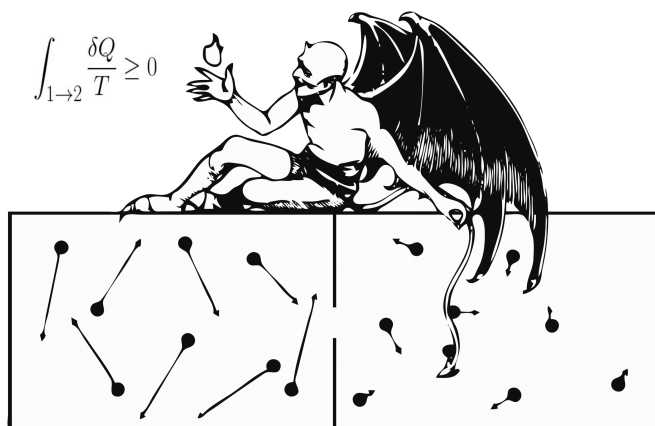


Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України «Київський
політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

М. В. Грайворонський, А. А. Єрещенко, Г. Є. Монастирський,
А. В. Гільчук, О. В. Гомонай

Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з термодинаміки



Друге видання

За ред. В. Шитої & В. Полякова

Київ – 2017

Коментар до зображення з обкладинки.

Демон Максвелла — уявний експеримент, запропонований 1867 року, а також його головний персонаж — гіпотетична розумна істота мікроскопічного розміру, вигадана Джеймсом Максвеллом з метою проілюструвати удаваний парадокс другого закону термодинаміки.

Припустимо, що посудину з газом розділено непроникною перегородкою на дві частини: праву і ліву. У перегородці отвір з пристроєм (демоном Максвелла), який дозволяє пролітати швидким (гарячим) молекулам газу тільки з правої частини посудини в ліву, а повільним (холодним) молекулам — тільки з лівої частини посудини в праву. Тоді, через великий проміжок часу, гарячі молекули опиняться в лівій частині посудини, а холодні — в правій.

Таким чином, виходить, що демон Максвелла дозволяє нагріти праву частину посудини і охолодити ліву без додаткового підведення енергії до системи. Ентропія для системи, що складається з правої і лівої частини посудини, в початковому стані більша, ніж у кінцевому, що суперечить термодинамічному принципу незнижуваності ентропії в замкнутих системах:

$$\int_{1 \rightarrow 2} \frac{\delta Q}{T} \geq 0$$

Парадокс вирішується, якщо розглянути замкнену систему, що включає в себе демона Максвелла і посудину. Для функціонування демона Максвелла необхідна передача йому енергії від стороннього джерела. За рахунок цієї енергії й проводиться поділ гарячих і холодних молекул у посудині, тобто перехід у стан з меншою ентропією.

Лабораторна робота №1

«Вивчення рівняння стану ідеального газу»

Nemo sine vitiis est.

Seneca

Мета роботи: встановити взаємозв'язок між термодинамічними змінними стану газу (тиск, температура та об'єм) і визначити коефіцієнт термічного розширення та термічний коефіцієнт тиску.

1 Теоретична довідка

Відомо, що для будь-якого газу у стані термодинамічної рівноваги існує взаємозв'язок між величинами тиску P , абсолютної температури T та об'єму речовини V . Функціональний зв'язок між трьома термодинамічними параметрами або змінними стану задається рівнянням стану речовини:

$$f(P, T, V) = 0. \quad (1)$$

У випадку ідеального газу рівняння стану (рівняння Менделєєва—Клапейрона) має вигляд

$$PV = \nu RT, \quad (2)$$

де ν – кількість молів газу, $R = 8,31$ Дж/(К·моль) – універсальна газова стала. З рівняння (2) витікає, що за постійного тиску об'єм газу лінійно зростає із зростанням температури (закон Амонтонса) та за постійної температури тиск змінюється обернено пропорційно до об'єму (закон Бойля та Маріотта).

Для реального газу аналогічні залежності між термодинамічними параметрами чинні лише за малих змін стану. Так, за постійного тиску

$$V = V_0(1 + \alpha\theta), \quad (3)$$

а за постійного об'єму

$$P = P_0(1 + \beta\theta), \quad (4)$$

де P_0, V_0 відносяться до будь-якої реперної точки, а θ – різниця між поточною температурою газу та реперною температурою (найпростіше вважати реперною точкою умови на початку експерименту). Коефіцієнт

$$\alpha = \left(\frac{1}{V_0} \right) \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P. \quad (5)$$

називають коефіцієнтом термічного розширення, а

$$\beta = \left(\frac{1}{P_0} \right) \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V. \quad (6)$$

термічним коефіцієнтом тиску.

Зв'язок між зростанням тиску та відносною зміною об'єму за постійної температури визначається ізотермічним модулем всебічної стисливості K :

$$K = - \left(\frac{1}{V_0} \right) \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T. \quad (7)$$

Між величинами α , β та K існує зв'язок, який легко визначити, користуючись рівнянням стану. Припустимо, що ми розв'язали рівняння (1) відносно $V(P, T)$. Тоді за малих змін стану

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P dT + \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T dP \quad (8)$$

або, підставляючи рівняння (5) і (7) у (8), отримуємо

$$dV = V_0 \cdot (\alpha dT - K dP). \quad (8')$$

Коефіцієнт термічного тиску визначається за постійного об'єму, тому покладаючи у (8') $dV = 0$, маємо

$$K \cdot P_0 = \frac{\alpha}{\beta}. \quad (9)$$

Застосовуючи визначення (5)–(7) до рівняння (2), можна впевнитись, що для ідеального газу

$$\alpha = \beta = \frac{1}{T_0}, K = \frac{1}{P_0}, \quad (10)$$

де, як і вище, T_0 та P_0 — температура (К) та тиск на початку експерименту (реперні точки).

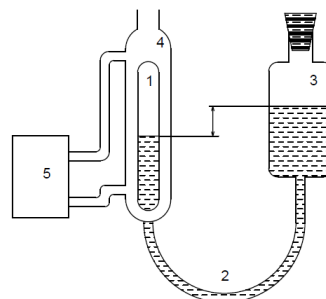
2 Експериментальне устаткування

Експериментальне устаткування складається з приладу для вивчення газових законів, іммерсійного термостата та лабораторного термометра.

2.1 Прилад для вивчення газових законів

Прилад для вивчення газових законів складається з вимірювальної трубки(1), верхній кінець якої закритий, гнучкої трубки(2) та резервуару(3), що разом утворюють сполучені посудини. Систему заповнено ртуттю. Навколо вимірювальної трубки циркулює термостатуюча рідина(4), температуру якої підтримує постійною термостат(5). Газ, що досліджується (повітря), замкнений у вимірювальній трубці ртуттю. Площина поперечного перерізу трубки з повітрям $S = 1,02 \text{ см}^2$.

Резервуар може пересуватись по вертикалі.



2.2 Термостат

Термостат складається з електронного блоку керування, нагрівача, що занурюється у посудину з термостатуючою рідиною, та насоса що забезпечує її циркуляцію. На електронному блоці розташовані: вимикач термостату, регулятор температури, світлові індикатори нагріву (жовтий) та спрацювання захисного реле (червоний), а також регулятор термічного захисного реле.

3 Хід експерименту

Вимірювання мають бути проведені для не менше, ніж десяти температур, починаючи з кімнатної. Температура підвищується та стабілізується за допомогою термостату. Для вивчення законів Гей-Люссака та Амонтона (Шарля) для кожної температури слід визначити значення об'єму за трьох тисків (один з яких атмосферний), а також для обраних двох-трьох значень об'єму визначити тиск. Для вивчення закону Бойля—Маріотта для деяких температур (трьох-чотирьох значень температури, що відрізняються приблизно на 20 К, починаючи з кімнатної) слід також зробити виміри об'єму при п'ятнадцяти значеннях зовнішнього тиску.

1. Проведіть виміри необхідних даних, в тому числі для вивчення закону Бойля—Маріотта, при кімнатній температурі.
2. Визначте значення температури, за яких заплановано робити виміри. Для вивчення законів Гей-Люссака та Амонтона (Шарля) — не менше десяти значень, для вивчення закону Бойля—Маріотта — три-чотири значення.
3. Увімкніть термостат. Послідовно забезпечте термостатування приладу за обраних температур — від нижчих до вищих. При кожній температурі робіть заплановані виміри.
4. Вимкніть термостат, установивши перед цим температуру, близьку до кімнатної.
5. Вивчення закону Бойля—Маріотта. Аналіз проводиться з кожним з трьох-чотирьох наборів даних. За постійної температури залежність тиску від об'єму шукаємо у вигляді $P(V) = B \cdot V^n$. Логарифмуючи обидві частини рівняння, отримуємо лінійну залежність типу $y(x) = ax + b$, коефіцієнти якої визначаються за методом найменших квадратів. Побудуйте графіки залежності P від V та $\ln P$ від $\ln V$, визначте показник n для кожної температури та його стандартну похибку.
6. Вивчення закону Гей-Люссака. Побудуйте графіки залежності об'єму від температури за постійного тиску й, порівнюючи з рівнянням (3), визначте коефіцієнт термічного розширення та його стандартну похибку методом найменших квадратів.
7. Вивчення закону Шарля. Для декількох значень об'єму побудуйте графіки залежності тиску від температури. Порівнявши експериментальну залежність із теоретичною (4), визначте термічний коефіцієнт тиску та його стандартну похибку методом найменших квадратів.
8. Сумісність отриманих даних. Підставте знайдені значення термічних коефіцієнтів в формулу (9). Чи виконується це співвідношення? З якою точністю?
9. Користуючись формулою (10), обчисліть термічні коефіцієнти ідеального газу для початкових значень температури і тиску, порівняйте із знайденими. Чи можна вважати повітря в даному експерименті ідеальним газом? Чому?

4 Контрольні запитання

1. Що таке ідеальний газ? За яких умов повітря можна вважати ідеальним газом? А пари води?
2. Чи можна застосувати формули (3), (4) для опису термодинамічних властивостей рідин та твердих тіл? Чому?
3. Що таке термодинамічні змінні стану? Припустимо, що ми вивчаємо термодинамічні властивості магнітної речовини. Які термодинамічні параметри описують стан цієї речовини?

Лабораторна робота №2

«Визначення теплоємності газів»

Est modus in rebus.

Horatius

Мета роботи: визначити молярну теплоємність двоатомного газу — повітря — в процесах за постійного тиску та за постійного об'єму.

1 Теоретична довідка

Молярна теплоємність тіла C — це відношення кількості поглинутої тілом теплоти δQ до відповідної зміни його температури dT , віднесене до одного моля речовини:

$$C = \frac{1}{\nu} \frac{\delta Q}{dT}, \quad (1)$$

де ν — кількість молів. Теплоємність характеризує два нескінченно близькі стани тіла або нескінченно малий квазістатичний процес переходу між цими станами, і залежить від характеру процесу: теплоємність за сталого тиску C_p та за сталого об'єму C_v .

Згідно з першим законом термодинаміки для нескінченно малого процесу

$$\delta Q = dU + PdV. \quad (2)$$

Оскільки термодинамічний стан тіла задається двома змінними, запишемо

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV. \quad (3)$$

Із врахуванням означення теплоємності (1) зі співвідношення (2) запишемо для фіксованого об'єму

$$C_v = \frac{1}{\nu} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V. \quad (4)$$

Теплоємність для процесу із сталим тиском

$$C_p = \frac{1}{\nu} \left\{ \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + P \right] \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \right\}. \quad (5)$$

Різниця теплоємностей дорівнює

$$C_p - C_v = \frac{1}{\nu} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + P \right] \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P. \quad (6)$$

За законом Джоуля для ідеального газу $(\frac{\partial U}{\partial V})_T = 0$. Беручи до уваги термічне рівняння стану

$$PV = \nu RT, \quad (7)$$

де $R = 8,31$ Дж/(К·моль) — універсальна газова стала, отримуємо для ідеального газу рівняння Майєра

$$C_p - C_v = R. \quad (8)$$

Скористаємось результатами кінетичної теорії газів:

$$U = \frac{f}{2} \cdot k_B \cdot T \cdot N_A \cdot \nu, \quad (9)$$

де f — кількість ступенів волі молекул газу, $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — стала Больцмана, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹ — число Авогадро.

Беручи до уваги $R = k_B \cdot N_A$ і підставляючи (9) в (4), (5), отримуємо

$$C_v = \frac{f}{2} R, \quad C_p = \frac{f+2}{2} R. \quad (10)$$

Експеримент розділено на дві серії: визначення теплоємності повітря за сталого тиску C_p і за сталого об'єму C_v .

Кількість переданої теплоти порахуємо за формулою

$$\Delta Q = UI\tau, \quad (11)$$

де U — напруга, I — сила струму, τ — тривалість імпульсу.

1.1 Виміри C_p

За фіксованого тиску передача теплоти призводить до підвищення температури та відповідного збільшення об'єму ΔV . В експерименті вимірюємо зміну об'єму, а ΔT отримаємо з припущення, що газ ідеальний. Таким чином, з рівняння (7)

$$\Delta T = \frac{P\Delta V}{\nu R} = \frac{T}{V} \Delta V. \quad (12)$$

З визначення (1) та із врахуванням співвідношень (11) і (12), знаходимо C_p :

$$C_p = \frac{1}{\nu} \frac{VUI}{T} \frac{\tau}{\Delta V}. \quad (13)$$

Для визначення кількості молів за умов, що відрізняються від стандартних, молярний об'єм обчислюється за формулою $V_{\text{мол}} = V_0 \frac{P_0 T}{P T_0}$. Тоді кількість молів

$$\nu = \frac{V}{V_{\text{мол}}} = \frac{P T_0 V}{P_0 T V_0}. \quad (14)$$

Підставляючи (14) в (13), остаточно отримуємо вираз для C_p за виміряними величинами:

$$C_p = \frac{P_0 V_0}{T_0} \frac{UI}{P} \frac{\tau}{\Delta V} = R \frac{UI}{P} \frac{\tau}{\Delta V}, \quad (15)$$

де P визначається як атмосферний тиск за відрахуванням тиску, що забезпечує вільно підвішений поршень.

1.1.1 Удосконалена обробка

Якщо при обробці експериментальних даних отримана залежність $\Delta V(\tau)$ не лінійна і не збігається із теоретично виведеною (формула (15)), можна зробити висновок, що були наявні тепловтрати під час розширення газу. Для їх врахування вважатимемо, що втрати тепла лінійно залежать від температури нагріву $Q_- = \alpha \Delta T \tau_p$, де α — коефіцієнт тепловтрат. Тоді вираз для тепла, отриманого газом (формула (11)), зміниться на

$$Q = UI\tau - \alpha \Delta T \tau_p, \quad (16)$$

де τ_p — час розширення.

Нова теоретична залежність зміни об'єму ΔV від тривалості імпульсу τ з означення (1) і формул (12), (14):

$$\Delta V = \frac{UIR\tau}{P_0(C_p + \frac{\alpha m}{\nu} + \frac{\alpha n \tau}{\nu})}, \quad (17)$$

де U — напруга, I — сила струму, R — універсальна газова стала, m, n — коефіцієнти апроксимації прямої: $\tau_p = m + n\tau$, P — початковий тиск (з урахуванням тиску поршня), α — коефіцієнт тепловіддачі, τ_p — час розширення, τ — час з секундоміра.

Поклавши, що $b = C_p + \frac{\alpha m}{\nu}$ та $c = \frac{\alpha n}{\nu}$. Апроксимуємо $\Delta V(\tau)$ раціональною функцією виду $\Delta V = \frac{UIR\tau}{P_0(b+c\tau)}$. Рівняння залежності часу розширення від тривалості імпульсу апроксимуємо прямою $\tau_p = m + n\tau$. Виразивши τ_p через τ та співставивши формули, запишемо кінцеву формулу для C_p через коефіцієнти апроксимацій

$$C_p = b - \frac{cm}{n} \quad (18)$$

1.2 Виміри C_v

За фіксованого об'єму V підйом температури ΔT призводить до відповідного збільшення тиску ΔP , яке й вимірюється манометром. ΔT розраховується із рівняння стану ідеального газу. При цьому треба взяти до уваги, що в наявній експериментальній установці об'єм неможливо зафіксувати точно. Невеликі зміни ΔV , що виникають, пов'язані з особливостями вимірів тиску. Зміна тиску в прецизійному манометрі ΔP визначається за зміною рівня рідини Δl , що призводить до пропорційної зміни об'єму ΔV :

$$\Delta V = a \cdot \Delta P. \quad (19)$$

Трубку відградувано так, що Δl відповідає зміні тиску на $1,47$ Па, а $r = 2$ мм, тоді $a = 8,55$ мм³/Па.

Для зміни температури можна записати,

$$\Delta T = \frac{P\Delta V + V\Delta P}{\nu R} = \frac{T}{VP}(P\Delta V + V\Delta P). \quad (20)$$

З (2), (4)

$$C_v = \frac{1}{\nu} \frac{\Delta Q - P\Delta V}{\Delta T}, \quad (21)$$

з урахуванням (11), (20)

$$C_v = \frac{PV}{\nu T} \frac{UI\tau - P\Delta V}{P\Delta V + V\Delta P}. \quad (22)$$

Остаточню з урахуванням (23) та (14) маємо

$$C_v = \frac{PV}{\nu T} \frac{UI\tau - aP\Delta P}{(aP + V)\Delta P} = R \frac{\frac{UI\tau}{\Delta P} - aP}{aP + V}. \quad (23)$$

1.2.1 Удосконалена обробка

Під час експерименту за сталого об'єму залежність $\Delta P(\tau)$ набуває нелінійного виду, що спричинено тепловтратами. Для обрахунку тепла, отриманого газом, скористаємось формулою (16).

З формул (15) і (16) отримаємо теоретичну залежність зміни тиску ΔP від тривалості імпульсу τ

$$\Delta P = \frac{UIR\tau}{(V + aP)(\frac{\alpha m}{\nu} + \frac{\alpha n\tau}{\nu})}. \quad (24)$$

Апроксимуємо $\Delta P(\tau)$ раціональною функцією виду $\Delta P = \frac{UIR\tau}{(V+aP)(b+c\tau)}$.

Рівняння залежності часу розширення від тривалості імпульсу апроксимуємо прямою $\tau_p = m + n\tau$, та остаточно виразимо C_V через коефіцієнти апроксимацій

$$C_V = b - \frac{cm}{n}. \quad (25)$$

2 Експериментальне устаткування

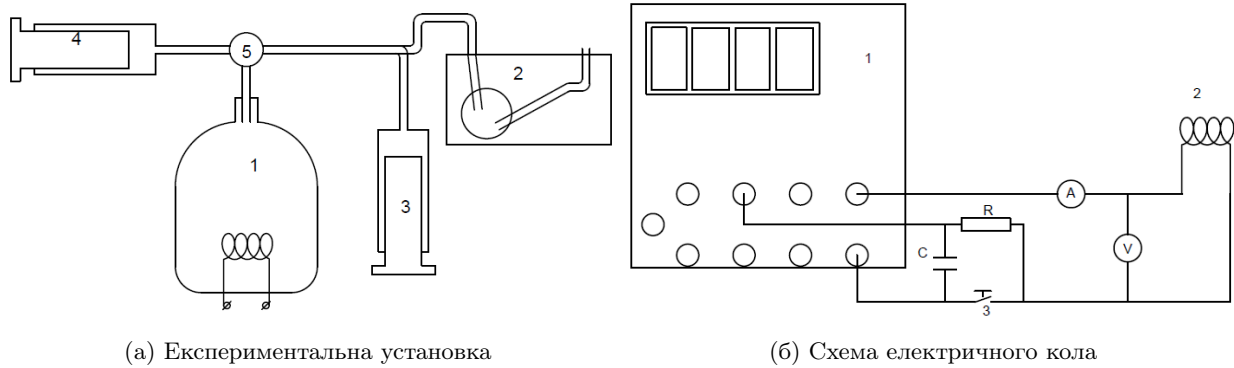


Рис. 1

Для вимірювання C_V до скляної посудини з газом 1 приєднується прецизійний манометр 2, який являє собою невелику посудину з відградуваною похилою трубкою, яку заповнено робочою рідиною. Під дією газу робоча рідина виштовхується в трубку.



Перед початком експерименту за допомогою вмонтованого рівня слід переконатись у тому, що манометр розташований горизонтально.

Для вимірювання C_p до посудини з газом 1 замість манометра приєднують два газові шприці. За допомогою одного з них 3 вимірюють зміну об'єму, яка виникає при нагріванні. Цей шприц встановлено вертикально, поршнем донизу. До поршня приєднано вібруючу помпу, яка зменшує тертя між поршнем і шприцом, або електродну платівку, за яку слід обертати поршень для зменшення тертя. Під дією сили тяжіння поршень утворює постійне розрідження в системі, підтримуючи постійний тиск, який дорівнює $P = P_0 - \Delta P$, де P_0 — атмосферний тиск, а ΔP — тиск, що забезпечує вільно підвішений поршень шприця разом з приєднаною до нього електродною платівкою (цей тиск приблизно дорівнює 1,4 кПа). Атмосферний тиск у даній роботі вимірюється за допомогою барометра.

Щоб підтримувати поршень в положенні рівноваги, тиск в посудині з газом зменшують за допомогою другого шприця 4, після чого його від'єднують затискачем.

Кількість теплоти ΔQ передається газу, що знаходиться у скляній посудині, шляхом пропускання короткочасного імпульсу струму через нагрівний елемент. Схему електричного кола наведено на

Рис. 1(b). Джерелом енергії служить вихід «5 В» чотирьохдекадного цифрового лічильника 1. Нагрівач 2 вмикається за допомогою кнопкового вимикача 3, одночасно цифровий лічильник реєструє тривалість імпульсу струму τ . Величини нагрівачного струму та напруги на нагрівачі вимірюють у окремому експерименті мультиметром. Якщо величина вимірюваного струму або напруги наперед невідома, потрібно починати виміри з максимальної шкали.

3 Робота з установкою

1. Протріть шприці та поршні спиртом (поршень треба вставляти в шприц тільки після повного висихання спирту).
2. Зберіть електричну схему згідно з мал. 1(b).
3. Підготуйте лічильник до роботи. Для цього після вмикання приладу за допомогою кнопки Function переведіть прилад у режим Timer. Після цього кнопкою Trigger оберіть потрібну форму імпульсу. Якщо форму імпульсу обрано правильно, то лічильник вимірюватиме тривалість імпульсу у мс. Перед початком кожного вимірювання необхідно натиснути кнопку Start, а щоб обнулити табло — Reset.
4. Виміряйте силу струму, що тече через нагрівач, та напругу на ньому.
Замикати коло не менше, ніж на 0,5 с.
5. Зберіть схему вимірів ізобарної теплоємності C_p . Для цього до колби з газом приєднайте два шприці. Колба має нижній та верхній крани. Нижній кран регулює обмін газу між колбою та зовнішнім середовищем, верхній — між колбою та шприцами. Отже,
 - (а) Відкрийте обидва крани та випустіть повітря з обох шприців.
 - (б) Закрийте нижній кран. За допомогою горизонтального шприца виставте вертикальний шприц на нуль або на відмітку 10 (рекомендуються 10, щоб зменшити тертя)
 - (в) Поверніть верхній кран таким чином, щоб відокремити горизонтальний шприц. Штовхніть поршень вгору, потім вниз і таким чином визначте похибку вимірів.
 - (г) Замкніть електричне коло. Визначте зміну об'єму за зсувом шприца. Зафіксуйте тривалість імпульсу.
 - (д) Перед наступним виміром дочекайтесь охолодження газу або, відкривши усі крани, продуйте колбу, використовуючи шприці.
6. Зберіть схему для вимірювання C_v . Для цього від'єднайте один зі шприців і замість нього приєднайте манометр. Другий шприц від'єднайте за допомогою крана. За допомогою нижнього крана вирівняйте тиск у посудині з атмосферним. Перекрийте нижній кран та виставте манометр на нуль. Манометр вимірює різницю тисків, тому один його кінець має бути відкритим.
7. Проведіть відповідні виміри. Перед початком слід створити у колбі атмосферний тиск, відкриваючи нижній кран.
8. Проведіть виміри, аналогічні п. 5, 6, реєструючи зміну тиску за різних значень тривалості імпульсу (0.1–0.5 с). Перед початком наступного виміру слід дочекатись, доки тиск в колбі зменшиться до початкового або вирівняти тиск до атмосферного за допомогою нижнього крана.



Тиск в колбі швидко зменшується, тому слід спочатку реєструвати тиск, а потім знімати дані з лічильника.

9. Побудуйте графік залежності зміни тиску від тривалості імпульсу струму. За нахилом графіка, користуючись формулою (19), обчисліть C_v . Оцініть похибку експерименту.
10. За отриманими значеннями ізобаричної та ізохоричної теплоємностей визначте універсальну газову сталу. Порівняйте експериментальні значення теплоємностей та R із теоретичними. Чи збігаються ці значення і з якою точністю? У чому причина розбіжності?

4 Контрольні запитання

1. Яким чином підтримується постійний тиск в посудині з газом при вимірюванні C_p ?
2. Чому дорівнює теплоємність в адіабатичному процесі? В ізотермічному? У політропічному?
3. Чим зумовлена необхідність використовувати нетривалі імпульси струму? Що відбудеться, якщо збільшити тривалість імпульсу у 10 разів?
4. Які ще існують способи вимірювання теплоємності та універсальної сталої?

Лабораторна робота №3

«Визначення адіабатичного коефіцієнту газу»

Nunquam, ubi diu fuit ignis, deficit vapor.

Syrus

Мета роботи: визначити адіабатичний коефіцієнт γ повітря методом Рухардта (методом вільних осциляцій газу).

1 Теоретична довідка

Адіабатичним називають процес, що відбувається без теплообміну з навколишнім середовищем, тобто зміна тепла в цьому процесі $\delta Q = 0$. Квазістатичним називають такий ідеальний процес, що складається із неперервної послідовності станів рівноваги. Розглянемо зв'язок між змінними стану ідеального газу (тиск P , абсолютна температура T та об'єм речовини V), що виконується при адіабатичному квазістатичному процесі. Згідно з першим законом термодинаміки, в адіабатичному процесі газ виконує зовнішню роботу за рахунок зміни внутрішньої енергії $dU = \nu C_V dT$, де C_V — молярна теплоємність газу за постійного об'єму, ν — кількість молів газу. Таким чином,

$$\nu C_V dT + PdV = 0. \quad (1)$$

Рівняння стану ідеального газу має вигляд

$$PV = \nu RT, \quad (2)$$

де $R = 8,31$ Дж/(К·моль) — універсальна газова стала. Продиференціюємо рівняння (2):

$$PdV + VdP = \nu RdT. \quad (3)$$

Підставляючи (3) в (1) і беручи до уваги рівняння Майєра

$$C_P - C_V = R, \quad (4)$$

отримуємо диференціальне рівняння квазістатичного адіабатичного процесу для ідеального газу:

$$\gamma PdV + VdP = 0. \quad (5)$$

Величину γ називають адіабатичною сталою. Якщо теплоємності ідеального газу (а отже, і адіабатична стала) не залежать від температури, то рівняння (5) можна проінтегрувати. Таким чином, отримуємо рівняння Пуассона для адіабати:

$$PV^\gamma = \text{const}. \quad (6)$$

У даній роботі пропонується з експерименту Рухардта визначити адіабатичну сталу газу, який вдовольняє законам ідеального. В основі експерименту лежить вивчення періоду коливань легенького фламмерсфельдового поршня маси m в скляній трубці, яку вставлено у посудину з газом. У рівновазі внутрішній тиск газу в посудині P компенсує вагу поршня та силу, утворену атмосферним тиском P_L :

$$P\pi r^2 = mg + P_L\pi r^2, \quad (7)$$

де r — радіус осцилятора.

Якщо тепер поршень змістити на невелику відстань x від положення рівноваги, то це призведе до зміни об'єму ΔV і відповідної зміни тиску в посудині ΔP . Якщо процес коливань відбувається досить швидко, то можна вважати його адіабатичним. Тоді згідно із формулою (5) запишемо

$$\Delta P = -\gamma P \frac{\Delta V}{V} = -\gamma P \frac{\pi r^2 x}{V}, \quad (8)$$

де V — сумарний об'єм газу. Нескомпенсований приріст тиску призводить до руху поршня згідно з рівнянням:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = \pi r^2 \Delta P. \quad (9)$$

Підставляючи (8) у (9), отримуємо динамічне рівняння гармонічного осцилятора

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + x \frac{\gamma P \pi^2 r^4}{Vm} = 0. \quad (10)$$

Таким чином, за частотою коливань поршня $\omega = \pi r^2 \sqrt{\frac{\gamma P}{Vm}}$ можна визначити адіабатичний коефіцієнт

$$\gamma = \frac{\omega^2 Vm}{P \pi^2 r^4}. \quad (11)$$

Оскільки в експерименті вимірюється безпосередньо період коливань $T = \frac{2\pi}{\omega}$, то зручніше замість формули (11) користуватись виразом

$$\gamma = \frac{4Vm}{PT^2 r^4}. \quad (12)$$

Адіабатичний коефіцієнт для ідеального газу можна розрахувати, користуючись кінетичною теорією газів, за кількістю ступенів волі молекули газу. Кількість ступенів волі молекули залежить від кількості атомів, з яких вона складається. Моноатомний газ має лише три ступені волі, пов'язані з поступальним рухом. Двоатомний газ має до того ж ще дві, а багатоатомний (три атоми і більше) — три обертальні ступені волі. За високих температур (значно вищих за температуру даного експерименту) треба приймати до уваги й коливальні ступені волі.

Згідно із кінетичною теорією газів, адіабатична стала будь-якого газу, незалежно від його типу, дорівнює

$$\gamma = (f + 2)/f, \quad (13)$$

де f — кількість ступенів волі молекули газу.

Табл. 1: Значення γ відповідно до кількості ступенів волі f молекули

f	γ
3	1,67
5	1,4
6	1,33

2 Робота з установкою

Серцем установки є газовий осцилятор 1, в який вертикально вставлено прецизійну скляну трубку 2. У скляній трубці відбуваються осциляції невеликого поршня, виготовленого зі спеціального матеріалу. У ній зроблено невелику щілину, через яку при кожному русі поршня вгору виходить певна кількість газу. У такий спосіб підтримується стабільність коливань.

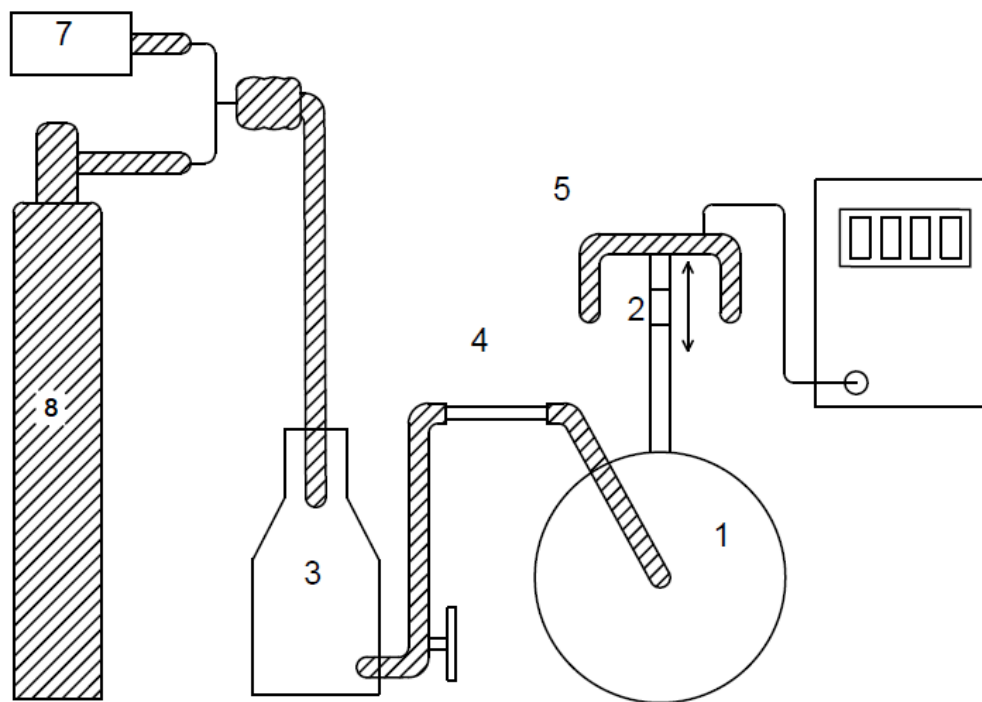


Рис. 1: Схема експериментальної установки.

Коливання реєструються за допомогою фотореєстратора 5. Промінь світла потрібно спрямувати так, щоб він проходив через центр трубки.

При дослідженні повітря його накачують в газовий осцилятор до необхідного тиску невеликою помпою 7. Між газовим осцилятором і помпою розташовано відсмоктуючу пляшку 3 (аспіратор), яка виконує роль буфера. У живлюючу трубку осцилятора введено скляну трубку 4, заповнену бавовною, для того, щоб поглинути усю вологу. При дослідженні інших газів їх запускають у відсмоктуючу пляшку з газових балонів 8 через редуктор.



Тиск газу слід встановити за допомогою редуктора дуже низьким, щоб потік з від'єднаної трубки був ледь відчутним. Орієнтиром може слугувати потік, який забезпечує помпа.

Осциляції повинні відбуватись майже симетрично відносно щілини. Регулювання робиться за допомогою редуктора на газовому балоні та регулятора точної настройки 6 на аспіраторі. Орієнтиром служать сині кільця, нанесені на прецизійну трубку. Якщо центр осциляцій лежить значно вище щілини, і якщо осциляції швидко згасають після незначного зменшення тиску, то це означає, що в системі є пил, і скляну трубку необхідно ретельно прочистити.

Рух пластмасового тіла (поршня) в скляній трубці може навести значний статичний заряд, що призводить до спотворення вимірів. Найпростіше запобігти цьому ефекту можна, якщо покрити поршень тонким шаром графіту — натерти його простим м'яким олівцем. Ще краще обробити скляну трубку антистатиком, але це треба робити обережно, щоб не знизити прозорість трубки.

3 Хід експерименту

Перед початком експерименту за допомогою спирту ретельно прочистіть від пилу прецизійну скляну трубку, встановіть її вертикально. Спрямуйте промінь світла від фотореєстратора так, щоб він проходив через центр трубки. Після натискання кнопки SET індикаторна лампа має згаснути.

1. Виміряйте масу m поршня зважуванням. Особливу увагу приділіть вимірюванню діаметра поршня за допомогою мікрометра. За необхідності зробіть серію таких вимірів в різних місцях поршня і усередніть. Об'єм газу визначається після закінчення експерименту за об'ємом посудини, яку він займає¹. Для цього потрібно заповнити посудину разом із прецизійною трубкою водою до щілини, а потім визначити об'єм води за допомогою відкаліброваного вимірювального стакану.
2. Подайте в установку стиснуте повітря від помпи і введіть поршень осцилятора. За допомогою редуктора на газовому балоні та регулятора точної настройки на аспіраторі відрегулюйте потік газу таким чином, щоб осциляції відбувались симетрично відносно щілини.



Осцилятор дуже тонка річ і обробляти її слід дуже обережно. Вводити поршень у трубку можна тільки після того, як потік газу встановився. До встановлення постійної амплітуди коливань тримайте руку трохи вище відкритого кінця трубки для того, щоб запобігти викиданню поршня. Якщо поршень «зловив клин» (застряг) в нижній частині трубки, витягніть трубку і обережно тупим кінцем олівця проштовхніть поршень.

3. Згідно з описом експерименту виміряйте період коливань осцилятора. Рекомендовано зробити не менше 10 вимірів. Період коливань визначається за часом не менше, ніж 300 осциляцій.
4. Подайте в осцилятор стиснутий аргон від редуктора газового балона, виконуючи наведені нижче рекомендації. Повторіть виміри п. 3 для аргону, а потім для двоокису вуглецю.
Очевидно, що виміри серії газів слід робити, послідовно збільшуючи питому вагу останніх, для того, щоб гарантовано видалити залишки легшого газу з посудини.
5. За отриманими даними розрахуйте адіабатну сталу досліджених газів за формулою (12). Оцініть похибку. Порівняйте отримані величини з теоретичними.

4 Контрольні запитання

1. Виведіть рівняння адіабати ідеального газу. Чому дорівнює робота, виконана в такому процесі?
2. Чому коливання газу в осциляторі можна вважати адіабатичними? Сформулюйте умову адіабатичності процесу. Коли вона порушується?
3. Навіщо між осцилятором та насосом розташовують буфер?
4. Поясніть призначення щілини на скляній трубці.

¹За браком часу даний вимір можна не робити. $V = 1135 \pm 2$ мл.

Лабораторна робота №4

«Вивчення ефекту Джоуля—Томсона на прикладі Ar, N₂ та CO₂»

Мета роботи: визначити коефіцієнт Джоуля—Томсона Ar, N₂ та CO₂.

1 Теоретична довідка

Ефектом Джоуля—Томсона називають зміну температури газу при стаціонарній адіабатичній течії з області високого тиску в область низького тиску (дроселюванні). Температура розрідженого газу, близького за властивостями до ідеального, при такому протіканні не змінюється. Ефект Джоуля—Томсона демонструє відмінність реального газу від ідеального. У роботі досліджується зміна температури аргону, азоту та вуглекислого газу за повільної течії вздовж теплоізолюваної трубки з пористим корком (див. Рис. 1). По різні боки від корка підтримується постійна різниця тисків ΔP . Величина ефекту Джоуля—Томсона визначається коефіцієнтом Джоуля—Томсона μ за різницею температури газу ΔT по різні боки від корка:

$$\mu = \frac{\Delta T}{\Delta P}. \quad (1)$$

Розглянемо стаціонарну течію газу між довільними перерізами 1 та 2 трубки (по різні боки від корка). Припустимо, що через корок пройшов 1 моль газу молярної маси m_0 . З одного боку від корка (переріз 1) газ має об'єм V_1 , швидкість v_1 , тиск P_1 і внутрішню енергію U_1 . Для того, щоб примусити цей об'єм пройти крізь корок, необхідно виконати над газом роботу $A_1 = P_1 V_1$. Проходячи крізь переріз 2, газ сам виконує роботу $A_2 = P_2 V_2$. Оскільки процес адіабатичний, то згідно із першим законом термодинаміки робота, виконана над газом, призводить до зростання його внутрішньої енергії та кінетичної енергії течії:

$$A_2 - A_1 = \left(U_2 + \frac{m_0 v_2^2}{2} \right) - \left(U_1 + \frac{m_0 v_1^2}{2} \right), \quad (2)$$

де індекси 1 і 2 відповідають перерізам 1 і 2. Підставимо в формулу (2) вирази для робіт A_1 , A_2 . Після тотожних перетворень отримуємо

$$I_2 - I_1 = (U_2 + P_2 V_2) - (U_1 + P_1 V_1) = \frac{m_0(v_2^2 - v_1^2)}{2}. \quad (3)$$

У формулу (3) входить термодинамічний потенціал

$$I = U + PV, \quad (4)$$

який називають ентальпією. Формула (3) описує процес стаціонарної течії газу.

Формули (3), (4) досить точно відтворюють процес Джоуля—Томсона тільки після того, як встановиться стаціонарна температура вздовж трубки (за умови доброї теплоізоляції трубки). На початку процесу іде активний нагрів трубки (дроселю) за рахунок тертя газу в пробці. Енергетичні втрати на нагрів можуть бути істотними і призводити до спотворення ефекту.

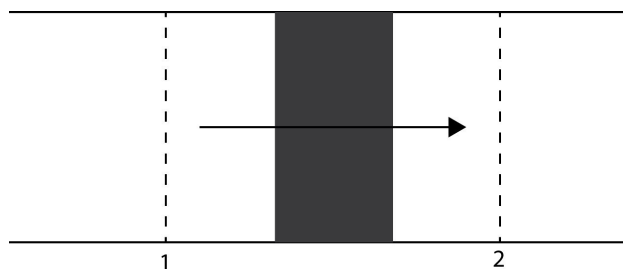


Рис. 1

Процес Джоуля—Томсона відповідає ситуації, коли швидкість газу з обох боків трубки нехтовно мала, тобто в (3) можна знехтувати правою частиною. За таких умов ентальпія газу не змінюється, тобто

$$I_1 = I_2. \quad (5)$$

Для ідеального газу ефект Джоуля—Томсона дорівнює нулю. Дійсно, внутрішня енергія ідеального газу залежить тільки від температури. Добуток PV теж залежить тільки від температури. Таким чином, ентальпія ідеального газу є функцією тільки температури, тому якщо ентальпія незмінна, то й температура незмінна. Отже, зміна температури в процесі Джоуля—Томсона вказує на відмінність газу від ідеального.

Ентальпія, як і енергія газу, є функцією його стану. Відомо, що зміна функції стану залежить тільки від початкового та кінцевого стану системи і не залежить від процесу переходу. Тому для обчислення коефіцієнту Джоуля—Томсона розглянемо найпростіший зворотний процес, що переводить газ із стану з тиском P_1 та температурою T_1 у стан з тиском P_2 та температурою T_2 . Будемо вважати, що різниця тисків ΔP та температур ΔT мала (що відповідає диференціальному ефекту Джоуля—Томсона). Отже,

$$\Delta I = \left(\frac{\partial I}{\partial T} \right)_P \Delta T + \left(\frac{\partial I}{\partial P} \right)_T \Delta P = 0, \quad (6)$$

тоді із врахуванням визначення (1), коефіцієнт Джоуля—Томсона

$$\mu = - \left(\frac{\partial I}{\partial P} \right)_T / \left(\frac{\partial I}{\partial T} \right)_P, \quad (7)$$

де індекси у похідних вказують на незмінність цих параметрів за диференціювання (часткові похідні).

Для того, щоб визначити часткові похідні у формулі (7), згадаємо, що згідно із першим законом термодинаміки

$$\Delta Q = \Delta U + P\Delta V = \Delta I - V\Delta P.$$

Таким чином, за постійного тиску $\Delta Q = \Delta I$, тому

$$\left(\frac{\partial I}{\partial T} \right)_P = \left(\frac{\partial Q}{\partial T} \right)_P = C_P, \quad (8)$$

де C_P — теплоємність за постійного тиску.

З іншого боку, з рівняння (8) за методом термодинамічних потенціалів, використовуючи співвідношення Максвелла, можна показати, що

$$\left(\frac{\partial I}{\partial P} \right)_T = \left(\frac{\partial Q}{\partial P} \right)_T + V \left(\frac{\partial P}{\partial P} \right)_T = T \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_T + V = -T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P + V. \quad (9)$$

Тому остаточно, підставляючи отримані значення з виразів (8), (9) у формулу (7), отримуємо

$$\mu = \frac{1}{C_P} \left[T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P - V \right]. \quad (10)$$

Для подальших розрахунків необхідно знати рівняння стану. Для одного моля газу Ван-дер-Ваальса

$$\left(P + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = RT, \quad (11)$$

де V — молярний об'єм. Тепер продиференціюємо рівняння (11) за температурою за постійного тиску:

$$\left[\left(P + \frac{a}{V^2} \right) - \frac{2(V-b)a}{V^3} \right] \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = R, \quad (12)$$

звідки

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = \frac{R}{\left(P + \frac{a}{V^2} \right) - \frac{2(V-b)a}{V^3}} = \frac{R(V-b)}{RT - \frac{2(V-b)^2a}{V^3}}. \quad (13)$$

Для розрідженого газу доданки з a , b малі, тому у першому наближенні можна вважати, що

$$T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \approx \frac{V - b}{1 - \frac{2a}{RTV}} \approx V \left(1 - \frac{b}{V} + \frac{2a}{RTV} \right). \quad (14)$$

Підставляючи (14) в (10) остаточно отримуємо

$$\mu = \frac{1}{C_P} \left[\frac{2a}{RT} - b \right]. \quad (15)$$

Таким чином, ефект Джоуля—Томсона для досить розрідженого газу залежить від співвідношення додатних коефіцієнтів a , b , які по-різному впливають на знак ефекту. Знак коефіцієнту μ можна пояснити виходячи з молекулярно-кінетичної теорії. Описуючи ідеальний газ, ми нехтуємо потенціальною енергією взаємодії молекул і тому $\mu = 0$. Потенціальна енергія, в свою чергу, обумовлена притяганням молекул на великих відстанях (коефіцієнт a) і відштовхуванням на малих відстанях (коефіцієнт b). Якщо переважає саме енергія притягання, то за зближення молекул енергія системи зменшується, а за віддалення, тобто розширення газу, — збільшується. Збільшення потенціальної енергії виникає за рахунок кінетичної, тобто газ за розширення охолоджується і $\mu > 0$. Навпаки, якщо переважає енергія відштовхування, розширення газу призводить до зменшення потенціальної енергії і збільшення кінетичної енергії, тобто температура газу зростає і $\mu < 0$.

Для реального газу ефект Джоуля—Томсона може дорівнювати нулю, але, на відміну від ідеального, це можливо лише за певної температури

$$T_{\text{інв}} = \frac{2a}{Rb}, \quad (16)$$

яку називають температурою інверсії.

2 Експериментальне устаткування

Експериментальне устаткування складається з апарата Джоуля—Томсона, цифрового багатоканального термометра та газових балонів з редукторами (Рис. 2).

Головною частиною є скляний циліндр з корком, один кінець якого (вхід 2) відкритий, а другий (вхід 1) — під'єднано до теплообмінника. До входу 1 також під'єднано манометр 4, який вимірює різницю тисків по різні боки від корку. До обох входів приєднані термодатчики 3, сигнал від яких подається на чотирьох каналний цифровий термометр 5. Газ від балона з редуктором 7 подається через теплообмінник 6 до входу. Завдяки теплообміннику температура газу на вході 1 стабілізується і дорівнює температурі повітря в кімнаті.

Цифровий термометр забезпечує кілька режимів вимірювання. Основний режим: вимірювання значення температури в градусах Цельсія. Цей режим вмикається натисканням кнопки $t/^{\circ}\text{C}$ над відповідним входом термодатчика, після чого вмикається світлодіод над цією кнопкою. Режим, що вмикається натисканням кнопки $\Delta T/\text{K}$, забезпечує вимірювання зміни температури. За нуль при цьому приймається температура, що була в момент натискання кнопки $\Delta T/\text{K}$. Цей режим вимірювання у даній роботі не використовується. Можливе також вимірювання різниці температур між датчиками T_1 та T_2 (світлодіод Δt). Різниця температур вимірюється відносно умовного нуля, за який приймається різниця цих температур в момент увімкнення режиму, тобто

$$\Delta t = T_2 - T_1 - \Delta t_0. \quad (17)$$

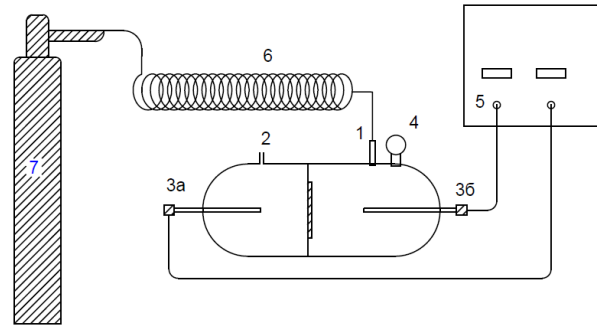


Рис. 2

Для того, щоб вимірювати «абсолютну» різницю температур $T_2 - T_1$, треба, щоб $\Delta t_0 = 0$, для чого необхідно вмикати режим Δt у момент, коли $T_1 = T_2$. Саме цей режим рекомендовано використовувати в даній роботі, оскільки він дає більшу точність. Режим вмикається натисканням кнопки $t/^{\circ}\text{C}$ над входом термодатчика T_1 , якщо перед цим було ввімкнено режим вимірювання температури, або подвійним натисканням цієї кнопки, якщо перед цим було ввімкнено режим вимірювання зміни температури. Якщо ввімкнено режим Δt кожне натискання кнопки $t/^{\circ}\text{C}$ над входом термодатчика T_1 призводить до того, що система запам'ятовує новий «нуль» Δt_0 . Режим вимикається натисканням кнопки $\Delta T/\text{K}$ над входом термодатчика T_1 .

3 Хід експерименту

1. Увімкніть термометр. Відрегулюйте його таким чином, щоб ліва шкала вказувала різницю температур, а права — температуру датчика За (на виході апарата Джоуля—Томсона). Перед початком експерименту обидва датчики знаходяться при однаковій температурі, отже, різниця температур повинна дорівнювати нулю. Виходячи з цього, відрегулюйте покази лівої шкали натисканням кнопки $t/^{\circ}\text{C}$ над входом термодатчика T_1 . Після цього до кінця експерименту перемикаючи режими вимірювання температури не треба.
2. Приєднайте шланг подачі від апарата Джоуля—Томсона до оливної редуктора та стисніть. Уведіть з кожного боку скляного циліндра температурні датчики і приєднайте їх за допомогою муфти. Підключіть температурний датчик, який знаходиться з боку підвищеного тиску, до входу 1, а інший — до входу 2.
3. Тепер пустіть газ через апарат. Для цього спочатку відкрийте вентиль, який знаходиться на балоні з газом. Він відкривається у напрямку, вказаному на ньому стрілкою. Манометр, що знаходиться ближче до вентиля, вказує тиск у балоні (великий!). Тепер обережно відкривайте редуктор.



Коли кран редуктора викручений, то газ через редуктор не йде. Для того, щоб пустити газ, треба вкручувати кран редуктора. Тиск газу регулюється тим, наскільки вкручено кран, і контролюється другим манометром, розташованим на редукторі.

4. За допомогою редуктора встановіть різницю тисків (1 бар) по різні боки корк (за показами прецизійного манометра, розташованого на циліндрі).



Якщо вимірювальним приладом є мультиметр, перед вмиканням джерела струму слід впевнитись в тому, що прилад знаходиться в режимі вольтметра, а не амперметра. Амперметр має малий вхідний опір, тому великий струм буде розподілятися між шунтом і амперметром, і може пошкодити останній.

5. Виміряйте відповідну різницю температур. Оскільки температура встановлюється через деякий час і покази приладу нестабільні, то перед початком вимірів слід зачекати 10 хвилин, а потім зняти 10–15 показів та усереднити.
6. Тепер поступово зменшуйте тиск (за допомогою редуктора) і в кожному випадку вимірюйте різницю тисків та температур, як вказано в п. 4, 5. Виміряйте також температуру в кімнаті та атмосферний тиск. Рекомендуємо зробити якнайменше 10 вимірів.
7. Побудуйте графік залежності ΔT від ΔP . Користуючись формулою (1), розрахуйте коефіцієнт Джоуля—Томсона. Оцініть похибку. Порівняйте виміряне значення з табличним. Користуючись формулами (15), (16) та вважаючи заданими значення теплоємності та константи b , оцініть константу a та температуру інверсії. Порівняйте цю температуру з критичною.
8. Від'єднайте апарат від балону. Для цього спочатку закрийте кран редуктора, потім перекрийте вентиль на балоні. Після цього від'єднайте шланг та, відкривши редуктор, знизьте тиск у редукторі. Закрийте кран редуктора.
9. Під'єднайте апарат Джоуля—Томсона до балона з іншим газом та повторіть виміри п. п. 2–7.

4 Контрольні запитання

1. Дати визначення ефекту Джоуля—Томсона.
2. Для яких речовин ефект Джоуля—Томсона за кімнатної температури від'ємний?
3. Що таке температура інверсії?

Лабораторна робота №5

«Вивчення теплового насоса»

Ой, минула вже зима,
Снігу льоду вже нема.

З фольклору

Мета роботи: ознайомитись з роботою холодильника та визначити його ефективність за різних режимів роботи.

1 Теоретична довідка

Холодильник — це теплова машина, що працює в зворотньому напрямку. Її можна розглядати як тепловий насос, який «перекачує» тепло від холодильника до нагрівача, використовуючи при цьому роботу, що виконується над робочою речовиною.

Фрагмент фазової діаграми робочої речовини в координатах тиск — питома ентальпія зображено на Рис. 1. Крива, що проходить через критичну точку K , окреслює двофазову область, у якій співіснують рідина та газ. У двофазній області ізотерми паралельні до осі абсцис. Вони відповідають тиску насиченої пари, що для кожної речовини залежить лише від температури. На діаграмі також показано ідеалізований цикл, за яким працює робоча речовина. Починаючи зі стану, зображеного точкою 1, компресор стискає робочу речовину до стану 2. В ідеальному випадку цей процес відбувається без теплообміну з навколишнім середовищем, тобто адіабатично (ізоентропійно). Далі вздовж ізотерми 2–3 відбувається конденсація рідини, при цьому вивільнюється корисне тепло Q . Після цього робоча речовина протікає крізь обмежувальний клапан (дрозель), внаслідок чого тиск зменшується до величини, що відповідає точці 4. Для ідеальної машини цей процес є ізоентальпійним. У завершальній фазі циклу, на ізотермі 4–1, рідина випаровується за рахунок зовнішньої теплоти. Питома енергія, яка поглинається (q_0) та звільняється (q) на ізотермах 4–1 та 2–3 відповідно, а також необхідна питома робота стискування A , можуть бути розраховані безпосередньо з графіка:

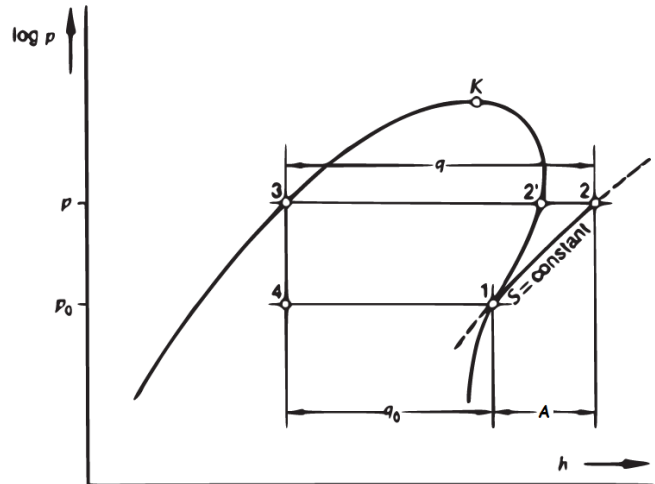


Рис. 1: Фазова діаграма робочої речовини

$$q_0 = h_1 - h_3, \quad q = h_2 - h_3, \quad A = h_2 - h_1. \quad (1)$$

Фактично перед конденсором виникає перегрів пари (на Рис. 1 точка 2 лежить за межами області насиченої пари). Спеціальний регулюючий пристрій забезпечує також положення точки 1 за межами області насиченої пари. Ці факти ілюструються експериментальною залежністю P_1 та P_2 від температури у порівнянні з даними про температурну залежність тиску насиченої пари для конкретної робочої рідини. Також можна стверджувати, що у конденсорі рідина фактично переохолоджується і точка 3 лежить в області однофазної рідини. Енергетичні потоки Q'_B від випаровувача та Q'_K до конденсора визначаються з нагріву та охолодження відповідних водяних ванн:

$$Q' = cm_w \frac{\Delta\Theta}{\Delta t}, \quad (2)$$

де c — питома теплоємність води, m_w , — маса води, а $\frac{\Delta\Theta}{\Delta t}$ — швидкість зміни температури.

Енергетичний потік не є постійним. Він залежить від умов роботи теплового насоса, але насамперед, від різниці температур між випаровувачем та конденсором.

Ефективність компресора ε — це відношення потоку тепла, що надходить до компресора, до його електричної потужності:

$$\varepsilon = \frac{Q'_K}{P}. \quad (3)$$

Ефективність холодильної машини також характеризується коефіцієнтом компресії. **Коефіцієнт компресії** λ — відношення реального витратного об'єму робочої речовини V до геометричного витратного об'єму V_g .

$$\lambda = \frac{V}{V_g} = \frac{V'}{V'_g}. \quad (4)$$

Припустивши, що процес помпування ідеальний, дійсні витрати робочої речовини за одиницю часу V' (потік у колі) та коефіцієнт компресії λ можуть бути розраховані з потоку тепла у випаровувачі.

$$V' = v \frac{Q'_B}{h_1 - h_3}, \quad (5)$$

де v — питомий об'єм пари за даного тиску у випаровувачі. Геометричний потік легко розрахувати з даних про геометричний об'єм компресора V_g та частоту обертання f .

$$V'_g = fV_g. \quad (6)$$

Потік тепла до конденсора залежить від температури випаровувача. Коли установка діє як повітряно-водяний насос, температура випаровувача залишається приблизно постійною після декількох хвилин роботи завдяки обдуву, що моделює практично необмежений повітряний резервуар. Без обдуву випаровувач покривається інеєм, внаслідок чого температура також залишається постійною.

2 Експериментальне устаткування

У роботі використовується модель холодильного агрегату, що має всі складові частини звичайного холодильника. Проте є відмінність: установка надає можливість вимірювати температуру та тиск робочої рідини в різних місцях циклу.

В установці використовується спеціальна робоча речовина $R12$ (CCl_2F_2) (див. Табл. 1). Спрощена схема її циркуляції для наочності нанесена на фронтальну панель установки (Рис. 2). На схемі позначені компресор 1, дросель 2, випаровувач 3, конденсор 4, манометри 5, вікна для спостереження за агрегатним станом робочої рідини 6 та точки приєднання термометрів (a, b, c, d, e, f).

Крім позначених на схемі, установка, як і звичайний холодильник, має деякі додаткові регулюючі системи, що забезпечують її працездатність. Це регулятор потужності компресора та регулятор обмежувального клапану. Перший керується тиском робочої рідини після конденсора і забезпечує такий режим роботи компресора, щоб робоча рідина в цьому місці була в однофазному рідкому стані. Другий керується температурою на випаровувачі і регулює дросель таким чином, щоб пара після випаровувача була перегрітою і рідка робоча речовина не потрапила у компресор.

Теплообмінники (випаровувач та конденсор) занурюються в теплоізовані ємності з водою ($V = 4,5$ л). Вимірюють шість температур: на вході у конденсор T_c , на виході з нього T_d , на вході у випаровувач T_a та на виході з нього T_b , у ізованих теплоємностях (T_e , T_f), а також тиск робочої речовини в конденсорі P_1 та випаровувачі P_2 .

Завдяки спеціальному пристрою, в коло живлення установки вмикається ватметр, що дозволяє фіксувати електричну потужність компресора. Параметри компресора, що потрібні для подальших розрахунків: геометричний об'єм $V_g = 2,94 \text{ см}^3$, частота обертання $f = 2880 \text{ хв}^{-1}$. Отже, $V'_g = fV_g = 142 \text{ см}^3/\text{с}$.

У роботі також досліджуються параметри установки, що працює як повітряно-водяний тепловий насос. При цьому використовується звичайний фен, що здатен забезпечити обдув випаровувача гарячим повітрям.

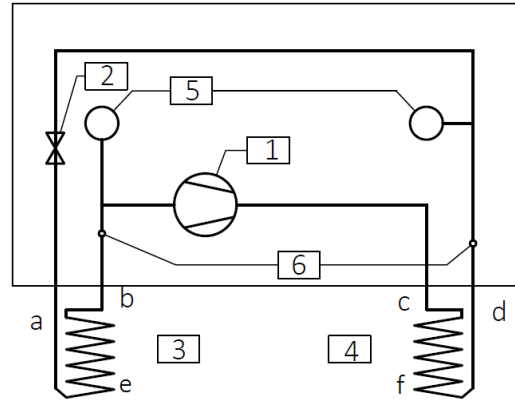


Рис. 2: Схема теплового насоса

3 Хід експерименту

3.1 Тепловий насос з водяним охолоджувачем та випаровувачем

1. Налийте задану кількість води в обидва резервуари.

☞ Потрібно дбати, щоб вода з боку конденсора не була холоднішою за воду з боку випаровувача. Стежте за тим, щоб теплообмінник був повністю занурений у воду.

2. Перевірте схему підключення ватметра. Визначте, за якою шкалою потрібно знімати значення електричної потужності та на який коефіцієнт множити.
3. Перед увімкненням насоса виміряйте тиски (P_1 , P_2) та усі температури (T_a , T_b , T_c , T_d , T_e , T_f). Пам'ятайте, що манометри вимірюють тиск відносно атмосферного тиску. Увімкніть насос. Виконуйте вимірювання щохвилини протягом 30 хвилин.

☞ Спостерігайте за агрегатним станом робочої рідини та занотовуйте зміни.

4. Побудуйте графіки залежності усіх температур від часу та залежність тиску з боку випаровувача та з боку конденсора від температур рідини та пари, на цьому ж графіку відобразіть потужність компресора на додатковій шкалі. Також побудуйте графік $\ln P(\frac{1}{T})$. Визначте інтервал часу, в якому швидкості охолодження та нагріву відповідних резервуарів з водою приблизно стали.

5. Розрахуйте питому енергію, що поглинається та вивільняється, ефективність компресора та коефіцієнт компресії. Потрібні для розрахунків швидкості зміни температури та відповідні похибки слід знаходити за методом найменших квадратів у певному інтервалі часу, визначеному у п. 4.

3.2 Повітряно-водяний тепловий насос

1. Звільніть випаровувач від водяного резервуару, протріть насухо кільця теплообмінника. Змініть воду в резервуарі конденсора. Початкова температура води має бути приблизно такою, як і в попередній частині експерименту. Встановіть обдувач на відстані приблизно 30 см від випаровувача і починайте обдувати його гарячим повітрям.
2. Увімкніть тепловий насос та вимірюйте усі температури та тиски кожну хвилину впродовж 30 хвилин.
3. Повторіть вимірювання без обдуву. Перед початком кожної серії вимірювань змінійте воду в резервуарі конденсора. На початку вимірювань температура та кількість води в резервуарі повинні бути однакові.
4. За різних режимів роботи розрахуйте потік тепла до конденсора за формулою (2). Визначити середню температуру випаровувача T_b , потік тепла до конденсора Q_k та ефективність компресора за трьох режимів роботи:
 - (а) гарячий обдув;
 - (б) холодний обдув;
 - (в) без обдуву.

4 Додаткові запитання

1. Який режим роботи насоса є найефективнішим? Чому?
2. Пояснити фізичний зміст коефіцієнта компресії λ .
3. Побудувати робочий цикл теплового насоса Рис. 1 у координатах $T(S)$.

5 Додаток А

Табл. 1: Дані про робочу речовину R12

Температура, °C	Тиск, бар	Питомий об'єм, м ³ /кг	Питома ентальпія, кДж/кг	
-5	2.612	65.29	195.38	350.32
-4	2.702	63.22	195.3	350.76
-3	2.795	61.22	197.22	351.21
-2	2.891	59.3	198.15	351.65
-1	2.989	57.45	199.07	352.09
0	3.089	55.68	200	352.54
1	3.192	53.97	200.92	352.97
2	3.297	52.32	201.86	353.41
3	3.405	50.74	202.79	353.85
4	3.516	49.2	203.72	354.28
5	3.629	47.74	204.66	354.72
6	3.746	46.32	205.59	355.15
7	3.865	44.95	206.53	355.58
8	3.986	43.63	207.47	356.01
9	4.111	42.36	208.42	356.44
10	4.238	41.13	209.35	356.86
11	4.369	39.95	210.3	357.28
12	4.502	38.8	211.25	357.71
13	4.639	37.7	212.2	358.13
14	4.778	36.63	213.14	358.54
15	4.921	35.6	214.1	358.96
16	5.067	34.61	215.05	359.37
17	5.216	33.64	216.01	359.79
18	5.368	32.71	216.97	360.2
19	5.524	31.81	217.92	360.6
20	5.682	30.94	218.88	361.01
21	5.845	30.1	219.84	361.41
22	6.011	29.29	220.81	361.81
23	6.180	28.5	22178	36221
24	6.352	27.73	222.75	362.61
25	6.529	26.99	223.72	363
26	6.709	26.28	224.69	363.39
27	6.892	25.58	22567	363.78
28	7.08	24.91	226.65	364.17
29	7.271	24.26	227.64	364.56
30	7.465	23.63	228.62	364.94
31	7.664	23.02	229.61	365.32
32	7.867	22.42	230.59	365.69
33	8.073	21.85	231.59	366.07
34	8.284	21.29	232.59	366.44
35	8.498	20.75	233.58	366.8
36	8.717	20.22	234.59	367.17
37	8.94	19.71	235.59	367.53
38	9.167	19.21	236.6	367.89
39	9.398	18.73	237.61	368.25
40	9.634	18.26	238.62	368.6

Лабораторна робота №6

«Вивчення закону Стефана—Больцмана»

... И вдруг в самом тёмном углу
лаборатории зашевелилось абсолютно
чёрное тело...

Ужасно страшная история

Мета роботи: перевірити виконання закону Стефана—Больцмана для нитки розжарення електричної лампи.

1 Теоретична довідка

Розглянемо замкнену порожнину, стінки якої мають температуру T .

Порожнину заповнено випромінюванням у всіх можливих напрямках, із усіма поляризаціями та довжинами хвиль. У рівновазі спектральна густина енергії випромінювання постійна й однакова у всіх точках порожнини.

Згідно з формулою Планка, спектральна густина потоку енергії випромінювання абсолютно чорного тіла, тобто енергія, що випромінюється на одиницю площини за одиницю часу при температурі T та довжині хвилі випромінювання λ в інтервалі $d\lambda$, задається формулою

$$\frac{d}{d\lambda}L(\lambda, T) = \frac{2c^2 h \lambda^{-5}}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}, \quad (1)$$

де c — швидкість світла ($3 \cdot 10^8$ м/с), h — постійна Планка ($6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с), k — постійна Больцмана ($1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К).

Інтегрування рівняння (1) в діапазоні довжин хвиль від $\lambda = 0$ до $\lambda = \infty$ дає густину потоку енергії

$$L(T) = \frac{2\pi^5}{15} \cdot \frac{k^4}{c^2 h^3} \cdot T = \sigma T^4, \quad (2)$$

де $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$. Отримали закон Стефана—Больцмана. Згідно з цим законом, енергія, що випромінюється чорним тілом на одиничну площу в одиницю часу L , пропорційна четвертій степені абсолютної температури тіла T . Закон Стефана—Больцмана виконується також для так званого «сірого тіла», для якого коефіцієнт поглинання світла не залежить від частоти випромінювання, але менший за одиницю.

Одним з поширених типів детекторів випромінювання є термобатарея. Термоелектрична Е.Р.С. U_t термобатареї пропорційна до потоку енергії, що падає на детектор, і якщо термодетектор знаходиться при абсолютному нулі, ми можемо записати

$$U_t \propto T^4. \quad (3)$$

Фактично він знаходиться при кімнатній температурі T_k і також випромінює згідно з законом Стефана—Больцмана. Таким чином, можемо записати

$$U_t \propto T^4 - T_k^4 \quad (4)$$

Якщо знехтувати T_K^4 порівняно з T^4 , то залежність (4) можна записати в подвійно-логарифмічному вигляді:

$$\ln U_t = 4 \ln T + \text{const.} \quad (5)$$

Для перевірки закону Стефана—Больцмана потрібно використовувати джерело випромінювання, що відповідає властивостям чорного або сірого тіла. Відома фізична модель чорного тіла являє собою великий порожній ящик з маленьким отвором. Випромінювання, що потрапляє в отвір ззовні, багаторазово відбивається від стінок ящика і в решті-решт повністю поглинається. Якщо ящик достатньо великий, а отвір малий, то ймовірність того, що випромінювання вийде назад через отвір, нехтовно мала. Таким чином, коефіцієнт поглинання випромінювання буде дорівнювати одиниці. Стінки ящика, що знаходяться при температурі T , будуть не лише поглинати, а й випромінювати. Випромінювання від стінок також буде багаторазово відбиватись і в решті-решт прийде в стан рівноваги із стінками ящика.

Незважаючи на менш строгі вимоги до властивостей сірого тіла, реальної фізичної аналогії для нього немає. Навіть термін «сіре тіло» непоширений. Це викликано тим, що механізми, які контролюють поглинання, відбивання та випромінювання відрізняються для різних діапазонів довжин хвиль. Тому неможливо забезпечити постійний коефіцієнт поглинання, що не дорівнює одиниці, в усьому діапазоні довжин хвиль. Але якщо переважна більшість енергії випромінюється в певному спектральному діапазоні, в якому коефіцієнт поглинання тіла, що випромінює, постійний (або приблизно постійний), то умовно можна вважати тіло сірим. Для такого випромінювача буде приблизно виконуватись закон Стефана—Больцмана (2).

У даній роботі пропонується перевірити виконання закону Стефана—Больцмана для нитки розжарення електричної лампочки, як'ю наближено можна вважати сірим тілом. Абсолютну температуру нитки розжарення $T = t + 273$ визначаємо за електричним опором $R(t)$. Температурну залежність опору можна приблизно описати поліномом другого степеня:

$$R(t) = R_0(1 + \alpha t + \beta t^2), \quad (6)$$

де R_0 — опір при 0°C , t — температура в $^\circ\text{C}$, а α і β — константи матеріалу, що для вольфраму дорівнюють: $\alpha = 4,82 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1}$, $\beta = 6,76 \cdot 10^{-7} \text{K}^{-2}$.

Опір при температурі 0°C можна знайти зі співвідношення

$$R_0 = \frac{R(t_K)}{1 + \alpha t_K + \beta t_K^2}, \quad (7)$$

де t_K — кімнатна температура, а $R(t_K)$ — опір нитки розжарення за кімнатної температури. Розв'язуючи квадратне рівняння відносно t , остаточно одержуємо вираз для абсолютної температури

$$T = 273 + \frac{1}{2\beta} \left[\sqrt{\alpha^2 + 4\beta \left(\frac{R(t)}{R_0} - 1 \right)} - \alpha \right]. \quad (8)$$

2 Робота з установкою

Експериментальна установка складається з лави, на якій закріплені лампа, що досліджується, та термобатарея, що використовується як детектор струму випромінювання. Лампа живиться від джерела постійного та змінного струму. Розжарювати лампу слід поступово.



Номінальна напруга змінного струму для лампи становить 6 В. У роботі можна короткочасно (лише на кілька хвилин) піднімати напругу змінного струму до 7,5 В.

$R(t_k)$ та $R(t)$ знаходяться із закону Ома, шляхом вимірювання напруги та струму через нитку розжарення.

Для цього в схему живлення лампи вмикаються амперметр (послідовно) та вольтметр (паралельно лампі). Під час вимірювання $R(t_k)$ в схему послідовно вмикають також баластний опір 100 Ом (Рис. 1).

Під час основного експерименту лампа живиться змінним струмом. Баластний опір в схему не вмикають. Діапазон напруги — від 0 до 7,5 В. Оскільки через лампу тече досить значний струм (кілька амперів), для вимірювання струму застосовують шунт.

Шунт — це малий опір, величина якого достатньо стабільна та виміряна з великою точністю. Шунт вмикають паралельно до вимірювального приладу. досить значний струм (кілька амперів), для вимірювання струму застосовують шунт.

При цьому струм тече не через амперметр, а через шунт (Рис. 2). Для визначення величини струму треба виміряти падіння напруги на шунті.

Струм розраховується згідно закону Ома за формулою

$$I = \frac{V_{\text{ш}}}{R_{\text{ш}}}. \quad (9)$$



Якщо вимірювальним приладом є мультиметр, перед вмиканням джерела струму слід впевнитись в тому, що прилад знаходиться в режимі вольтметра, а не амперметра. Амперметр має малий вхідний опір, тому великий струм буде розподілятися між шунтом і амперметром, що може пошкодити останній.

У роботі використовується звичайна лампа розжарення. Нитка розжарення цієї лампи являє собою циліндричну спіраль. Лампу можна повертати таким чином, що вісь циліндричної спіралі утворює певний кут α із напрямом на детектор. При зміні кута буде змінюватись спостерігаємий (від детектора) розмір спіралі, крім того, за певних кутів α деякі витки спіралі будуть перекривати один одного, що спричинить певну немонотонну залежність інтенсивності випромінювання від кута α з максимумом в інтервалі 60° – 70° .

Розігрів нитки розжарення відбувається нерівномірно: середні витки нагріваються більше, оскільки поглинають більше енергії випромінювання від сусідніх витків, а крайні витки поглинають енергії менше, проте випромінюють більше. Випромінювання не приходить в рівновагу з випромінювачем,

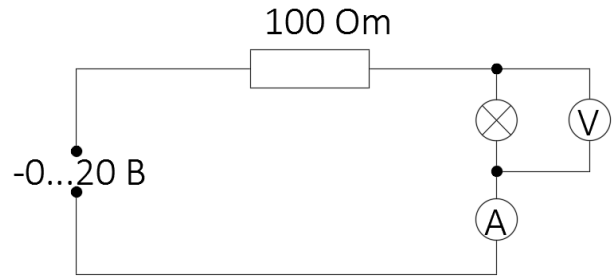



Рис. 1: Схема для прецизійного вимірювання опору нитки




Рис. 2: Еквівалентна схема для вимірювання опору нитки із застосуванням шунта

як це відбувається в чорному тілі. Вимірювання температури нитки за її електричним опором дає якесь значення, яке не обов'язково має збігатися із середнім значенням температури випромінювання. Крім того, виходячи із суто геометричних міркувань, можна очікувати, що середня температура випромінювання залежить від кута α . Чи будуть перелічені ефекти мати вирішальне значення для характеристики випромінювання, можна перевірити лише експериментально.


Термобатарей розташовується на відстані приблизно 30 см від лампи. Термобатарея даватиме напругу декілька мілівольт, тому для вимірювання напруги вона приєднується до посилювача постійного струму. Коефіцієнт посилення виставляється 10^3 або 10^4 . Максимальна вихідна напруга посилювача — 14,6 В, а лінійність зберігається з достатньою точністю лише до 13 В, тому коефіцієнт посилення треба вибрати в залежності від відстані між лампою та детектором. Перед початком вимірів необхідно дати посилювачу прогрітися і виставити нуль. Нуль треба час від часу перевіряти. Зміна коефіцієнту посилення вимагає нового виставлення нуля.

 || Треба врахувати, що термобатарея має велику інертність, тому при кожному вимірюванні треба чекати 2–3 хвилини, поки детектор досягне рівноваги. Для перевірки нуля чекати рівноваги треба не менше 10–15 хвилин.

3 Хід експерименту


 || Перед увімкненням живлення до зібраних схем, покажіть їх викладачу!

1. Зберіть схему згідно Рис. 1 для прецизійного вимірювання опору нитки при кімнатній температурі. Додатковий резистор 100 Ом приєднайте послідовно до лампи, джерело струму та вимірювальні прилади (вольтметр та міліамперметр) переведіть в режим постійного струму.

 || Спочатку вмикаються вольтметр та міліамперметр, після цього — джерело струму. Перед вмиканням джерела струму впевніться, що регулятор напруги встановлено на мінімальне значення.

2. Виміряйте падіння напруги на нитці при 5–6 значеннях струму від 50 до 200 мА. Впевніться, що струм, за якого проводиться вимірювання, не підвищує істотно температуру нитки (подумайте, як це зробити за отриманими даними).
3. Зберіть схему згідно Рис. 2. Відімкніть баластний резистор та переведіть вимірювальні прилади та джерело струму в режим змінного струму. Приєднавши шунт, переведіть мультиметр в режим вимірювання напруги. Перш ніж вмикати прилади, знову покажіть схему викладачу.
4. Розташуйте термобатарею на відстані приблизно 25–40 см від лампи. Виставте нуль підсилювача постійного струму. Поверніть лампу так, щоб вісь циліндричної спіралі нитки розжарення була перпендикулярною до напрямку на детектор.
5. Подайте на лампу такий струм, щоб нитка розжарення почала червоніти. Уважно роздивіться нитку розжарення. Зробіть висновки відносно однорідності розігріву. Установіть напругу 1 В, і повертаючи детектор вліво-вправо, отримайте максимальну термо-е.р.с.
6. Проведіть виміри струму та напруги на лампі і напруги на детекторі, спочатку збільшуючи напругу на лампі приблизно з 1 В до максимальної (з кроком приблизно 0,3 В), а потім зменшуючи напругу знов до нуля.

Треба дбати, щоб фонове випромінювання не заважало вимірюванням.

 || Максимальна напруга не повинна перевищувати 7,5 В. Зважаючи на те, що при кожному вимірі треба чекати кілька хвилин, робіть не більше двох вимірів в діапазоні 6–7,5 В.

7. Повторіть виміри п. 6 для 60° , а потім для 30° . Перед кожною серією вимірів обов'язково перевіряйте нуль підсилювача.
8. Результати вимірів п. 6–7 подайте в графічному вигляді як залежність $\ln U(\ln T)$. Проведіть регресійний аналіз та отримайте показник степені в формулі (5). Оцініть похибку. Чи збігається показник із теоретичним в межах похибки? Чи можна з цього зробити висновки щодо властивостей нитки розжарення як сірого тіла?
9. Чи спостерігається залежність результатів від кута α . Проаналізуйте цю залежність (якщо вона є). Для якого кута результати найкращі?
10. Якщо показник степеня, який було отримано в п. 8, значно відрізняється від 4, спробуйте врахувати деякі джерела похибок.
 - (а) Дрейф нуля підсилювача. Для цього порівняйте результати, що було отримано під час збільшення та зменшення температури. Якщо різниця помітна, зробіть відповідну корекцію.
 - (б) Неоднорідність розігріву нитки розжарення лампи. Побудуйте залежність $U^{\frac{1}{4}}$ від T . Чи лінійна залежність? Чи проходить вона через нуль? Якщо залежність лінійна, але через нуль не проходить, є всі підстави вважати, що фактична температура нитки (точніше, середня температура випромінювання, що потрапляє в детектор) відрізняється від результатів ваших вимірів на певне ΔT . Врахуйте це і знов побудуйте графік п. 8.
 - (в) Велика похибка окремих вимірювань. Оцініть похибку окремих вимірювань. За яких значень T похибки найбільші? На залежності $\ln U(\ln T)$ експериментальні точки розміщені нерівномірно (їх багато в області вищих температур і мало в області нижчих). Тому кожна окрема точка в області температур 600–1000 К має великий вплив на нахил прямої, що проводиться за методом найменших квадратів. Якщо ці точки ще й мають найбільші похибки, то можуть призводити до спотворення результатів. Відкиньте такі точки, перебудуйте графік і оцініть результат.

4 Контрольні запитання

1. Виведіть закон Стефана—Больцмана, вважаючи випромінювання абсолютно чорного тіла газом фотонів.



Статистика фотонів описується законом Бозе—Ейнштейна. Кількість фотонів в заданому об'ємі розраховується за кількістю коливальних ступенів волі.

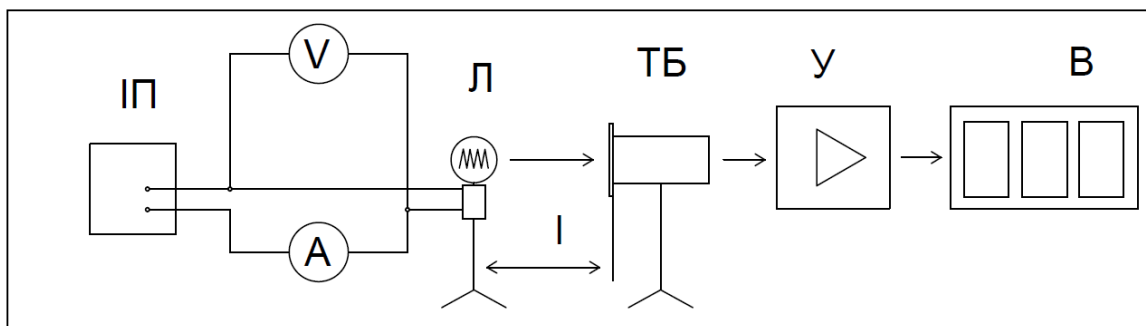
2. Чому дорівнює тиск фотонного газу? А ентропія?
3. Чим відрізняється абсолютно чорне тіло від сірого?

5 Додаток А: Исследование параметров экспериментальной установки по изучению закона Стефана-Больцмана.

А.С.Коваленко, З.Ю.Христич.

Цель работы: в результате выполнения л. р. по изучению закона Стефан а—Больцмана было выявлено, что показатель степени температуры, фигурирующий в указанном законе, отличается от теоретического ($L = \sigma T^4$) и зависит от ряда факторов. Целью настоящей работы являлось выяснение причин отклонения и факторов, влияющих на результат.

5.1 Экспериментальное оборудование



При подключении лампы (Л) к источнику питания (ИП) она начинает светиться, световая энергия попадает в термобатарею (ТБ), в результате чего на её выходе возникает напряжение, которое после усиления усилителем (У) фиксируется вольтметром (В). Если предположить, что (У) и (В) работают нормально, то причину указанного расхождения следует искать в термобатарее или излучателе.

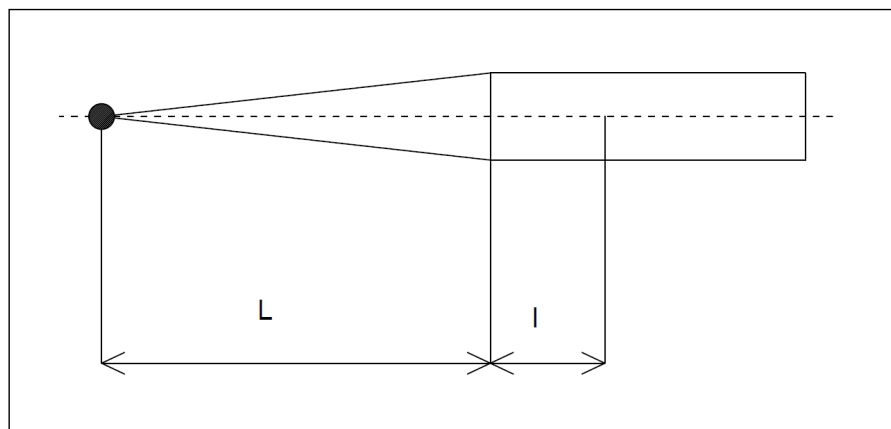
5.2 Проверка пропорциональности термобатареи

При выполнении л. р. предполагалось, что напряжение на выходе термобатареи пропорционально световому потоку L . Это предположение в настоящей работе было проверено следующим образом. При фиксированном уровне светимости изменялось расстояние l между лампой и приёмным устройством. Если выполняется

$$U_{\text{ВЫХ}} = L(T),$$

то приближенно считая лампу точечным источником, следует ожидать зависимости

$$U_{\text{ВЫХ}} \sim \frac{1}{l^2}.$$



В результате проведенных измерений оказалось, что

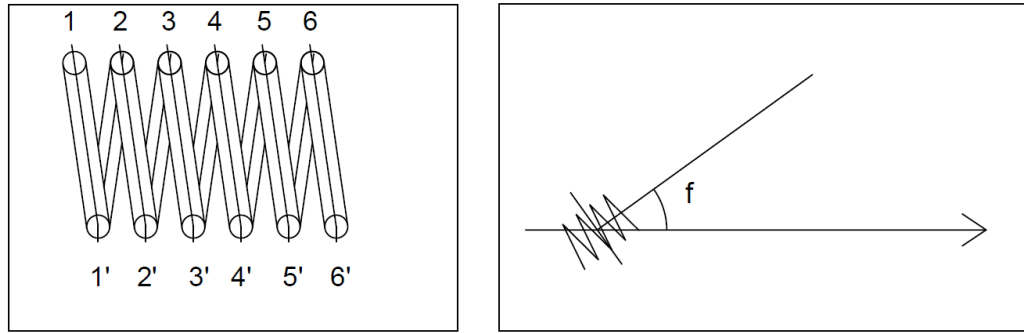
$$U_{\text{вых}} \sim \frac{1}{l_{\text{эфф}}^2},$$

где $l_{\text{эфф}} = l + \Delta l$, $\Delta l = 2,4 \pm 0,1$ см (рис. 2).

Отклонения от указанной зависимости не превышают 0,1%. Таким образом можно считать, что напряжение на выходе ТБ действительно пропорционально потоку L .

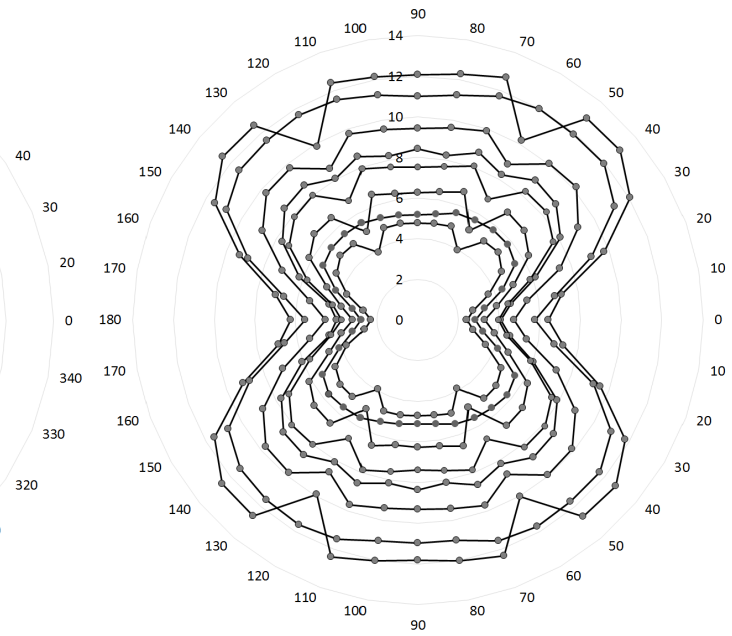
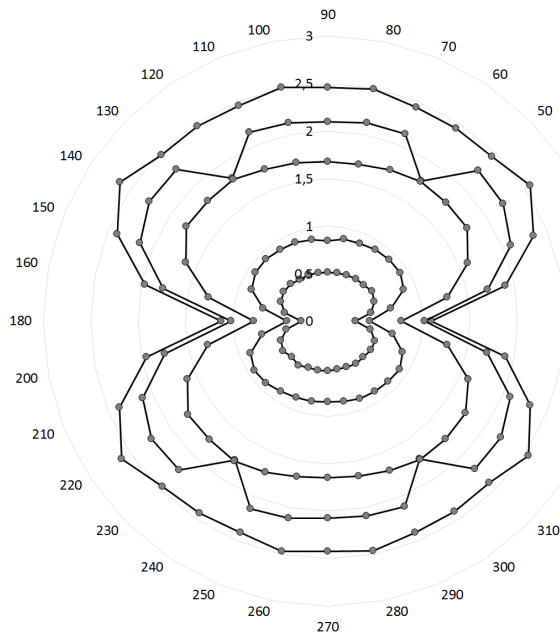
5.3 Исследование излучателя

Нить лампы накаливания представляет собой спираль, состоящую из шести витков. Длина спирали (расстояние между торцами) равно 2 мм, диаметр — 1,5 мм. Очевидно, крайние витки спирали нагреваются меньше, чем внутренние, т.к. они крепятся к металлическим держателям и, следовательно, отдают им часть тепла. Поэтому участки спирали неравноценны в смысле излучения энергии. В дальнейшем будем рассматривать спираль как 12 излучательных элементов (полуколец): 3, 4, 3', 4' — с температурой T_1 (наиболее разогреты); 2, 5, 2', 5' — с температурой T_2 ; 1, 6, 1', 6' — с температурой T_3 (наименее разогреты) (рис. 3).

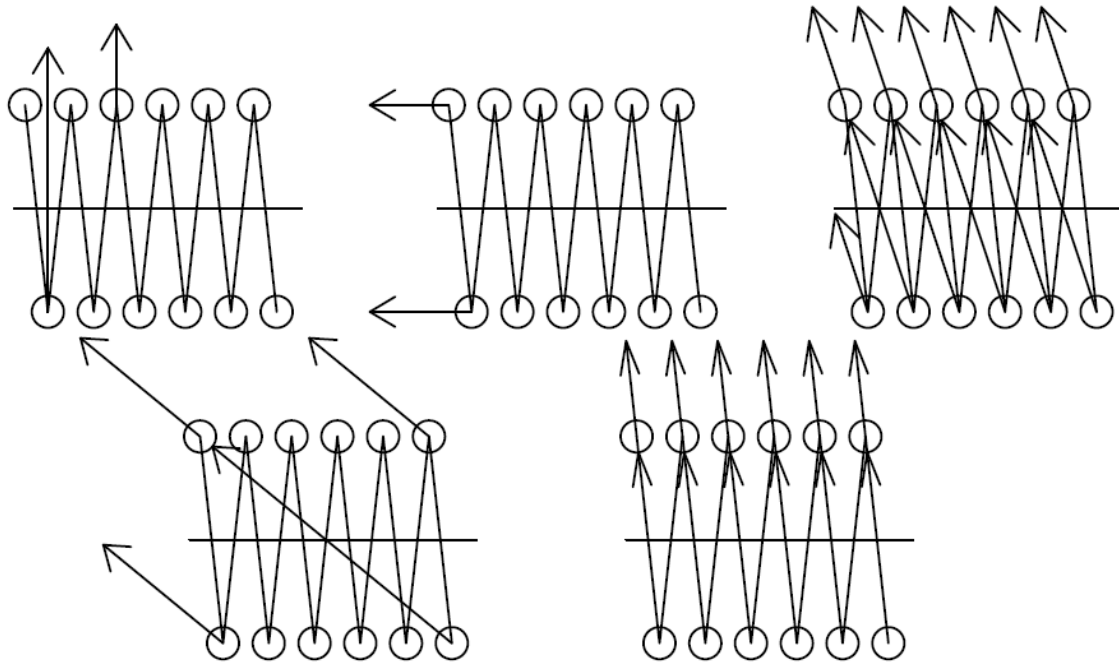


Температура спирали не определяется прямым путем, а рассчитывается по её электрическому сопротивлению. Учитывая, что различные участки спирали нагреты по-разному, мы фактически находим некое среднее (эффективное) T' . Реальная температура излучательных элементов отличается от T' в обе стороны. Следовательно, результаты измерения зависимости $L(T)$ будут зависеть не только от температуры T' , но и от того, какие участки спирали играют решающую роль в формировании светового потока, что, в свою очередь, зависит от угла поворота лампы относительно «нормального» положения (Рис. 4).

В настоящей работе было проведено исследование «диаграммы направленности» (индикатрисы) излучения лампы. Результаты представлены на Рис. 5.

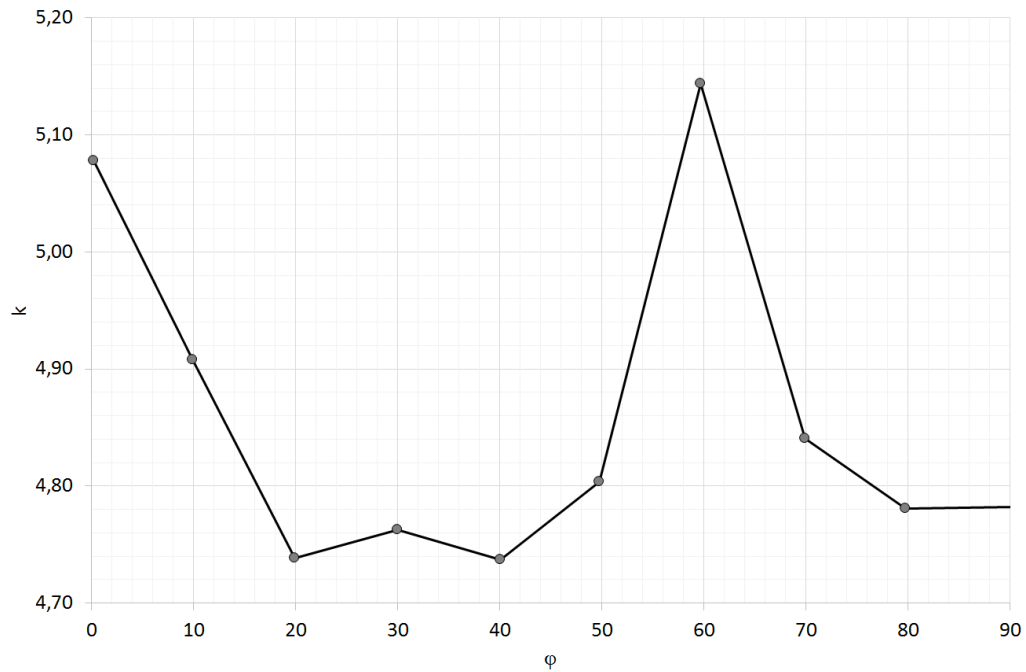


Максимум L при $\varphi=90^\circ$ и минимум при $\varphi=0^\circ$ объясняются просто: в первом случае задействованы все излучательные элементы 1–6' ($4T_1+4T_2+4T_3$), а во втором случае — только 1 и 1', т.е. 2 элемента с наименьшей температурой T_3 , т.к. все остальные элементы загораживаются впереди стоящими (рис. 6 а,б).



На диаграммах прослеживается глубокий минимум при $\varphi=60^\circ$ и максимум при $\varphi=40^\circ$. Рассмотрим первый случай. Из рис. 6в видно, что при таком положении спирали «включены» излучательные элементы 1–6 и 1', т.е. $3T_1+2T_2+2T_3$. Во втором случае (рис. 6г) задействованы все излучательные элементы за исключением 6' ($4T_1+4T_2+3T_3$). Отметим, что в первом случае эффективная температура излучения T ниже, чем измеряемая температура T' , а во втором случае — выше.

Приведенные рассуждения носят приближенный характер. В частности, невозможно объяснить тот факт, что при $\varphi=80^\circ$ минимум выражен слабо. Действительно, в этом случае «включены» только излучательные элементы 1–6, т.е. $2T_1+2T_2+2T_3$, а температура $T=T'$ (Рис. 6д).



На Рис. 7 приведена зависимость $k(\varphi)$, где k — показатель степени, получаемый на данной экспериментальной установке в формуле $L = \sigma T^k$ (теоретически для абсолютно черного тела $k=4$). Как видим, наибольшее отклонение от истинного значения k наблюдается в точках, соответствующих минимальным уровням L . Это можно объяснить тем, что в точках минимумов эффективная температура T меньше измеряемой температуры T' .

Однако наиболее близкий к теоретическому значению результат все равно отличается от него более, чем на 17%. По-видимому, необходимо более тщательно учесть различие T и T' , а также принять во внимание, что вольфрамовая нить накаливания строго говоря не является ни черным, ни серым телом.

Лабораторна робота №7

«Вивчення машини Стірлінга»

See-saw, see-saw
Up and down, up and down. . .

Mother Goose

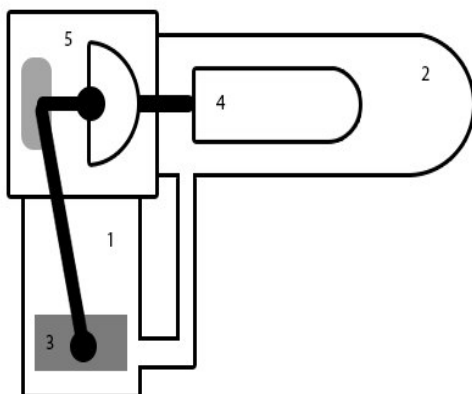
Мета роботи: ознайомитись із роботою машини Стірлінга та визначити її ефективність за різних умов.

1 Теоретична довідка

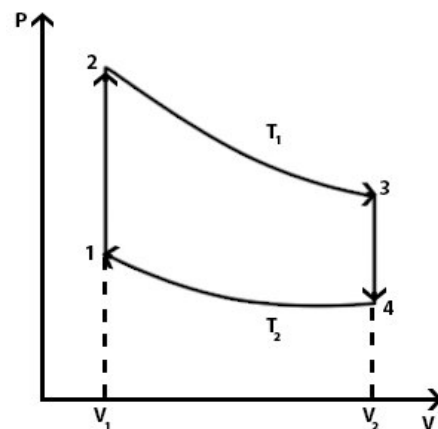
1.1 Історична довідка

У 1816 році Роберт Стірлінг отримав патент на тепловий двигун, робочим тілом якого було гаряче повітря. Тепер такий двигун називають машиною Стірлінга і використовують для вивчення принципів роботи теплових двигунів, оскільки в цьому випадку легко зрозуміти процеси перетворення термічної енергії на механічну.

На сьогодні машина Стірлінга зазнає нового поштовху у розвитку, оскільки вона має багато переваг над іншими двигунами. Так, машина Стірлінга є замкненою системою, що працює майже без тертя з різними джерелами теплової енергії, що відіграє особливу роль при вирішенні екологічних питань.



(а) Будова машини Стірлінга



(б) Цикл робочого газу

Одну з можливих технічних реалізацій машини Стірлінга представлено на Рис. 1а. Конструктивно вона складається з двох з'єднаних між собою камер: робочого циліндра 1 та регенератора 2. Всередині робочого циліндра знаходиться робочий поршень 3, що щільно прилягає до стінок циліндра 1, саме він виконує роботу. Один кінець регенератора нагрівають (принципово це можна зробити будь-яким чином),

а інший кінець, навпаки, охолоджують. Усередні регенератора знаходиться пістон 4, між яким та поверхнею регенератора розташовано проміжок так, що газ може вільно циркулювати, перетікаючи із холодної частини регенератора до гарячої та навпаки. Поршні пов'язані між собою шатунним механізмом 5, що забезпечує зсув фаз на 90° , тобто коли один із них знаходиться біля «мертвої точки», другий рухається з максимальною швидкістю. Машина працює за замкненим зворотним циклом, що складається з двох ізохор та двох ізотерм (Рис. 16). Робочим тілом повітря слугує ідеальний газ (гаряче повітря).

1.2 Коефіцієнт корисної дії машини Стірлінга

Розглянемо роботу ідеальної машини Стірлінга. За замовчуванням, ККД будь-якої теплової машини η визначається як відношення роботи A , яку виконано в циклі, до теплоти Q_+ , яку система отримала протягом циклу:

$$\eta = \frac{A}{Q_+}. \quad (1)$$

Згідно з першим законом термодинаміки, теплота, яку передано системі у нескінченно малому процесі, йде на зміну внутрішньої енергії dU системи та на роботу PdV :

$$\delta Q = dU + PdV. \quad (2)$$

Перед початком циклу робочий поршень 3 знаходиться внизу робочого циліндра, а пістон 4 — біля шатунного механізму, так що газ знаходиться у гарячій зоні і займає об'єм V_1 . У першій фазі циклу газ нагрівається, переходить у робочий циліндр і виштовхує поршень 3 вгору. При цьому об'єм газу збільшується до максимального об'єму V_2 . На Рис. 16 цей процес відповідає ізотермі 1–2. Таким чином, у першій фазі система отримує тепло і виконує роботу A_1 , яку легко розрахувати, користуючись рівнянням ідеального газу:

$$PV = \nu RT, \quad (3)$$

де ν — кількість молів газу, $R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{К} \cdot \text{моль})$ — універсальна газова стала. Насправді,

$$A_1 = \int_1^2 PdV = \nu RT_1 \int_1^2 \frac{dV}{V} = \nu RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (4)$$

Оскільки внутрішня енергія ідеального газу залежить тільки від температури, то згідно із (2), ця робота збігається із теплотою Q_+ , яку система отримала у процесі 1–2, $Q_+ = A_1$.

Друга фаза циклу — це ізохора 2–3. У цьому процесі поршень 3 знаходиться вгорі і не рухається, фіксуючи у такий спосіб об'єм системи, а пістон 4 рухається за інерцією і виштовхує газ із гарячої зони до холодної. Очевидно, що у цьому процесі робота не виконується, а система охолоджується від температури T_1 до температури T_2 . Теплота, віддана системою, від'ємна і дорівнює

$$Q = U(T_2) - U(T_1). \quad (5)$$

Третя фаза — знов ізотерма 3–4. Пістон 4 знаходиться над нагрівачем і перешкоджає надходженню газу в гарячу зону. Поршень 3 рухається вниз і таким чином стискає газ від об'єму V_2 до об'єму V_1 . У цьому процесі система віддає тепло Q_- і над нею виконується робота

$$A_1 = \int_3^4 PdV = \nu RT_2 \ln \frac{V_1}{V_2} = -\nu RT_2 \ln \frac{V_2}{V_1}, \quad Q_- = A_2. \quad (6)$$

У четвертій фазі, на ізохорі 4–1, поршень 3 знаходиться знизу, а пістон 4 рухається із гарячої зони в холодну зону. Система віддає теплоту Q , яку отримала в другій фазі (див. формулу(5)), а робота не виконується.

Важливим для роботи машини Стірлінга є той факт, що теплота, яку виділяє система за ізохоричного охолодження, накопичується і потім поглинається системою за ізохоричного нагріву (принцип регенерації).

Таким чином, корисна робота, що виконується в циклі дорівнює

$$A = A_1 + A_2 = \nu R(T_1 - T_2) \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (7)$$

Ефективна робота $A_{\text{еф}}$, що виконує двигун проти зовнішніх сил, менша за A , оскільки неможливо запобігти енергетичним втратам на тертя, тощо.

Отже, підставляючи (4), (7) в (1), отримуємо вираз для максимального коефіцієнту корисної дії зворотного циклу машини Стірлінга:

$$\eta = \frac{\nu R(T_1 - T_2) \ln \frac{V_2}{V_1}}{\nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (8)$$

Згідно із теоремою Карно, це найбільший можливий ККД для будь-якої теплової машини, якого можна досягти лише теоретично. З формули (8) випливає, що ККД тим більший, чим більша різниця температур між нагрівачем та охолоджувачем.

1.3 Реальний та ідеальний процеси Стірлінга

Реальний ККД машини Стірлінга менший за теоретичний. Його можна визначити, безпосередньо обчисливши з PV -діаграми роботу

$$\eta_p = \frac{A_{PV}}{Q_+} = \frac{A_{PV}}{\nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}. \quad (9)$$

Ступінь ідеальності двигуна характеризується відношенням реальної роботи до теоретичної

$$\eta_{\text{ід}} = \frac{A_{PV}}{A} = \frac{A_{PV}}{\nu R(T_1 - T_2) \ln \frac{V_2}{V_1}}. \quad (10)$$

1.4 Експериментальне обладнання

У комплект апаратури для вивчення машини Стірлінга, крім власне двигуна, входить $PVnT$ -метр, осцилоскоп, амперметр, вольтметр, реостат, моментометр і стрілка.

Для використання деяких з комплектуючих установки потрібно розібратися з формулами, що до них затосовуються.

Теплова потужність пального:

$$P_H = \lambda \frac{\Delta m}{\Delta t}, \quad (11)$$

де $\lambda = 25$ кДж/г — питома теплота горіння спирту.

Через енергетичні втрати між паливом та двигуном, вводять коефіцієнт ефективності пального як

$$\eta_H = \frac{f Q_+}{P_H} = \frac{f \nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}{P_H}. \quad (12)$$

1.5 Ефективність машини Стірлінга

У даній роботі пропонується визначити ефективність перетворення машиною Стірлінга теплової енергії в механічну та електричну. Якщо з'єднати пасом маховик машини Стірлінга з валом генератора, то за працюючого двигуна на клеммах з'явиться напруга U . Якщо ввімкнути генератор в електричне коло, то буде вироблятися електрична потужність

$$P_{\text{ел}} = UI, \quad (13)$$

де I — струм у колі. Енергія, що споживається електричним колом за один оберт двигуна, дорівнює

$$W_{\text{ел}} = \frac{UI}{f}, \quad (14)$$

де f — частота обертання двигуна, яка розраховується, як кількість обертів за секунду.

Аналогічним чином, зробивши дозоване механічне навантаження на вісь працюючого двигуна, можна визначити ступінь перетворення теплової енергії в механічну. У даній роботі механічна потужність оцінюється за допомогою моментометра за моментом сили тертя M , що утримує вантаж у положенні рівноваги:

$$P_M = 2\pi Mf. \quad (15)$$

Енергія, що споживається за один оберт двигуна, дорівнює

$$W_M = 2\pi M. \quad (16)$$

Для оцінки ефективності перетворення теплової енергії в електричну та механічну вводять відповідні коефіцієнти

$$\eta_{ел} = \frac{W_{ел}}{A_{PV}}, \quad \eta_M = \frac{W_M}{A_{PV}}. \quad (17)$$

Для споживача енергії найбільший зміст має коефіцієнт повної ефективності

$$\eta = \frac{P_{ел}}{P_H} \quad \text{або} \quad \eta = \frac{P_M}{P_H}, \quad (18)$$

який вказує на те, наскільки ефективно ми перетворюємо теплову енергію палива на корисну механічну або електричну роботу.

2 Калібровка

2.1 Сенсор тиску

Для того, щоб зображення PV –діаграми на екрані осцилоскопа відповідало реальним значенням тиску та об'єму, слід провести калібровку сенсора тиску, який знаходиться на монтажній панелі біля двигуна. Для цього видаліть з монтажною панелі гнучкий шланг. При цьому точка (або лінія) на екрані осцилоскопа відповідає стану з атмосферним тиском (визначається за допомогою барометра). Осцилоскоп при цьому повинен працювати в режимі DC та Yt з відкаліброваною Y шкалою. Рекомендуємо користуватись шкалою 0,5 вольт/поділ. Розташуйте сигнал посередині екрану (нуль шкали Y). Тепер візьміть газовий шприц, висуньте поршень таким чином, щоб об'єм газу в шприці становив 15–20 мл, з'єднайте з гнучкою трубкою, другий кінець якої під'єднано до $PVnT$ –сенсора. Повільно пересувайте поршень і фіксуйте об'єм газу у шприці та вертикальну координату сигналу на екрані (у вольтах). При цьому відповідний тиск газу в шприці можна розрахувати, вважаючи повітря ідеальним газом і нехтуючи об'ємом гнучкого шланга:

$$P = \frac{P_0 V_0}{V}, \quad (19)$$

де P_0 — атмосферний тиск, V_0 — початковий об'єм газу у шприці. Побудувавши залежність тиску від величини сигналу, можна визначити коефіцієнт пропорційності між амплітудою сигналу та тиском, тобто відкалібрувати сенсор тиску. Для підвищення точності калібровки рекомендуємо провести калібровку за стиснення і за розширення.

2.2 Об'єм

Щоб відкалібрувати об'єм, найпростіше співвіднести точки, що відповідають найбільшому та найменшому об'єму на PV –діаграмі із значеннями $V_1 = 32 \text{ см}^3$; $V_2 = 44 \text{ см}^3$.

3 Обробка експериментальних даних

Виміряна крива циклу на PV -діаграмі має овальну форму. Для того, щоб співвіднести її частини з ізотермами 1–2 та 3–4, на тому ж самому графіку будують теоретичні ізотерми, користуючись виміряними значеннями температури T_1 і T_2 та рівнянням стану (3).

Зауважимо, що в рівняння стану крім змінних P , V та T , входить ще кількість молів газу в двигуні ν . Оскільки поршень двигуна може пропускати газ, величину ν слід оцінювати за виміряною кривою циклу. Це можна зробити у наступний спосіб. За PV -діаграмою визначимо межі, у яких змінюється об'єм протягом циклу, нехай це значення V' та V'' . Проведемо ізохору через точку, яка лежить посередині цього інтервалу, тобто через точку з абсцисою $V = (V' + V'')/2$. Ця ізохора перетинає криву циклу у двох точках з ординатами P' та P'' . Розглянемо точку, яка лежить посередині утвореного відрізка, тобто точку з координатами $V = (V' + V'')/2$, $P = (P' + P'')/2$. Будемо вважати, що ця точка належить ізотермі з температурою $T = (T_1 + T_2)/2$, і виходячи з рівняння (3), розрахуємо кількість молів ν . Для того, щоб збільшити точність такої оцінки, можна зробити аналогічну процедуру, провівши ізобару через середину інтервалу, в якому змінюється тиск, а потім усереднити результати.

Після того, як визначені величини T_1 , T_2 та ν , можна провести відповідні ізотерми. При порівнянні теоретичних ізотерм з реальним циклом слід приймати до уваги, що виміряні температури відповідають лише середньому значенню. Насправді, поблизу полум'я температура газу більша за T_1 , а у робочому циліндрі менша за T_2 . Збільшення об'єму відбувається у холодному робочому циліндрі, протягом цього процесу газ трохи охолоджується і тому за збільшення об'єму середня температура менша за відповідну виміряну температуру. Отже, експериментальна крива трохи крутіша за теоретичну ізотерму. При порівнянні різних кривих циклу з теоретичними ізотермами також може виникнути їх перетин.

4 Хід експерименту

|| Перед початком роботи прочитайте інструкцію до кінця!



1. З'єднати P - та V -виходи $PVnT$ -метра з Y та X каналами осцилоскопа.
2. Увімкнути $PVnT$ -метр. Привести датчики у тепловий контакт, щоб виміряти температуру, і натиснути кнопку «Calibration ΔT ». Під'єднати датчики до машини Стірлінга.
3. Перевести поршень у найнижче положення. Натиснути «Calibration V ».
4. Відкалібрувати сенсорний модуль.
 - (а) Прибрати гнучкий шланг з монтажної панелі.
 - (б) Розташувати сигнал посередині екрану.
 - (в) Взяти газовий шприц, висунути поршень таким чином, щоб об'єм газу в шприці становив 15–20 мл. З'єднати шприц з гнучкою трубкою.
 - (г) Повільно пересувати поршень і фіксувати об'єм газу у шприці та вертикальну координату сигналу на екрані.
 - (д) Повторити підпункти (а)–(д), змінюючи об'єм газу в протилежний бік.

|| Після калібровки сенсора тиску не переналаштовуйте осцилоскоп!



5. Зафіксувати на монтажній панелі шкалу моментометра.
6. За допомогою мірного стакана налити до спиртового пальника певну кількість пального (біля 40 мл¹). Після завершення роботи виміряти кількість використаного пального.

¹Будьте уважні, якщо налити замало спирту, то його може не вистачити на час експерименту, гніт затухне і експеримент доведеться починати спочатку.

|| Пам'ятайте, що захисне скло навколо пальника нагрівається!



7. Запалити пальник і нагрівати двигун. Коли різниця температур буде становити близько 80 К, легенько штовхнути маховик двигуна в напрямку руху годинникової стрілки.
8. Відрегулювати постачання тепла таким чином, щоб швидкість обертання машини і температури гарячої та холодної частин двигуна застabilізувались.
9. Переключити осцилоскоп в режим XU . Перемалювати криву з екрану на прозорий папір. Занотувати температури нагрівача та холодильника, швидкість обертання двигуна.



|| Слідкуйте за тим, щоб олівець був перпендикулярний до площини екрану. Не забудьте відмітити положення осей X , Y та масштаб.

10. Під час руху двигуна обережно натягнути стрілку моментометра з вантажем на вісь двигуна. Обертаючи гвинт на стрілці, збільшити силу тертя між стрілкою та віссю. За шкалою моментометра визначити величину моменту сили тертя, занотувати температури та швидкість обертання. Повторити експеримент для різних значень моменту (5–6 вимірів), для одного з них зняти PV –діаграму.

|| Під час роботи з моментометром слідкуйте за тим, щоб стрілка не осцилювала.



11. Зупинити машину та загасити пальник.
12. Замість моментометра змонтувати на панелі генератор і з'єднати паском маховик двигуна з валом генератора. Зібрати електричну схему. На початку експерименту виставити максимальний опір на реостаті.
13. Запалити пальник і привести двигун до руху (без навантаження).
14. Підключити двигун до електричного кола. Після стабілізації процесу виміряти параметри двигуна, а також значення струму та напруги. Повторити виміри за різних значень струму, змінюючи навантаження за допомогою реостата (6–8 вимірів). Для одного зі значень навантаження зняти PV –діаграму.

5 Завдання

1. Визначити площу фігури на екрані осцилоскопа і за нею розрахувати повну енергію, що виробляється машиною без навантаження. За формулами (8)–(10) розрахувати ідеальний та реальний тепловий ККД машини, а також ступінь ідеальності.
2. За отриманими даними та формулою (11) визначити теплову ефективність горіння і за формулою (12) розрахувати коефіцієнт ефективності пальника.
3. Розрахувати площу фігури на екрані осцилоскопу і повну енергію, що виробляється машиною за механічного навантаження. Порівняти криву циклу з навантаженням та без нього.
4. Оцінити механічну роботу за один оберт та розрахувати вихідну механічну потужність (формула (15)) як функцію частоти обертання. Побудуйте відповідний графік і за ним визначити режим максимальної ефективності. За площею PV –діаграми в режимі механічного навантаження знайти коефіцієнт ефективності перетворення теплової енергії у механічну (формула (17)). За формулою (18) визначити повну ефективність двигуна за механічного навантаження.
5. Розрахувати площу фігури на екрані осцилоскопа і повну енергію, що виробляється машиною за електричного навантаження. Порівняти криву циклу з навантаженням та без нього.

|| Знімати дані слід після того, як робота двигуна застabilізувалась.



6. Оцінити електричну роботу за один оберт та розрахувати вихідну електричну потужність (формула (13)) як функцію частоти обертання. Побудувати відповідний графік і за ним визначити режим максимальної ефективності. За площею PV -діаграми в режимі електричного навантаження знайти коефіцієнт ефективності перетворення теплової енергії у електричну (формула (17)). За формулою (18) визначити повну ефективність двигуна за електричного навантаження.

6 Контрольні запитання

1. Що таке ККД? Від чого залежить ККД теплового двигуна, що працює
 - за циклом Карно?
 - за циклом Стірлінга?
 - за циклом Отто?
2. Чому реальний ККД теплового двигуна відрізняється від теоретичного? Як можна збільшити реальний ККД?
3. Які показники ефективності двигуна, крім теплового ККД, характеризують його якість?

Лабораторна робота №8

«Рівняння стану та критична точка»

Викладач: Що сталося?

Студент: Спочатку все йшло

нормально, а потім, . . . потім воно того!

(Під час лабораторної з термодинаміки)

Мета роботи: експериментально визначити рівняння стану SF_6 навколо двофазної області, визначити критичні параметри цієї речовини та приховану теплоту випаровування.

1 Теоретична довідка

Рівнянням стану називають зв'язок між такими змінними стану як тиск P , об'єм V та температура T

$$F(P, V, T) = 0. \quad (1)$$

У загальному випадку рівняння стану може бути представлено в вигляді ряду

$$\frac{PV}{RT} = 1 + \frac{B(T)}{V} + \frac{C(T)}{V^2} + \dots, \quad (2)$$

де B , C — віріальні коефіцієнти, що залежать тільки від температури. У деяких випадках рівняння стану (віріальні коефіцієнти) можна розрахувати, якщо відомі потенціали взаємодії між частинками, що формують даний матеріал, або відомий енергетичний спектр. Частіше користуються емпіричними або напівемпіричними рівняннями стану. Одним з найпростіших та найпоширеніших рівнянь стану є рівняння Ван-дер-Ваальса:

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT, \quad (3)$$

де a , b — коефіцієнти, які визначаються експериментально. Рівняння (3) якісно правильно відтворює поведінку речовини в широкому інтервалі температур і дає непогане узгодження з експериментом.

Проаналізуємо на прикладі рівняння Ван-дер-Ваальса поведінку речовини за ізотермічного стиснення при різних значеннях температури. За великих значень T , як видно з рівняння (2), тиск газу монотонно залежить від щільності (або об'єму). Зменшуючи об'єм газу, ми будемо змінювати тільки кількісні характеристики (наприклад, щільність, або стисливість), але ми не будемо спостерігати жодних якісних змін у стані речовини. За малих значень температури ситуація змінюється. Стискаючи газ, ми спочатку спостерігатимемо збільшення щільності та тиску, але газ, як і раніше, буде однорідним. Однак, за певного значення тиску частина газу перетвориться на рідину і система з однорідної перетвориться на двофазну. Для визначення категорії фази важливим є той факт, що між фазами (рідиною та парою) існує границя розподілу і фази можуть бути механічно відокремлені одна від одної. За подальшого стиснення системи тиск не змінюється, а змінюється лише співвідношення кількості речовини в кожній з фаз. Коли вся пара перетвориться на рідину, тиск знову збільшуватиметься при стисканні. Таким чином, за малих температур спостерігається фазове перетворення пари на рідину. Точки, в яких вперше з'являється рідина і повністю

зникає пара (або навпаки), називаються межами лабільності фаз. За низьких температур для кожного значення температури існує дві точки лабільності. Температуру, за якої обидві точки лабільності збігаються, називають критичною, як і відповідні значення тиску та об'єму також називають критичними. Якщо всі три змінні стану речовини збігаються з критичними, то кажуть, що речовина знаходиться у критичному стані. За температури вище критичної речовина перебуває тільки у стані пари і ніяким стисненням не може бути переведена у рідину. За температури нижче критичної стиснення газу призводить до його конденсації та переходу в рідину, при цьому в певному інтервалі значень щільності дві фази можуть співіснувати. За критичної температури інтервал співіснування фаз вироджується в точку.

Критичні параметри є важливими характеристиками речовини. У найпростіший спосіб їх можна визначити, якщо побудувати ізотерми даної речовини за різних температур і обрати ту з них, яка має перегин.

Описане вище перетворення пара–рідина є перетворенням першого роду. Для перетворень першого роду характерними є області співіснування двох фаз, а також прихованої теплоти переходу λ . Ця теплота виділяється системою при конденсації і поглинається при випаровуванні. Теплоту переходу можна визначити за залежністю точки переходу від тиску насиченої пари. Дійсно, згідно із рівнянням Клапейрона–Клаузіуса

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\lambda}{T(V_g - V_f)}, \quad (4)$$

де V_g , V_f — об'єм пари та рідини, відповідно. Якщо припустити, що пара є ідеальним газом, об'єм рідини нехтовно малий, а теплота переходу не залежить від температури, то рівняння (4) можна переписати як

$$V_g = \frac{RT}{P}, \quad \frac{dP}{dT} = \frac{R\lambda P}{T^2}$$

і проінтегрувати:

$$P = \text{const} \cdot \exp \frac{-\lambda}{RT}. \quad (5)$$

Таким чином, побудувавши графік залежності $\ln P$ від $\frac{1}{T}$, можна за його нахилом визначити λ .

2 Експериментальне устаткування

Експериментальне устаткування складається з апарату для визначення критичної точки, термостату, форвакуумного насосу, пляшки Вульфа (Рис. 1). Форвакуумний насос використовується виключно для підготовки апарату до роботи, пляшка Вульфа 8 запобігає випадковому потраплянню ртуті до насосу з апарата 1.

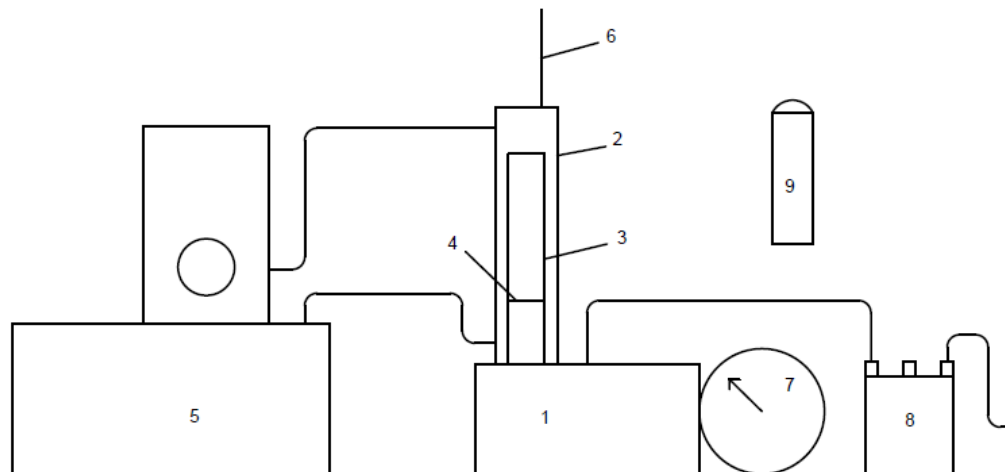



Рис. 1: Схема експериментальної установки

Головною частиною апарату є товстостінна скляна калібрована трубка 3, наповнена газом за тиску 3–5 атм. Газ подається з балончика 9 через газовий вентиль на апараті.

 || Під час вимірів газовий і вакуумний вентилі мають бути закриті.

Тиск всередині трубки утворюється завдяки підйому ртутного стовпчика 4 за допомогою труби, що розташована під апаратом. Значення тиску фіксується на манометрі 7.

|| Пам'ятайте, що тиск не повинен перебільшувати 50 бар!

 Значення об'єму отримуємо безпосередньо з каліброваної трубки 3 за меніском ртутного стовпчика 4. Термостатування газу в трубці забезпечується водяною сорочкою 2, температура якої підтримується термостатом 5. Температура в водяній сорочці вимірюється за допомогою термометра 6 з точністю не менше 0,1 °C.

3 Додаток А: Вплив релаксаційних процесів на встановлення рівноваги в області фазового перетворення

Мокроусов Ю., Черевко О. (питання за вибором, червень 1996).

Під час виконання лабораторної роботи з'ясувалось, що на ділянці ізотерми в двофазній області тиск залежить від об'єму. Таке відхилення від теоретичної залежності може бути обумовлено наявністю домішок іншого газу, або виникати внаслідок технології проведення експерименту. Розглянемо друге припущення. Якщо під час вимірів тиску відбуваються процеси релаксації, то вимірюване значення не відповідає рівноважному і тому не повинно належати ізотермі. Для того, щоб запобігти спотворенню експериментальних даних релаксаційними процесами, необхідно встановити час релаксації і проводити виміри після встановлення термодинамічної рівноваги в системі.

Релаксація термодинамічного стану газу до рівноважного визначається головним чином процесами теплообміну з навколишнім середовищем (посудиною, ртуттю), тому найпростіше визначити час релаксації експериментально. З цією метою були проведені наступні дослідження. За допомогою труби раптово змінювався об'єм газу, а потім вимірювалися значення тиску в залежності від часу. Температура підтримувалась постійною. Виміри проводились в однофазній області подалі від точки фазового перетворення (для підвищення точності). Відповідні значення зміни тиску для 8 різних початкових значень тиску за температури 28,8°C наведено в Табл. 1. З лінійної апроксимації методом найменших квадратів отримуємо значення часу релаксацій для різних значень P_0 від 2 до 5 с. Більш докладний аналіз наведених даних вказує на те, що після 5 с від початку експерименту значення тиску майже не змінюються. Повна зміна тиску від нерівноважного до рівноважного значення може становити до 10%!

Висновок. При проведенні вимірів слід дуже повільно обертати шпильку, щоб запобігти великому відхиленню від рівноваги. Після зміни об'єму (тиску) слід чекати не менше 20 с перед тим, як розпочати виміри.

Табл. 1: Залежність зміни тиску(ΔP , бар) від часу(с) за різних початкових значень P_0 при $T = 28,8^\circ\text{C}$

P_0 , бар	t, с						
	0	1	2	3	5	7	9
24,1	0,6	0,5	0,2	0,15	0,1	0,1	0,05
25,5	0,7	0,3	0,2	0,1	0,05	0,05	0,05
25,6	1,5	0,9	0,6	0,3	0,2	0,015	0,015
25,75	1,45	0,75	0,5	0,45	0,3	0,15	0,05
25,9	1,8	0,6	0,3	0,25	0,2	0,2	0,2
26,15	3,35	1,35	0,85	0,6	0,35	0,15	0,05
26,6	3,4	1,4	0,9	0,65	0,5	0,4	0,05
27,4	4,6	2,6	1,6	1,1	0,8	0,6	0,1

4 Хід експерименту та завдання

1. Обертаючи шпругу за годинниковою стрілкою, встановіть меніск ртутного стовпчика на 4 мл.
2. Проведіть виміри для кімнатної температури. Для цього, поступово підвищуючи тиск, зменшуйте об'єм газу через 0,2 мл. Коли об'єм газу 1,2 мл, зменшуйте об'єм з кроком 0,1 мл.



Після досягнення двофазної області, перш ніж зчитати значення тиску та об'єму, зачекайте 30–40 с, доки встановляться їх рівноважні значення.

3. Встановіть термостат на 21°C. Увімкніть його і дочекайтесь встановлення необхідної температури. Повторіть п. 2 з кроком 4°C, підвищуючи температуру до 49°C. Для температур вище 30°C при досягненні об'єму газу 0,8 мл, зменшуйте об'єм з кроком 0,05 мл.
4. Під час вимірів уважно спостерігайте за поведінкою газу в трубці. Ознакою критичної поведінки речовини є зникнення межі розділу рідина–пар за будь-яких значень тиску. Легкі оберти труби ліворуч–праворуч призводять до тимчасової конденсації з негайним випаровуванням рідини.



Це дійсно чудове видовище — спробуйте його зафіксувати! Однак пам'ятайте, що за критичних умов незначні оберти труби викликають значні зміни тиску.

5. Побудуйте графіки залежності $P = f(V)$ для кожної температури. Знайдіть з них значення критичної точки для SF_6 : T_c , P_c та V_c , відповідно.
6. Припустивши, що SF_6 описується рівнянням Ван-дер-Ваальса, оцініть параметри a і b з рівняння (3).
7. Побудуйте графік залежності $\ln P_{\text{плато}} = f(\frac{1}{T})$. $P_{\text{плато}}$ — плато, де тиск не залежить від об'єму (тиск насиченої пари). Користуючись формулою (5), за нахилом графіка знайдіть приховану теплоту випаровування λ для SF_6 . Оцініть похибки визначення T_c , P_c та V_c , та теплоти випаровування λ .

5 Контрольні запитання

1. Що таке рівняння стану? Віріальні коефіцієнти?
2. Які речовини описуються рівнянням Ван-дер-Ваальса? Дати визначення терміну «межа лабільності».
3. Чим характеризується критична поведінка речовин? Чому у двофазній області необхідно ретельно дотримуватися умов експерименту? Чому не можна вживати слів «критична поведінка газу», а необхідно казати «критична поведінка речовини»?
4. Чим характеризуються фазові переходи першого роду?

6 Додаток Б: Вплив домішки ідеального газу на поведінку гексафториду сірки SF_6 у двофазній області

Ю. Гук, А. Глушко

Мета роботи: Оцінити кількість домішки ідеального газу і перевірити гіпотезу про вплив домішки на незвичайний характер ізотерми гексафториду сірки SF_6 у двофазній області.

6.1 Теоретична частина

У даній роботі досліджується специфічна поведінка гексафториду сірки у двофазній області. Як відомо, тиск насиченої пари не залежить від об'єму і на PV -діаграмі ізотерма реального газу в двофазній області має вигляд горизонтальної прямої. Однак багатьма студентами було виявлено стійку тенденцію до зростання тиску досліджуваної речовини у двофазній області при зменшенні об'єму.

Для пояснення цього ефекту були висунуті дві гіпотези: релаксаційна і домішкова. Перевірка останньої і стала метою нашої роботи.

Для опису ефекту ми обрали таку модель: досліджувана речовина — це суміш двох газів: реального (SF_6) і ідеального, тобто такого, що за даних умов задовольняє рівнянню Менделєєва—Клапейрона (домішка). Домішка вважається нерозчинною у рідкій фазі SF_6 .

Тиск насиченої пари P' над поверхнею рідини, що знаходиться під тиском Π деякого нейтрального газу, визначається формулою (Д.1):

$$P' = P_0 + \frac{V_p \Pi}{V_\Pi - V_p}, \quad (\text{Д.1})$$

де P_0 — тиск насиченої пари за відсутності нейтрального газу, V_p і V_Π — молярні об'єми рідини і пари, відповідно. Нехтуючи гідростатичним тиском рідини і стовпчика ртуті (вони менші за похибку приладу), маємо:

$$P = P' + \Pi, \quad (\text{Д.2})$$

де P — тиск, що безпосередньо вимірюється манометром.

Для нашої моделі мають місце такі співвідношення:

$$\begin{aligned} \nu_\Pi + \nu_p &= \nu_{SF_6}, \\ \nu_d V_d &= \nu_p V_\Pi = V_T, \\ \nu_d V_d + \nu_p V_p &= V, \end{aligned} \quad (\text{Д.3})$$

де ν_{SF_6} — кількість SF_6 у цілому, ν_Π , ν_p , ν_d — кількість пари, рідини, і домішки, V і V_T — повний об'єм і об'єм газової суміші, відповідно. Враховуючи (Д.1) і (Д.3), рівність (Д.2) можна записати у вигляді:

$$P = P_0 + \frac{\nu_d RT}{V - \nu_k V_p}, \quad (\text{Д.4})$$

де V — кількість усієї суміші, ν_k — об'єм, що займає SF_6 за повної конденсації (у робочому діапазоні температур він майже постійний — його зміни багато менші за похибку приладу).

Побудувавши графік залежності P від $\frac{1}{V - V_K}$, з (Д.4) випливає, що вона буде лінійною, можна за кутовим коефіцієнтом k визначити кількість домішки:

$$\nu_d = \frac{k}{RT}. \quad (\text{Д.5})$$

6.2 Метод проведення експерименту

Плануючи експеримент, ми намагалися звести до мінімуму вплив процесів релаксації, внаслідок яких міг би виникнути аналогічний ефект. Нами була запропонована наступна схема експериментального визначення мінімального часу очікування (часу між зміною об'єму і вимірюванням параметрів системи). Було

помічено, що тиск за однакових значень об'єму при проходженні ізотерми "вгору" (тобто зі зменшенням об'єму) перевищує тиск, що реєструється при проходженні ізотерми "вниз" (тобто зі збільшенням об'єму). Цей ефект виникає внаслідок вимірювання нерівноважних значень параметрів системи, тобто виміри проводилися в момент, коли релаксаційний процес ще не завершився (саме такі міркування лягли в основу релаксаційної гіпотези. У результаті при проходженні ізотерми "вгору" реєструється тиск речовини, яка має більш високу температуру, ніж за проходження ізотерми "вниз". Збільшення часу очікування веде до зменшення різниці температур і, відповідно, до зменшення різниці тисків. Тому слід визначити час очікування, необхідний для встановлення тисків (при кожному значенні об'єму), різниця яких буде менша, ніж похибка манометра.

Пройшовши після цього деяку ізотерму в обох напрямках з необхідним часом очікування, ми для кожного значення об'єму отримаємо два значення тиску і зможемо стверджувати, що істине значення тиску лежить між ними (з похибкою, що не перевищує похибку приладу).

Додатково була зроблена теоретична оцінка часу очікування, виходячи з явища теплопровідності (Д.1), отримано результат: 2–3 хвилини.

Для визначення загальної кількості досліджуваної суміші скористаємося тим, що далеко від двофазної області поведінка газоподібної SF_6 досить добре описується рівнянням Клапейрона—Менделєєва:

$$P_{SF_6} V = \nu_{SF_6} RT.$$

За законом Дальтона маємо:

$$PV = (P_{SF_6} V + \Pi) RT = (\nu_{SF_6} + \nu_d) RT = \nu RT,$$

звідки

$$\nu = \frac{PV}{RT}. \quad (Д.6)$$

6.3 Експериментальні подробиці

Обладнання, що використовується в експерименті, складається з апарата для визначення критичної точки і термостата. Головною частиною апарата є товстостінна відкалібрована скляна трубка наповнена газоподібним гексафторидом сірки під тиском 5–8 атмосфер. Тиск всередині трубки регулюється підйомом ртутного стовпчика за допомогою шруби. Поточне значення тиску реєструється манометром (шкала 0–50 бар, похибка 0,25 бар). Поточне значення об'єму зчитується безпосередньо з відкаліброваної трубки за меніском ртутного стовпчика (шкала 0,2–4,0 мл, похибка 0,02 мл). Термостатування газу в трубці забезпечується водяною сорочкою, постійна температура якої підтримується термостатом. Температура у водяній сорчці вимірюється за допомогою термометра (шкала 10–50°C, похибка 0,1°C).

6.4 Обробка результатів вимірювання

1. Для визначення кількості усієї суміші була проведена серія вимірів за максимального об'єму (4 мл) і різних температур. За цими даними, згідно з формулою (Д.6), було знайдено ν для кожного випадку і усереднено (Табл. 1). Кінцевий результат:

$$\nu = 0,00144 \pm 0,00003 \text{ моль.}$$

2. У всьому діапазоні температур були проведені виміри повністю сконденсованого SF_6 . Встановлено, що вимірена величина практично не залежить від температури. Кінцевий результат:

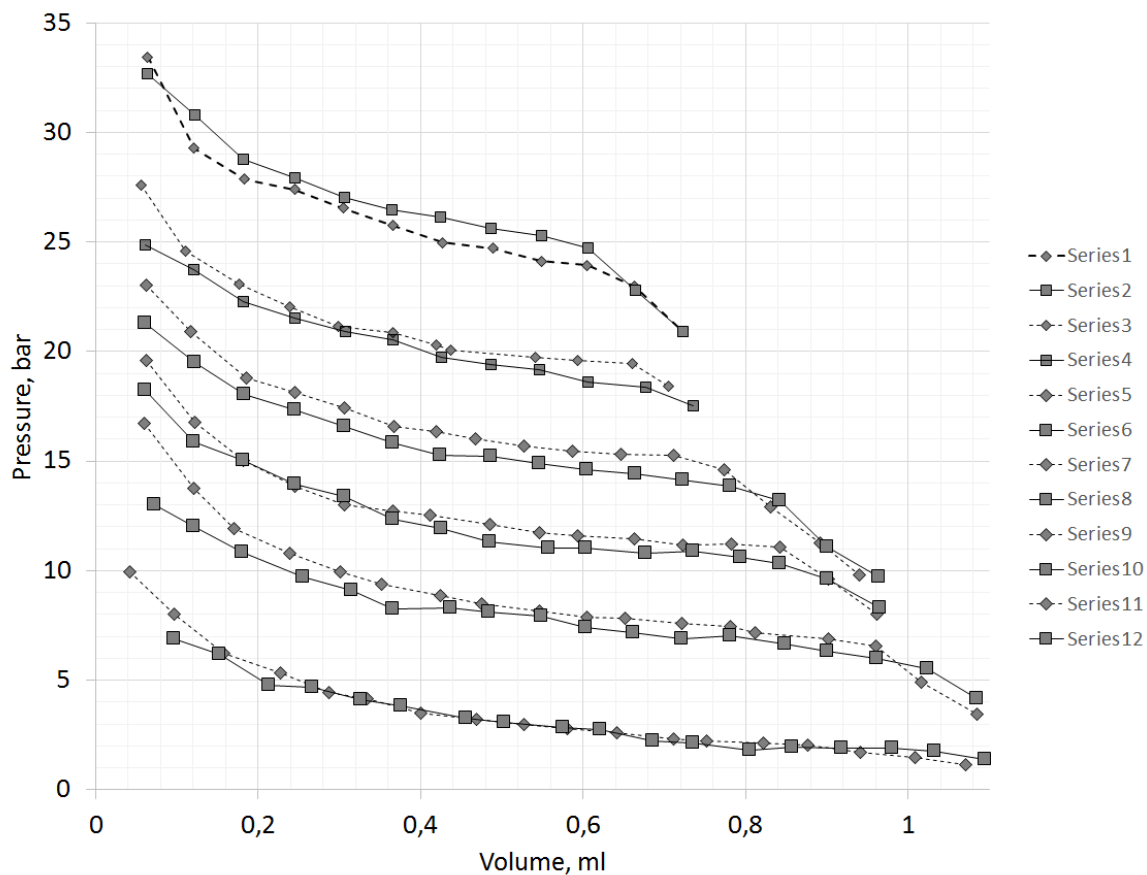
$$V_K = 0,175 \pm 0,025 \text{ мл.}$$

3. Були проведені виміри на чотирьох ізотермах з часом очікування 5, 4, 3 і 2 хв. Виявилось, що трьох хвилин достатньо (що узгоджується з теоретичною оцінкою). Наступні виміри велися саме з цим часовим інтервалом. Отримані ізотерми зображені на Рис. 2.

4. Для кожної ізотерми була побудована залежність P від $\frac{1}{Volume}$, де $Volume = V - V_K$. З Рис. 3 бачимо, що ця залежність, взагалі кажучи, нелінійна. Кут нахилу дотичної до отриманої кривої стає меншим зі збільшенням $\frac{1}{Volume}$, тобто зі зменшенням V . Кількість домішки пропорційна кутовому коефіцієнту, тобто зменшується із зменшенням V домішка розчиняється у рідкій фазі SF_6 !

При апроксимації ми не враховували точки, що відповідають, по-перше, станам з великою часткою розчиненої домішки (малі об'єми), по-друге, станам, коли була присутня лише газоподібна фаза SF_6 — ненасичена пара, тиск якої не описується рівнянням (Д.4).

За кожним кутовим коефіцієнтом апроксимуючої прямої k , згідно з формулою (Д.5), були знайдено значення ν_d і усереднені (Табл. 2).



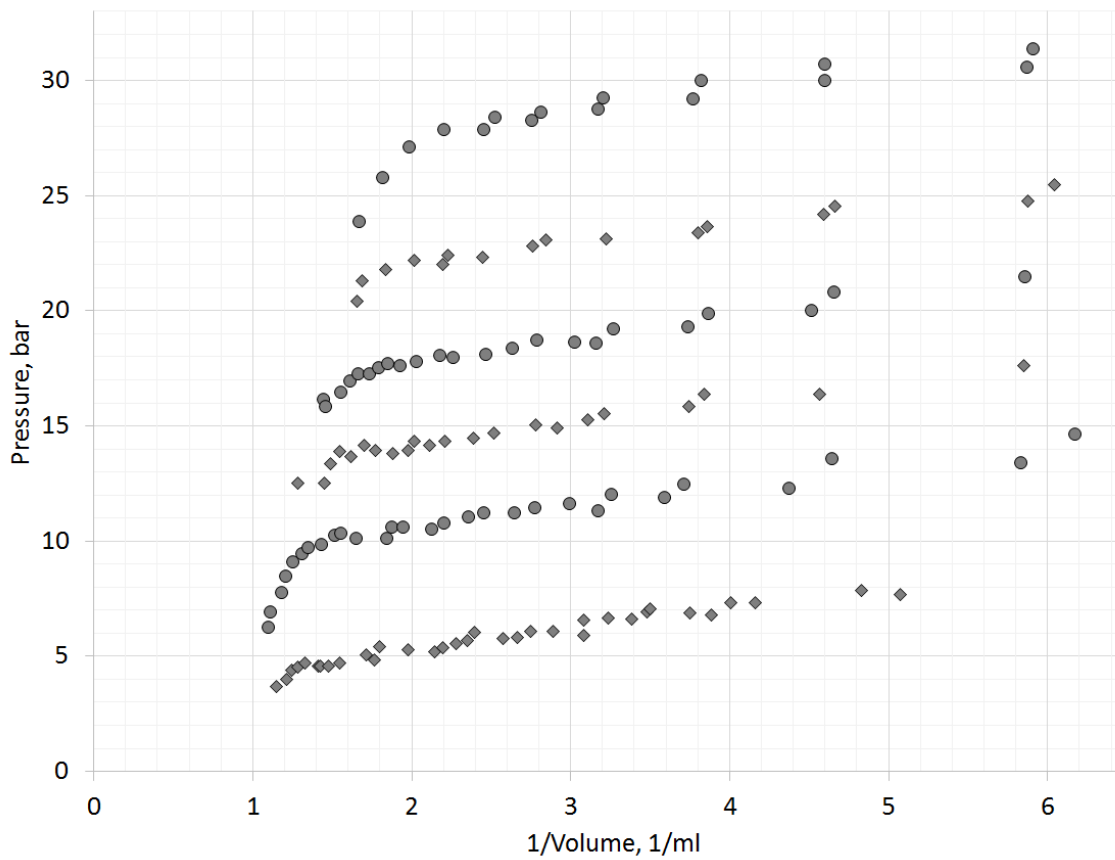


Табл. 2: Отримані дані

$T, ^\circ\text{C}$	k	ν_d , МОЛЬ	$\sigma\nu_d$, МОЛЬ	$\varepsilon\nu_d$, %
25,2	0,33	$1,3 \cdot 10^{-5}$	$4,7 \cdot 10^{-7}$	3,6
27,7	0,38	$1,5 \cdot 10^{-5}$	$8,4 \cdot 10^{-7}$	5,6
30	0,36	$1,4 \cdot 10^{-5}$	$6,4 \cdot 10^{-7}$	4,4
32	0,35	$1,4 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^{-6}$	7,9
34,8	0,33	$1,3 \cdot 10^{-5}$	$9,6 \cdot 10^{-7}$	7,4
37,1	0,37	$1,4 \cdot 10^{-5}$	$1,5 \cdot 10^{-6}$	10,5
Усереднені значення		$1,4 \cdot 10^{-5}$	$9,7 \cdot 10^{-6}$	7,0

Кінцевий результат:

$$\nu_d = (1,4 \pm 0,097) \cdot 10^5, \quad \frac{\nu_d}{\nu} = 0,97\%.$$

6.5 Висновки

У ході виконання цієї експериментальної роботи було встановлено, що домішкова гіпотеза повністю пояснює незвичайну поведінку SF_6 у двофазній області. Оцінка кількості домішки дала досить реальний результат. Однак також були виявлені деякі недоліки обраної нами моделі. Зокрема, припущена нами нерозчинність домішки в рідкій фазі SF_6 . У зв'язку з тим, що розчинення дійсно мало місце, наша оцінка дала дещо занижений результат, проте можна стверджувати, що істинне значення кількості домішки — величина того ж порядку, що й отримана нами.