного інтегрування, застосовуючи формулу трапецій при $n_x = 20$, $n_y = 10$.

**12.** а) Обчислити наближено інтеграл $\int_{0}^{1.2} ln(1+x^2)dx$ за формулою Сімпсона при $n=6$. Оцінити залишковий член;

б) Обчислити інтеграл $\int_{0}^{1.5} \frac{cos\,x}{1+x} dx$ за формулою трапецій з точністю до $10^{-2}$. Величину кроку $h$, що забезпечує потрібну точність, визначити за допомогою подвійного перерахунку;

в) За допомогою розкладу підінтегральної функції у степеневий ряд обчислити з точністю до $10^{-4}$ інтеграл $\int_{0.2}^{0.3} \frac{dx}{\sqrt[3]{1+x^2}}$;

г) Отримати таблицю значень інтегралу $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-x^2}}{\sqrt{2+sin\,ax}} dx$, $n=5$, $a=1.5+0.2k$, $k=6,7,\ldots,10$, використовуючи квадратурні формули з вагою;

д) Обчислити інтеграл $\int_0^1 dx \int_1^2 \frac{sin\left(x^2+y^2\right)}{1+0.7x+0.7y}dy$ методом повторного інтегрування, застосовуючи формулу Сімпсона при $n_x = n_y = 10$.

**13.** а) Обчислити наближено інтеграл $\int_0^1 e^{x^2}dx$ за формулою Сімпсона при $n=10$. Оцінити залишковий член;

б) Обчислити інтеграл $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ за формулою трапецій з точністю до $10^{-4}$, визначаючи величину кроку $h$ за оцінкою залишкового члена;

в) За допомогою розкладу підінтегральної функції у степеневий ряд обчислити з точністю $10^{-4}$ інтеграл $\int_0^{0.5} \frac{arctgx}{x}dx$;

г) Отримати таблицю значень інтегралу $\int_0^{\infty} \frac{e^{-x}}{a+\sqrt{x}}dx$, $n=5$, $a=0.6+0.2k$, $k=6,7,\ldots,10$, використовуючи квадратурні формули з вагою;

д) Обчислити інтеграл $\int_0^2 dx \int_{0.5}^{1.5} \frac{1}{1+0.1(x+y)}dy$ методом повторного інтегрування, застосовуючи формулу трапецій при $n_x = 10$, $n_y = 5$.

**14.** а) Обчислити наближено інтеграл $\int_0^1 sin\left(x^2\right)dx$ за формулою Сімпсона при $n=10$. Оцінити залишковий член;

б) Обчислити інтеграл $\int_1^2 \frac{\cos x}{x}dx$ за формулою трапецій з точністю до $10^{-2}$. Величину кроку $h$, що забезпечує потрібну точність, визначити за допомогою подвійного перерахунку;

в) За допомогою розкладу підінтегральної функції у степеневий ряд обчислити з точністю до $10^{-5}$ інтеграл $\int_{0.5}^{0.6} \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}}$;

г) Отримати таблицю значень інтегралу $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos ax}{a + x^2} e^{-x^2} dx$, $n = 5$, $a = 1.0 + 0.2k$, $k = 6, 7, \ldots, 10$, використовуючи квадратурні формули з вагою;

д) Обчислити інтеграл $\int\limits_0^1 dx \int\limits_1^2 \frac{\sin\left(x^2 + y^2\right)}{1 + 0.8x + 0.8y} dy$ методом повторного інтегрування, застосовуючи формулу Сімпсона при $n_x = n_y = 10$.

**15.** а) Обчислити наближено інтеграл $\int\limits_0^1 \cos\left(x^2\right) dx$ за формулою Сімпсона при $n=10$. Оцінити залишковий член;

б) Обчислити інтеграл $\int\limits_1^2 \frac{\lg x}{x} dx$ за формулою трапецій з точністю до $10^{-2}$. Величину кроку $h$, що забезпечує потрібну точність, визначити за допомогою подвійного перерахунку;

в) За допомогою розкладу підінтегральної функції у степеневий ряд обчислити з точністю до $10^{-4}$ інтеграл $\int\limits_{0.5}^{0.8} \sqrt{1 + x^3} dx$;

г) Обчислити інтеграл $\int\limits_0^{\infty} \frac{\sin x}{x + 1} e^{-x} dx$ для $n = 3, 4, 5$, використовуючи квадратурні формули з вагою;

д) Обчислити інтеграл $\int\limits_0^1 dx \int\limits_1^2 \frac{\sin\left(x^2 + y^2\right)}{1 + 0.9x + 0.9y} dy$ методом повторного інтегрування, застосовуючи формулу Сімпсона при $n_x = n_y = 10$.

**16.** а) Обчислити наближено інтеграл $\int\limits_4^{5.2} \ln x dx$ за формулою Сімпсона при $n=6$. Оцінити залишковий член;

б) Обчислити інтеграл $\int\limits_1^2 x \lg x dx$ за формулою трапецій з точністю до $10^{-2}$. Величину кроку $h$, що забезпечує потрібну точність, визначити за допомогою подвійного перерахунку;

в) Обчислити інтеграл $\int\limits_{0}^{0.1} \frac{ln(1+x)}{1+x^2}dx$ з точністю до $10^{-7}$, розкладаючи підінтегральну функцію у степеневий ряд;

г) Обчислити інтеграл $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{e^{-x}}{\sqrt{x+1}}dx$ для $n=3,4,5$, використовуючи квадратурні формули з вагою;

д) Обчислити інтеграл $\int\limits_{0}^{2} dx \int\limits_{0.5}^{1.5} \frac{dy}{1+0.5(x+y)}$ методом повторного інтегрування, застосовуючи формулу трапецій при $n_x = 20$, $n_y = 10$.

**17.** а) Обчислити наближено інтеграл $\int\limits_{1}^{3} \frac{dx}{1+x}$ за формулою Сімпсона при $n=4$. Оцінити залишковий член;

б) Обчислити інтеграл $\int\limits_{0}^{1} \frac{dx}{1+x^3}$ за формулою трапецій з точністю до $10^{-2}$. Величину кроку $h$, що забезпечує потрібну точність, визначити за допомогою подвійного перерахунку;

в) Обчислити інтеграл $\int\limits_{0}^{0.1} \frac{ln(1+x)}{x}dx$, розкладаючи підінтегральну функцію у степеневий ряд і взявши три члени цього розкладу. Оцінити похибку $R$;

г) Обчислити інтеграл $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-x^2}}{\sqrt{sin\,x+2}}dx$ для $n=3,4,5$, використовуючи квадратурні формули з вагою;

д) Обчислити інтеграл $\int\limits_{0}^{2} dx \int\limits_{0.5}^{1.5} \frac{e^{-0.2(x+y)}}{1+0.2(x+y)}dy$ методом повторного інтегрування, застосовуючи формулу трапецій при $n_x = 20$, $n_y = 10$.

## ВАРІАНТ 2

**1.** а) Обчислити наближено інтеграл $\int\limits_{0.1}^{1} \frac{arctgx}{x}dx$ за формулою трапецій при $n=10$. Оцінити залишковий член;

б) Обчислити інтеграл $\int_0^1 \left(3x^2 - 4x\right)dx$ за формулою Сімпсона з точністю до $10^{-4}$. Величину кроку $h$, що забезпечує потрібну точність, визначити за допомогою подвійного перерахунку;

в) Обчислити інтеграл, розкладаючи підінтегральну функцію $\int_0^1 x\sin x dx$ у степеневий ряд і взявши три члени цього розкладу. Оцінити похибку $R$;

г) Обчислити інтеграл $\int_1^\infty \frac{dx}{1+x^2}$ з точністю $\varepsilon=10^{-2}$ методом відкидання;

д) Обчислити інтеграл $\int_1^2 dx \int_3^4 \frac{dy}{(x-y)^2}$ методом повторного інтегрування, застосовуючи формулу Сімпсона при $n_x = n_y = 4$.

**2.** а) Обчислити наближено інтеграл $\int_0^{0.1} \frac{\ln(1+x)}{1+x^2}dx$ за формулою трапецій при $n=4$. Оцінити залишковий член;

б) Обчислити інтеграл $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ за формулою Сімпсона з точністю до $10^{-4}$. Величину кроку $h$, що забезпечує потрібну точність, визначити за допомогою подвійного перерахунку;

в) Обчислити інтеграл, розкладаючи підінтегральну функцію $\int_0^1 x\cos x dx$ у степеневий ряд і взявши три члени цього розкладу. Оцінити похибку $R$;

г) Обчислити інтеграл $\int_1^\infty xe^x dx$ з точністю $\varepsilon=10^{-2}$ методом відкидання;

д) Обчислити інтеграл $\int_1^2 dx \int_1^2 xydy$ методом повторного інтегрування, застосовуючи формулу Сімпсона при $n_x = n_y = 10$.

**3.** а) Обчислити наближено інтеграл $\int\limits_{0.1}^{0.5} \frac{arcsin\, x}{x} dx$ за формулою трапецій при $n=10$. Оцінити залишковий член;

б) Обчислити інтеграл $\int\limits_{1}^{5} \frac{dx}{x}$ за формулою Сімпсона з точністю до $10^{-4}$. Величину кроку $h$, що забезпечує потрібну точність, визначити за допомогою подвійного перерахунку;

в) Обчислити інтеграл, розкладаючи підінтегральну функцію $\int\limits_{0}^{0.5} ln(x+1)dx$ у степеневий ряд і взявши чотири члени цього розкладу. Оцінити похибку $R$;

г) Отримати за допомогою методу відкидання таблицю значень інтегралу $\int\limits_{5}^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{1+ax^5}}$ з точністю $\varepsilon=10^{-3}$ для $a = 0.5 + 0.1k$, $k = 6,\ldots,10$;

д) Обчислити інтеграл $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{0}^{1.5} \left(4 - x^2 - y^2\right)dy$ методом повторного інтегрування, застосовуючи формулу Сімпсона при $n_x = n_y = 4$.

**4.** а) Обчислити наближено інтеграл $\int\limits_{0}^{0.2} cos \frac{\pi x^2}{2} dx$ за формулою трапецій при $n=5$. Оцінити залишковий член;

б) Обчислити інтеграл $\int\limits_{1}^{9} \sqrt{6x-5}dx$ за формулою Сімпсона з точністю до $10^{-4}$. Величину кроку $h$, що забезпечує потрібну точність, визначити за допомогою подвійного перерахунку;

в) Обчислити інтеграл, розкладаючи підінтегральну функцію $\int\limits_{0}^{0.5} x^2 arctgx dx$ у степеневий ряд і взявши чотири члени цього розкладу. Оцінити похибку $R$;

г) Обчислити інтеграл $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{xe^{-x}}{x+2} dx$ з точністю $\varepsilon=10^{-2}$ методом відкидання;

д) Обчислити інтеграл $\int_{1}^{2} dx \int_{2}^{3} x^2 y dy$ методом повторного інтегрування, застосовуючи формулу Сімпсона при $n_x = n_y = 10$.

**5.** а) Обчислити наближено інтеграл $\int_{0}^{\frac{\sqrt{3}}{3}} x^3 arctgx dx$ за формулою трапецій при $n=10$. Оцінити залишковий член;

б) Обчислити інтеграл $\int_{0}^{1} \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}}$ за формулою Сімпсона з точністю до $10^{-4}$. Величину кроку $h$, що забезпечує потрібну точність, визначити за допомогою подвійного перерахунку;

в) Обчислити інтеграл, розкладаючи підінтегральну функцію $\int_{0}^{0.2} \frac{ln(x+1)}{(x+1)} dx$ у степеневий ряд і взявши три члени цього розкладу. Оцінити похибку $R$;

г) Обчислити інтеграл $\int_{1}^{\infty} \frac{xe^x}{x+1} dx$ з точністю $\varepsilon=10^{-4}$ методом відкидання;

д) Обчислити інтеграл $\int_{0}^{1} dx \int_{0}^{1} (x+y) dy$ методом повторного інтегрування, застосовуючи формулу Сімпсона при $n_x = n_y = 10$.

**6.** а) Обчислити наближено інтеграл $\int_{0}^{0.2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ за формулою трапецій при $n=10$. Оцінити залишковий член;

б) Обчислити інтеграл $\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{sin x}{x} dx$ за формулою Сімпсона з точністю до $10^{-4}$, визначаючи величину кроку $h$ за оцінкою залишкового члена;

в) Обчислити інтеграл $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{sin x}{x} dx$ з точністю $\varepsilon=10^{-3}$, розкладаючи підінтегральну функцію у степеневий ряд;

г) Обчислити інтеграл для $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-x^2}}{\sqrt{2+\sin x}}dx$ для $n=5$, використовуючи квадратурні формули з вагою;

д) Обчислити інтеграл $\int\limits_1^2 dx \int\limits_3^4 \frac{dy}{(x-y)^2}$ методом повторного інтегрування, застосовуючи формулу трапецій при $n_x = n_y = 4$.

**7.** а) Обчислити наближено інтеграл $\int\limits_{0.2}^{0.3} \frac{dx}{\sqrt[3]{1+x^2}}$ за формулою трапецій при $n=10$. Оцінити залишковий член;

б) Обчислити інтеграл $\int\limits_1^2 \frac{\lg x}{x}dx$ за формулою Сімпсона з точністю до $10^{-5}$, визначаючи величину кроку $h$ за оцінкою залишкового члена;

в) За допомогою розкладу підінтегральної функції у степеневий ряд обчислити з точністю до $10^{-5}$ інтеграл $\int\limits_0^2 \frac{\sin x}{x}dx$;

г) Обчислити інтеграл $\int\limits_0^{\infty} \frac{xe^{-x}}{x+2}dx$ для $n=3,4,5$, використовуючи квадратурні формули з вагою;

д) Обчислити інтеграл $\int\limits_1^2 dx \int\limits_1^2 xydy$ методом повторного інтегрування, застосовуючи формулу трапецій при $n_x = n_y = 10$.

**8.** а) Обчислити наближено інтеграл $\int\limits_{0.5}^{0.6} \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}}$ за формулою трапецій при $n=10$. Оцінити залишковий член;

б) Обчислити інтеграл $\int\limits_{0.5}^{1} \sqrt{x}\sin(x)dx$ за формулою Сімпсона з точністю до $10^{-4}$, визначаючи величину кроку $h$ за оцінкою залишкового члена;

в) За допомогою розкладу підінтегральної функції у степеневий ряд обчислити з точністю до $10^{-5}$ інтеграл $\int\limits_0^{0.5} \frac{arcsin\, x}{x} dx$;

г) Обчислити інтеграл $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{cos\, x}{1+x^2} e^{-x^2} dx$ для $n = 3,4,5$, використовуючи квадратурні формули з вагою;

д) Обчислити інтеграл $\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^{1.5} \left(4 - x^2 - y^2\right) dy$ методом повторного інтегрування, застосовуючи формулу трапецій при $n_x = n_y = 4$.

**9.** а) Обчислити наближено інтеграл $\int\limits_{0.5}^{0.8} \sqrt{1 + x^3} dx$ за формулою трапецій при $n=10$. Оцінити залишковий член;

б) Обчислити інтеграл $\int\limits_0^{\frac{\sqrt{3}}{3}} x^3 arctgx dx$ за формулою Сімпсона з точністю до $10^{-5}$, визначаючи величину кроку $h$ за оцінкою залишкового члена;

в) За допомогою розкладу підінтегральної функції у степеневий ряд обчислити з точністю до $10^{-5}$ інтеграл $\int\limits_0^{0.5} x^2 arctgx dx$;

г) Обчислити інтеграл $\int\limits_0^{\infty} \frac{sin\, x}{1+x} e^{-x} dx$ для $n = 3,4,5$, використовуючи квадратурні формули з вагою;

д) Обчислити інтеграл $\int\limits_1^2 dx \int\limits_2^3 x^2 y dy$ методом повторного інтегрування, застосовуючи формулу трапецій при $n_x = n_y = 10$.

**10.** а) Обчислити наближено інтеграл $\int\limits_{0.1}^{0.5} \sqrt{x}\, sin(x) dx$ за формулою трапецій при $n=10$. Оцінити залишковий член;

б) Обчислити інтеграл $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^3}$ за формулою Сімпсона з точністю до $10^{-4}$, визначаючи величину кроку $h$ за оцінкою залишкового члена;

в) За допомогою розкладу підінтегральної функції у степеневий ряд обчислити з точністю до $10^{-3}$ інтеграл $\int_{0.1}^{1} \frac{arctgx}{x} dx$;

г) Обчислити інтеграл $\int_0^{\infty} \frac{e^{-x}}{1+\sqrt{x}} dx$ для $n = 3,4,5$, використовуючи квадратурні формули з вагою;

д) Обчислити інтеграл $\int_0^1 dx \int_0^1 (x+y) dy$ методом повторного інтегрування, застосовуючи формулу трапецій при $n_x = n_y = 10$.

**Контрольні питання**

1. Квадратурні формули з рівновіддаленими вузлами.
2. Вибір кроку інтегрування.
3. Інтегрування за допомогою степеневих рядів.
4. Інтеграли з нескінченними межами. Метод відкидання. Застосування квадратурних формул з вагою.
5. Кратні інтеграли. Метод повторного інтегрування. Метод Монте-Карло.