



Частина I

Розділ 3

# Хвильова оптика

Лекції 6-8.

*Іванова В.В.*

ФТІ НТУУ “КПІ ім. І.Сікорського”

**3.1.Інтерференція**

**3.2. Дифракція**

**3.3. Поляризація**

## 3.1.Інтерференція

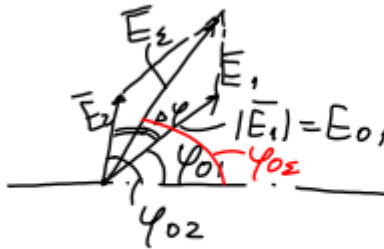
*Інтерференція –міра когерентності!*

*Фотон може інтерферувати лише сам із собою!*

1. Рівняння двопроменевої інтерференції
2. Методи отримання когерентних хвиль та основні інтерференційні схеми. Метод поділу фронту хвилі. Схема Юнга, дзеркало Ллойда, бідзеркало та біпризма Френеля, білінза Бійє.
3. Ширина інтерференційних смуг
4. Метод поділу амплітуди хвилі. Інтерференція в тонких плівках і пластинках. Смуги рівного нахилу і смуги рівної товщини
5. Кільця Ньютона
6. Часова когерентність. Квазімонохроматичне світло
7. Просторова когерентність. Допустимий розмір джерела випромінювання і радіус (діаметр) когерентності
8. Багатопроменева інтерференція. Інтерферометр Фабрі-Перо

# Інтерференція

## Векторний спосіб складання хвиль



$$E_1 = E_{01} \cos(\omega t - \varphi_{01})$$

$$E_2 = E_{02} \cos(\omega t - \varphi_{02})$$

$$E_\Sigma = E_{0\Sigma} \cos(\omega t - \varphi_{0\Sigma})$$

$$|\vec{E}_{0\Sigma}|^2 = E_{0\Sigma}^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}) \longrightarrow I_\Sigma = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\varphi$$

$$\tan \varphi_{0\Sigma} = \frac{E_{01} \sin \varphi_{01} + E_{02} \sin \varphi_{02}}{E_{01} \cos \varphi_{01} + E_{02} \cos \varphi_{02}}$$

$$\Delta\varphi = \vec{k}_1 \vec{r} - \vec{k}_2 \vec{r} + (\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$I_\Sigma = I_1 + I_2 \quad E_{01} = E_{02} \Rightarrow I_1 = I_2$$

$$I_\Sigma = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} = (E_{01} + E_{02})^2$$

$$I_\Sigma = (E_{01} - E_{02})^2 \quad \Delta\varphi = 2\pi m$$

$$\Delta\varphi = \pi(2m+1) \quad E_{01} - E_{02} = 0$$

# ОПТИКА Л.6-7. Інтерференція

ДЗ

складання хвиль у комплексному вигляді

$$|E_1|^2 = E_1 E_1^* = E_{01} \exp[-j(\omega t + \varphi_{01})] E_{01} \exp[j(\omega t + \varphi_{01})] = E_{01}^2; \quad |E_2|^2 = E_{02}^2;$$

$$E_1 E_2^* = E_{01} \exp[-j(\omega t + \varphi_{01})] E_{02} \exp[j(\omega t + \varphi_{02})] = E_{01} E_{02} \exp[j(\varphi_{02} - \varphi_{01})]; \quad E_1^* E_{02} = E_{01} E_{02} \exp[-j(\varphi_{02} - \varphi_{01})].$$

$$2\cos x = e^{jx} + e^{-jx}.$$

Тоді

$$E_1 E_2^* + E_1^* E_{02} = E_{01} E_{02} \{ \exp[j(\varphi_{02} - \varphi_{01})] + \exp[-j(\varphi_{02} - \varphi_{01})] \} = 2\cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}).$$

$$E_{0\Sigma}^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01} E_{02} \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}).$$

$$I_\Sigma = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}) \rangle,$$

Для когерентного випромінювання

$$\langle \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}) \rangle = \frac{1}{T_i} \int_0^{T_i} \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}) dt = \frac{1}{T_i} \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}) T_i.$$

Для некогерентного випромінювання

$$\langle \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}) \rangle = 0.$$

$$I_\Sigma = I_1 + I_2.$$

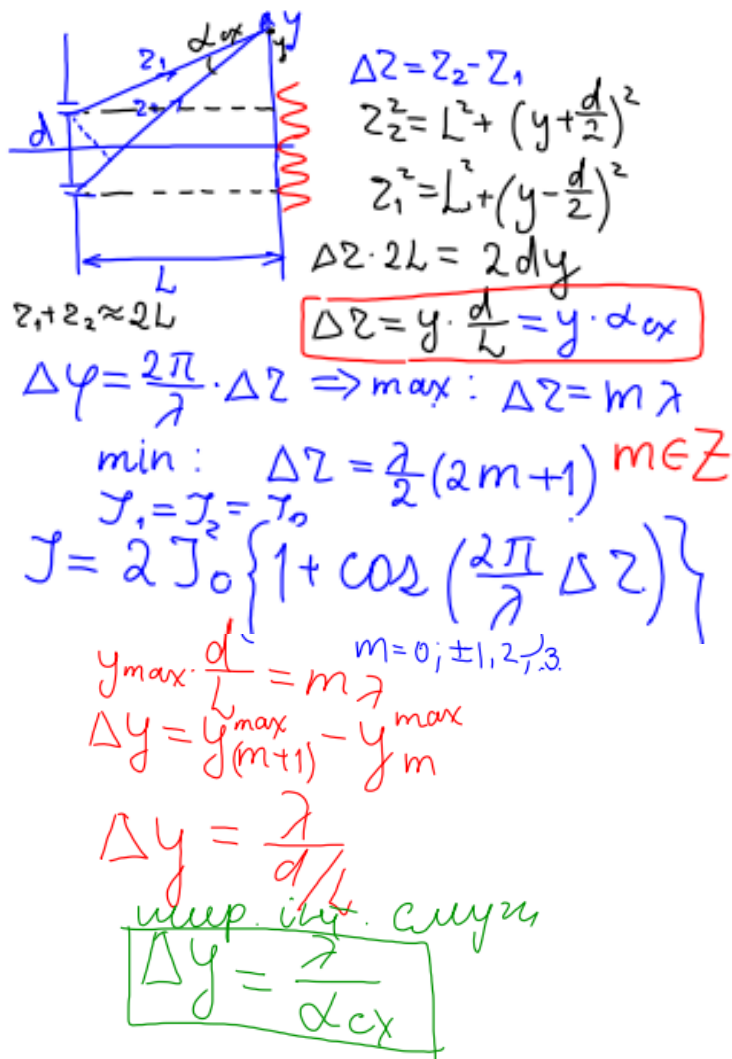
$$I_\Sigma = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\varphi,$$

Інтерференції двох лінійно поляризованих хвиль з перпендикулярними поляризаціями не буває!

# Інтерференція

## Метод поділу фронту хвилі

### Схема Юнга



$$J = J_1 + J_2 + 2\sqrt{J_1 J_2} \cos \delta$$

**Умова інтерференційних максимумів**

$$\delta = 2m\pi \quad \Rightarrow \quad J_{\text{max}} = J_1 + J_2 + 2\sqrt{J_1 J_2}$$

$$\Delta = m\lambda$$

**Умова інтерференційних мінімумів**

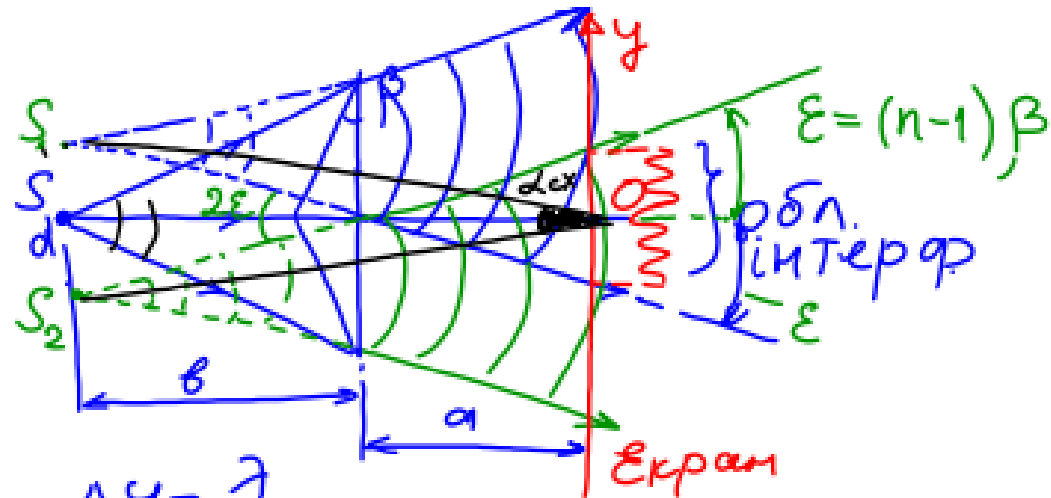
$$\delta = 2(m+1)\pi \quad \Rightarrow \quad J_{\text{min}} = J_1 + J_2 - 2\sqrt{J_1 J_2}$$

$$\Delta = (2m+1) \frac{\lambda}{2}$$

де  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  порядок інтерференції

# Інтерференція

Біпризма Френеля



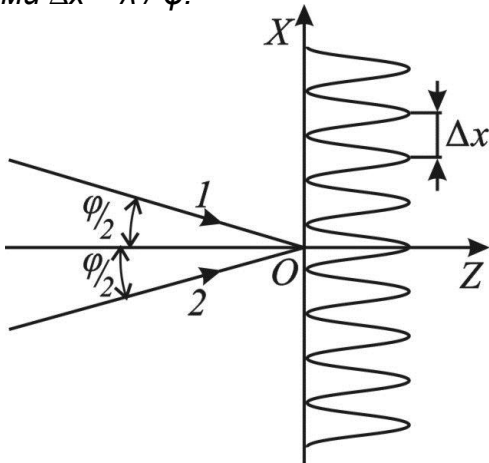
$$\Delta y = \frac{\lambda}{\alpha_{\text{ex}}}$$

$$\alpha_{\text{ex}} = \frac{d}{a+b} = \frac{2\varepsilon b}{a+b} = \frac{2(n-1)b\beta}{a+b}$$

$$\left[ \Delta y = \frac{\lambda(a+b)}{2b(n-1)\beta} \right]$$

# Інтерференція

**Приклад:** Показати, що при малих  $\varphi$  відстань  $\Delta x$  між сусідніми інтерференційними смугами  $\Delta x \approx \lambda / \varphi$ .



$$E_1 = E_{10} e^{i(\omega t - k_{1x}x + \delta_1)} = \hat{E}_{10} e^{-ik_{1x}x},$$

$$E_2 = E_{20} e^{i(\omega t - k_{2x}x + \delta_2)} = \hat{E}_{20} e^{-ik_{2x}x},$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}; k_{1x} = k \sin \varphi_1; k_{2x} = k \sin \varphi_2; \varphi_1 = -\varphi_2 = \varphi / 2$$

$$J(x) = \overline{(E_1 + E_2)(E_1^* + E_2^*)} = J_1 + J_2 + 2\overline{E_{10}E_{20}} \cos \Delta\varphi(x)$$

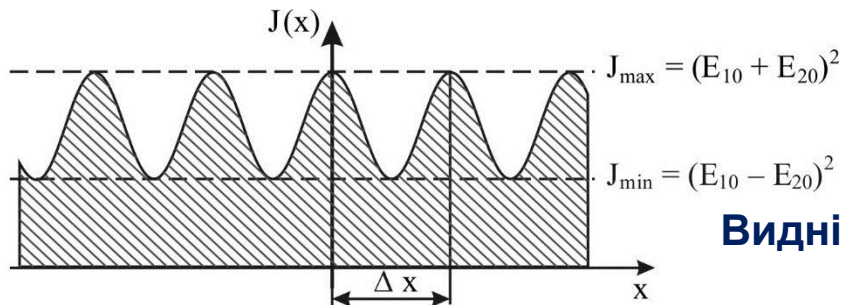
$$\Delta\varphi(x) = k(\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2)x = kx \cdot 2 \sin(\varphi / 2) \approx k\varphi x$$

$$J(x) \approx J_1 + J_2 + 2\overline{E_{10}E_{20}} \cos k\varphi x$$



Відстань між максимумами

$$k\varphi\Delta x = 2\pi \Rightarrow \Delta x \approx \frac{\lambda}{\varphi}$$



**Видність (контрастність) інтерференційної картини:**

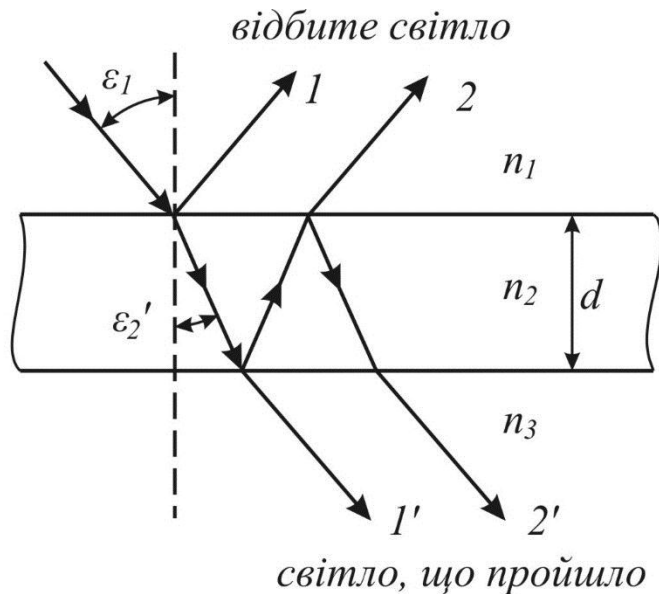
$$V = (I_{\text{макс}} - I_{\text{мін}}) / (I_{\text{макс}} + I_{\text{мін}}); 0 \leq V \leq 1,$$

де  $I_{\text{макс}}$ ,  $I_{\text{мін}}$  - інтенсивності світлих і темних смуг



# Інтерференція

*Метод поділу амплітуди хвилі*  
*Інтерференція в тонких плівках і пластинках*



$$\Delta_{21} = 2dn_2 \cos \varepsilon'_2 + p\lambda / 2 = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \varepsilon_1} + p\lambda / 2$$

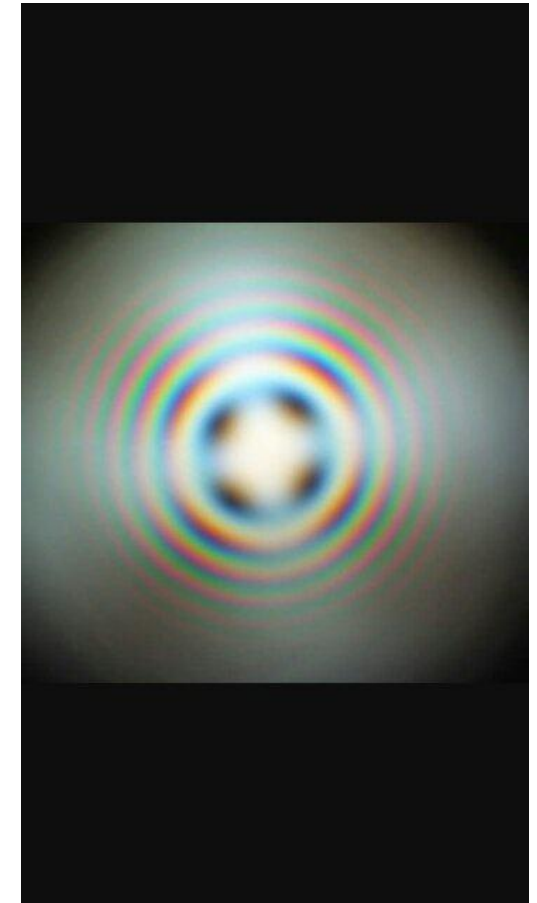
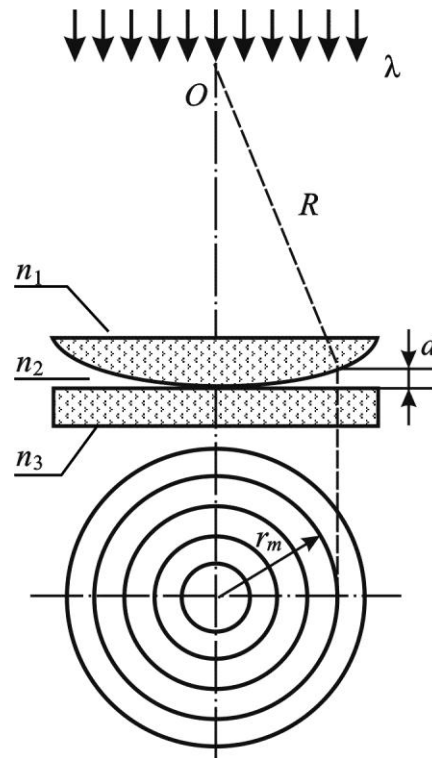
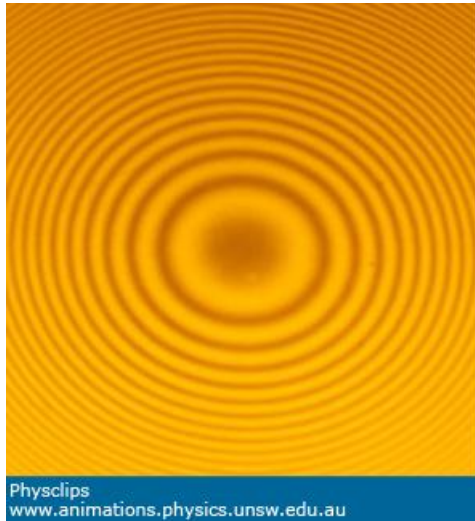
Параметр p	$n_1 < n_2 > n_3$	$n_1 > n_2 < n_3$	$n_1 < n_2 < n_3$	$n_1 > n_2 > n_3$
Відбите світло	-1	+1	0	0
Світло, що пройшло	0	0	+1	-1

Наприклад, для скла у повітрі  
**p = -1**, тоді

$$2nd \cos \varepsilon'_2 = \begin{cases} m\lambda & \text{min} \\ (m + 1/2)\lambda & \text{max} \end{cases}$$

# Інтерференція

## Кільця Ньютона



Радіуси темних кілець

$$r_m^T = \sqrt{\frac{R}{n_2}} m \lambda, \quad m = 0, 1, 2, 3.$$

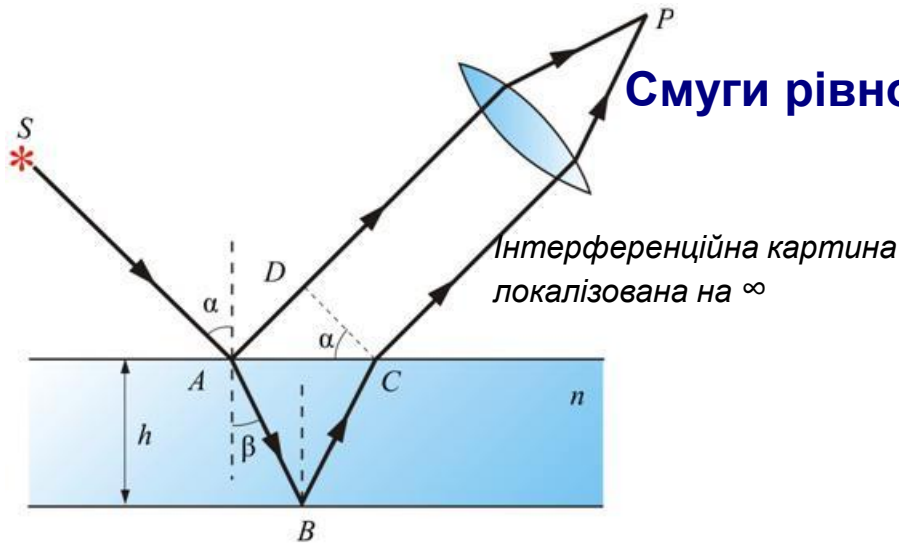
Радіуси світлих кілець

$$r_m^C = \sqrt{\frac{R}{n_2}} (2m-1) \frac{\lambda}{2}, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

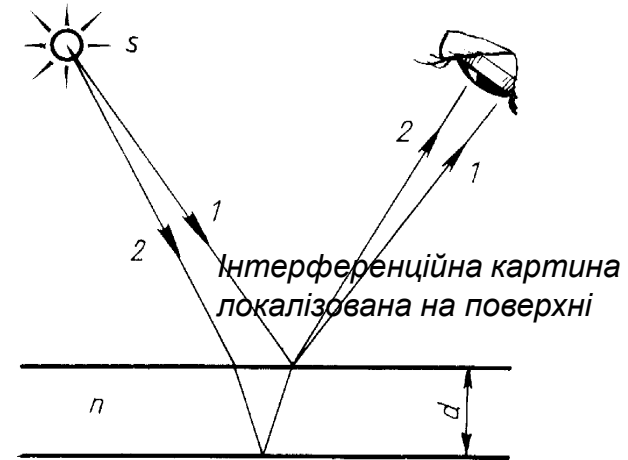
# Інтерференція

Сму́ги рівного нахилу і смуги рівної товщини

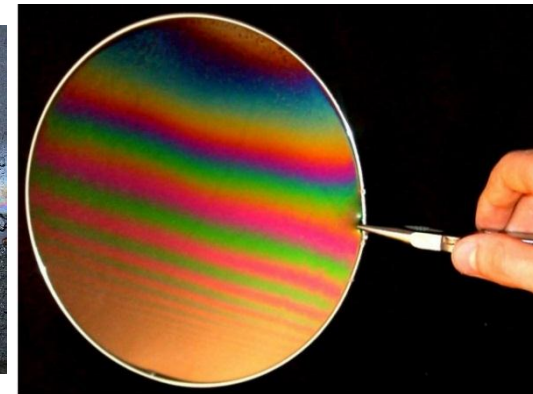
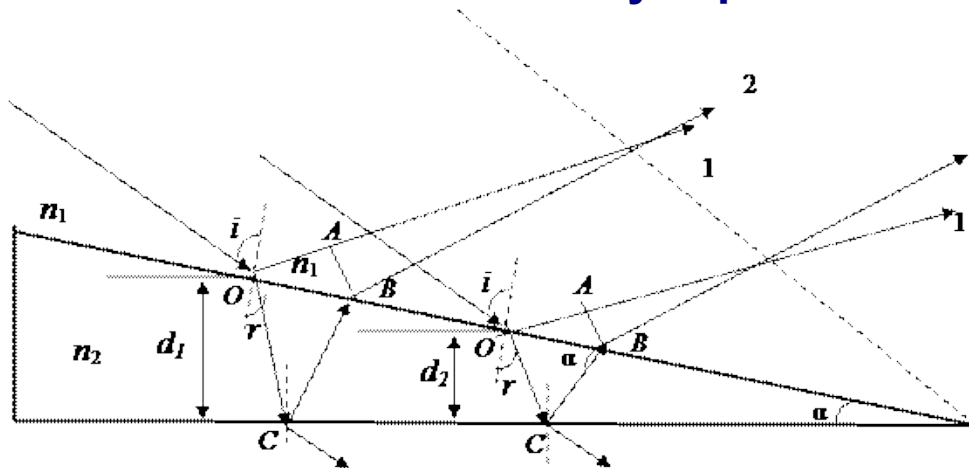
Локалізація інтерференційної картини



Сму́ги рівного нахилу



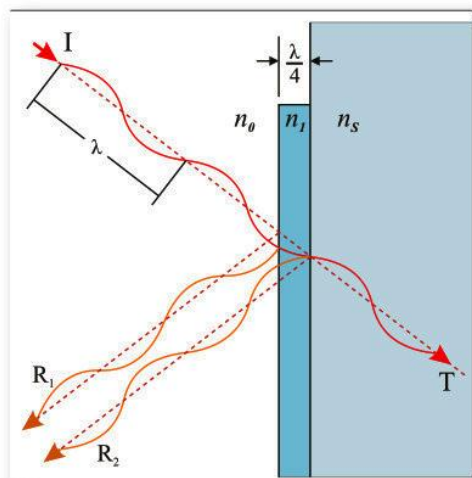
Сму́ги рівної товщини



При нормальному падінні інтерференційна картина локалізована на поверхні

# Інтерференція

## Просвітлення оптики

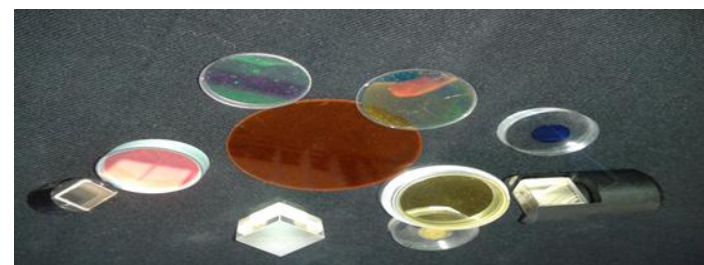


Показник заломлення й товщина  
інтерференційної плівки

$$n_2 = \sqrt{n_1 n_3} \quad d = \frac{2m+1}{n_2 \cos \varepsilon'_2} \frac{\bar{\lambda}}{4}, \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots$$



Віктор "DARTVENOM" Горелов



# Інтерференція

## Часткова когерентність

Поняття часової та просторової когерентності

**Причини порушення когерентності:**

- Немонохроматичність джерела світла

Гранична допустима  
немонохроматичність світла  
визначається спектральним інтервалом:

$$(\Delta \lambda)_{\max} = \lambda / m$$

Час когерентності  $\tau_{\text{ког}} = 1 / \Delta \nu$

Довжина когерентності  $l_{\text{ког}} = c \tau_{\text{ког}}$

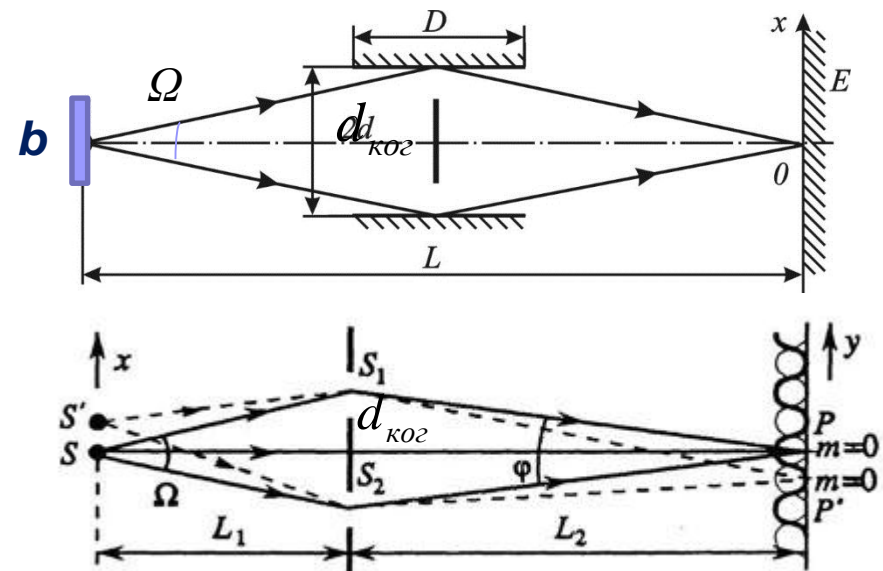
- Протяжність джерела світла

Умова зникнення інтерференційної картини  
для протяжного джерела, яке має розмір  $b$

$$b \cdot \sin \Omega \leq \lambda, \text{ де } \Omega - \text{апертура інтерференції}$$

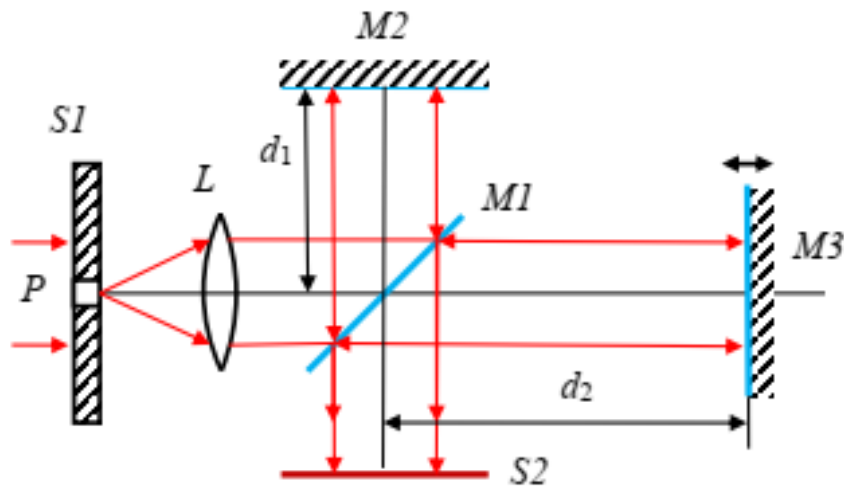
Діаметр когерентності  $d_{\text{ког}}$   $\Delta \psi \cdot d_{\text{ког}} \leq \lambda$

$\Delta \psi$  - кутовий розмір джерела  $b$  світла

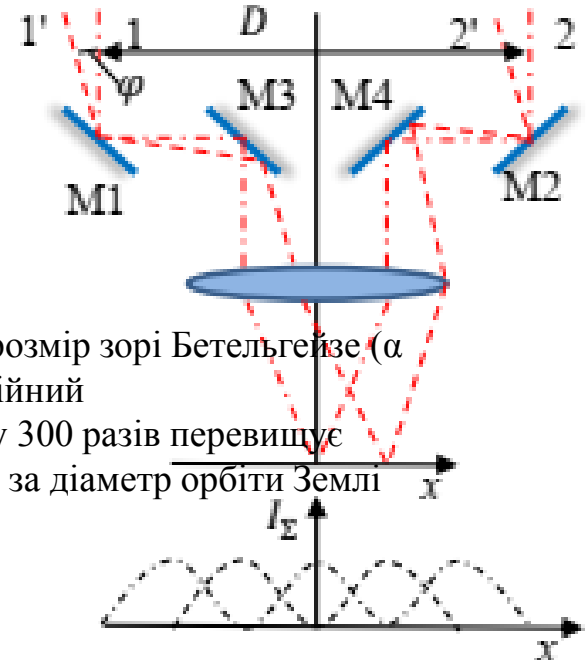




# ОПТИКА Л.6-7. Інтерференція ІНТЕРФЕРОМЕТРИ

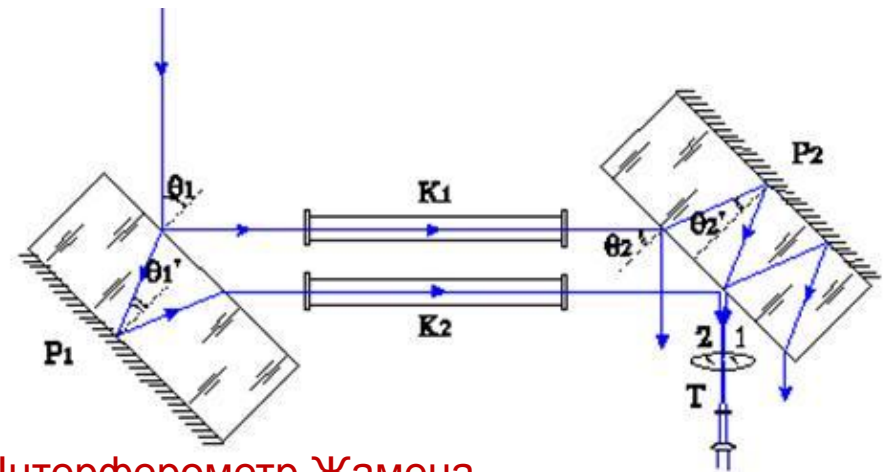


Інтерферометр Майкельсона



Виміряно кутовий розмір зорі Бетельгейзе ( $\alpha$  Оріона)  $0.047''$ . Лінійний діаметр  $4.1 \cdot 10^8$  км у 300 разів перевищує сонячний і більший за діаметр орбіти Землі

Зоряний інтерферометр Майкельсона

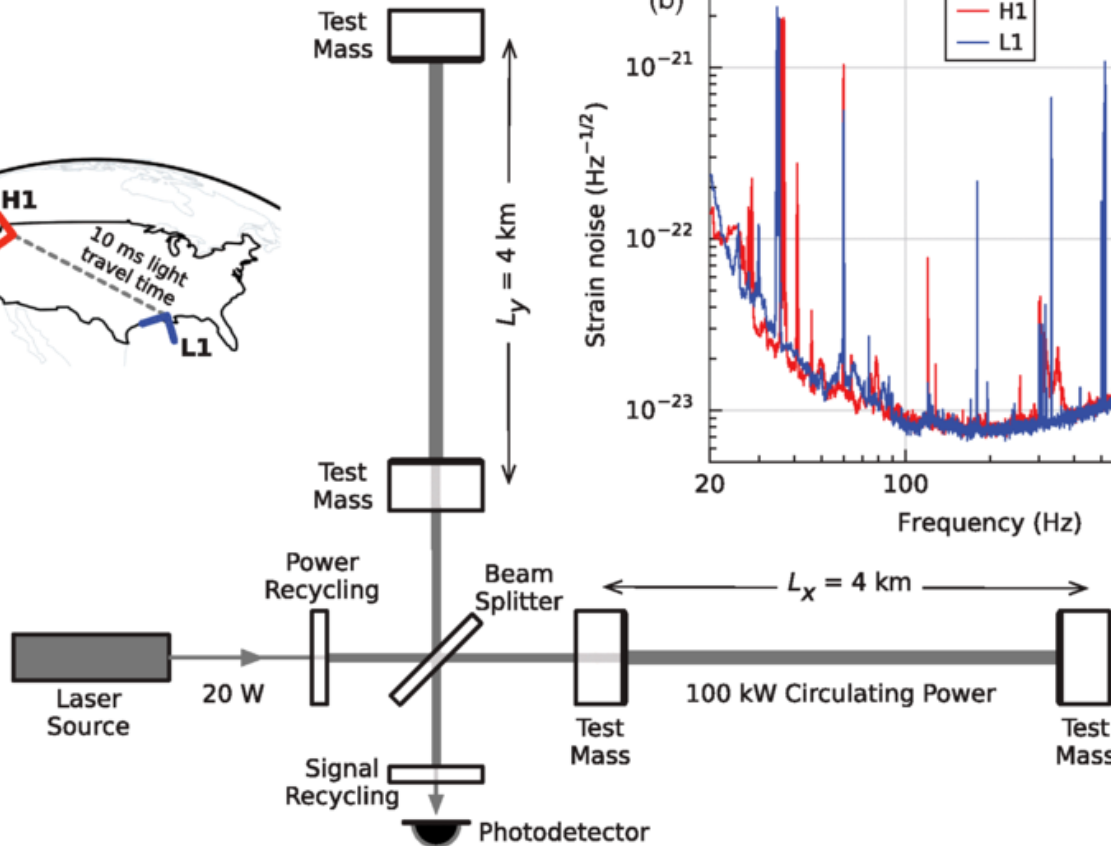
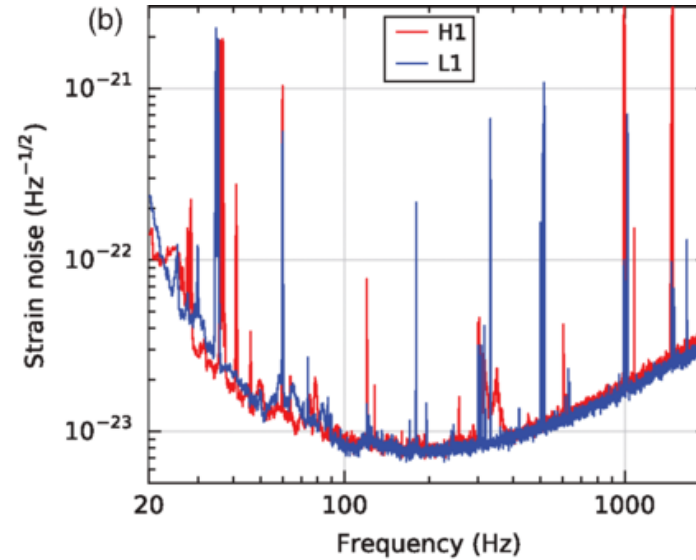
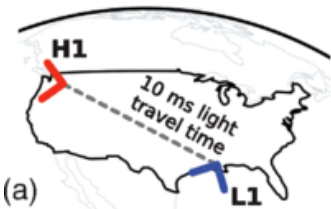


Інтерферометр Жамена

Схема інтерферометра Жамена (вид сверху)

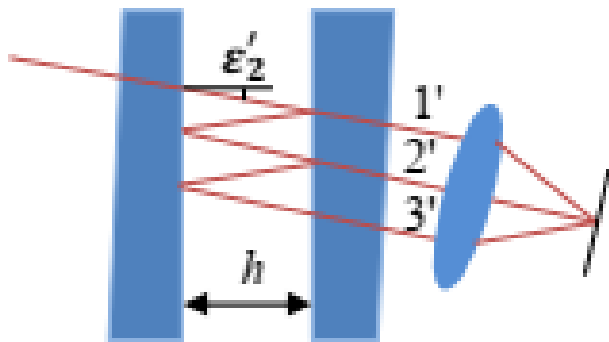
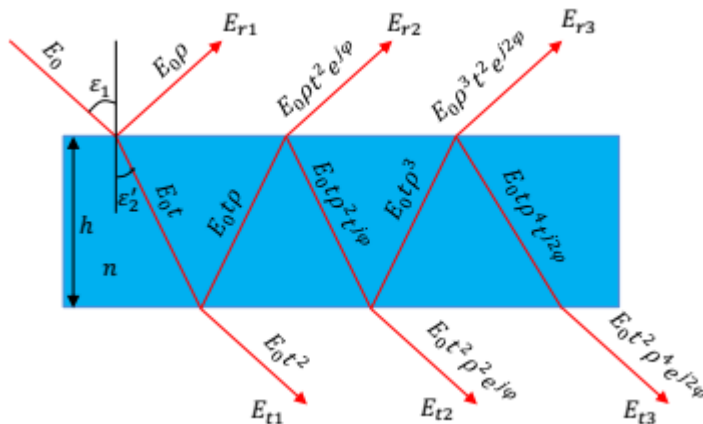
# Застосування інтерференції

# LIGO



# Інтерференція

## Багатопроміньова інтерференція



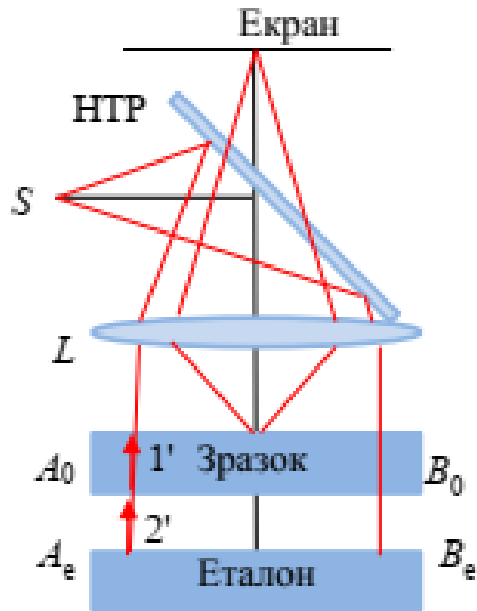
Інтерферометр Фабрі-Перо

$$J(\delta) = J_0 \frac{T^2}{(1-R)^2 + 4R \sin^2(\delta/2)}$$

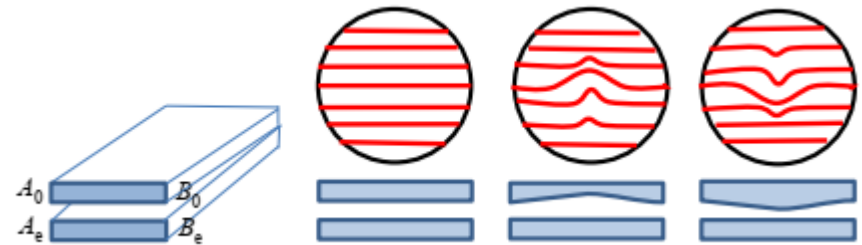


# Інтерференція

## Застосування інтерференції



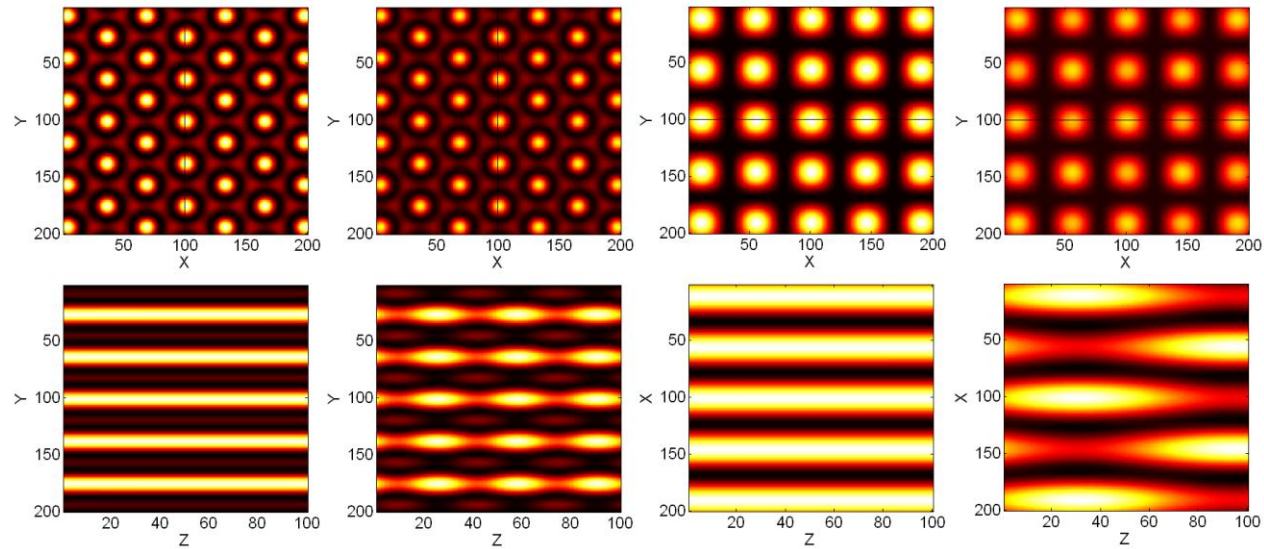
*Дослідження оптичних поверхонь*



*Дослідження дефектів плоскої поверхні*

# Інтерференція

## Застосування інтерференції



*Інтерференційні картини від багатьох джерел плоских хвиль  
для голографічного запису фотонних кристалів*

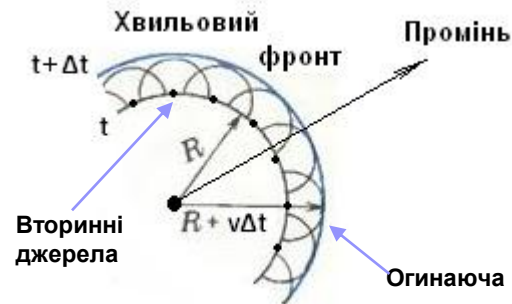
# Інтерференція

## Бліц - тест

1. Якій смузі в інтерференційній картині відповідає різниця ходу між променями  $\Delta = 17,5\lambda$ 
  - світлій
  - темній
2. Кільця Ньютона спостерігають у відбитому світлі. У скільки разів радіус 9-го темного кільця більший за радіус 4-го темного кільця?
  - в 2,2 рази
  - в 1,5 рази
3. Відстань між двома щілинами в інтерференцій схемі Юнга дорівнює **1 мм**, відстань від щілин до екрана **3 м**, довжина хвилі світла **0,5 мкм**. Чому дорівнює відстань між максимумами сусідніх інтерференційних смуг на екрані?
  - 1,5 мм
  - 1,5 см
  - 1 мм
4. Чому в попередній схемі дорівнює різниця ходу для інтерференційної смуги на екрані з координатою  **$y = 30$  см**?
  - 10 мкм
  - 0,1 мм
  - 1 мм

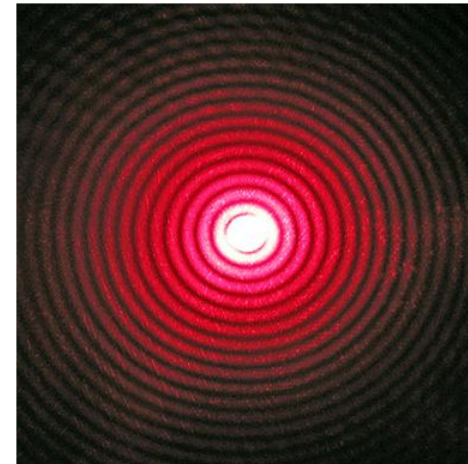
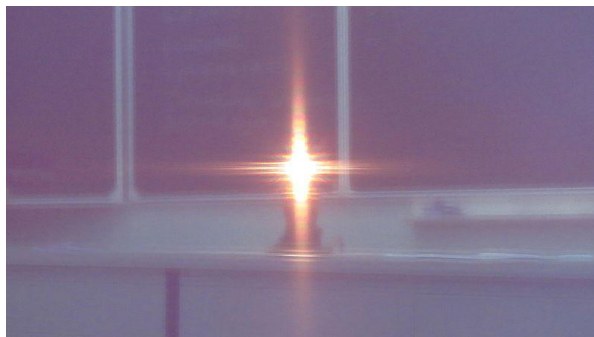
## 3.2. Дифракція

1. Принцип Гюйгенса-Френеля
2. Основне рівняння дифракції. Дифракція Френеля і Фраунгофера. Дифракційний критерій
3. Дифракція Френеля. Метод зон Френеля. Пляма Пуассона. Векторні діаграми Френеля
4. Дифракція Фраунгофера на прямокутній щілині
5. Дифракція Фраунгофера на круглому отворі. Диск Ейрі. Роздільна здатність оптичних систем, критерій Релея
6. Дифракційна ґратка
7. Спектральні властивості дифракційної ґратки



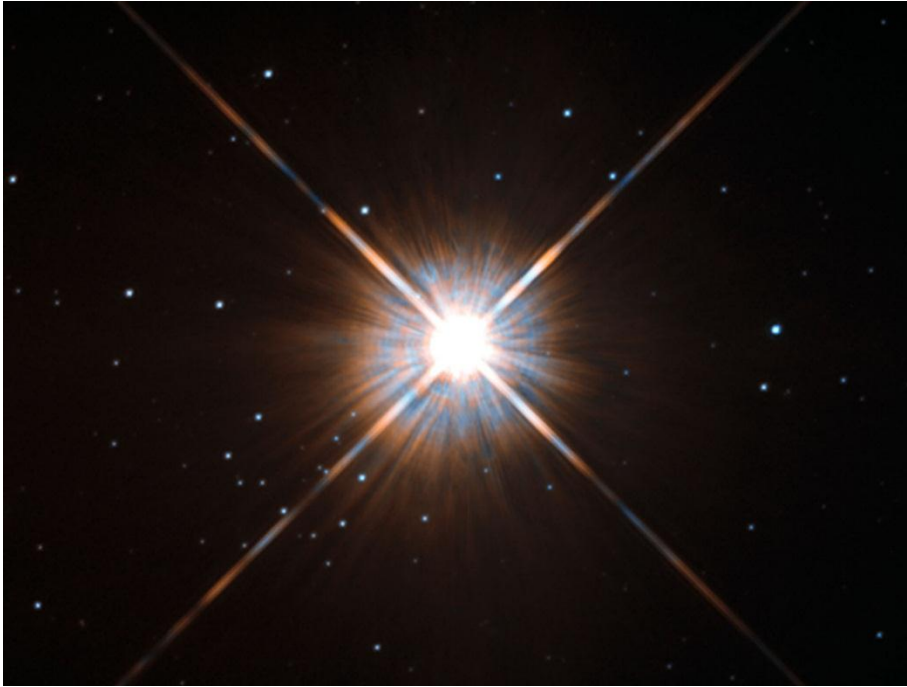
Принцип Гюйгенса

## 3.2. Дифракція

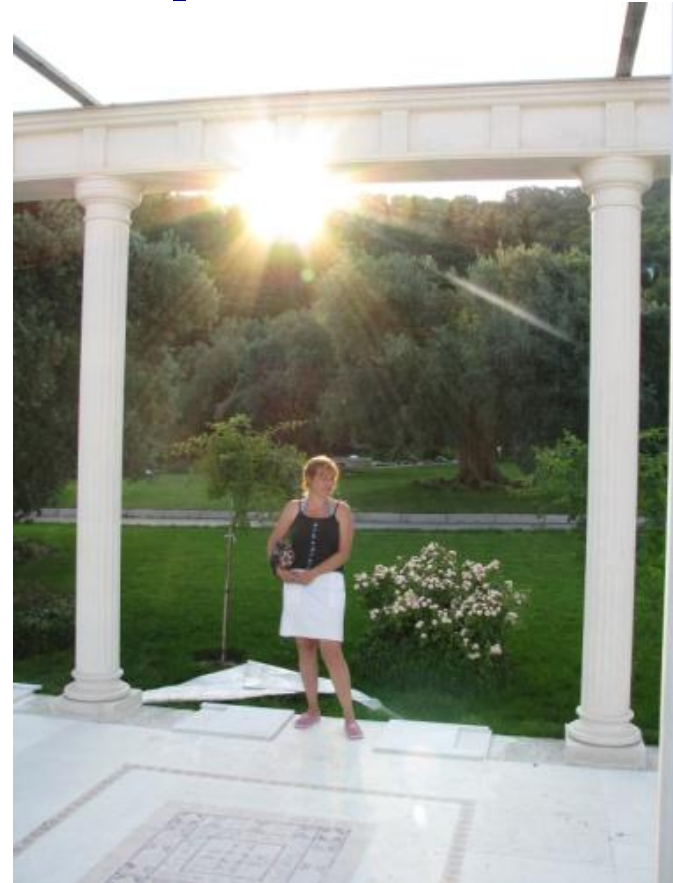


*Диск Ейрі*

## 3.2. Дифракція



*Дифракційне зображення зірок*



*Дифракція на отворах діафрагм фотоапаратів*

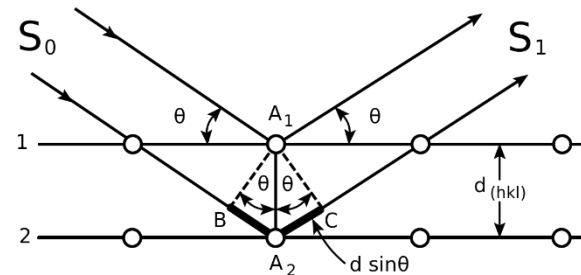
## 3.2. Дифракція

**Дифракція світла** - явище, яке спостерігається при поширенні світлової хвилі в місцях з різкими локальними амплітудними або фазовими неоднорідностями й пов'язане з **порушенням основних законів геометричних оптики**. Вона проявляється у вигляді дифракційної картини, що є **результатом інтерференції хвиль**, які дифрагували під різними кутами на границі неоднорідностей.

MiniFlex



Рентгенівський дифрактометр

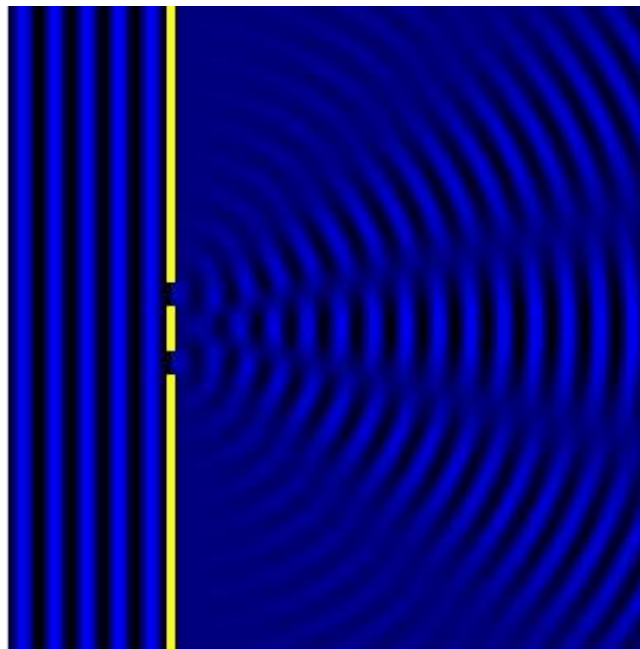
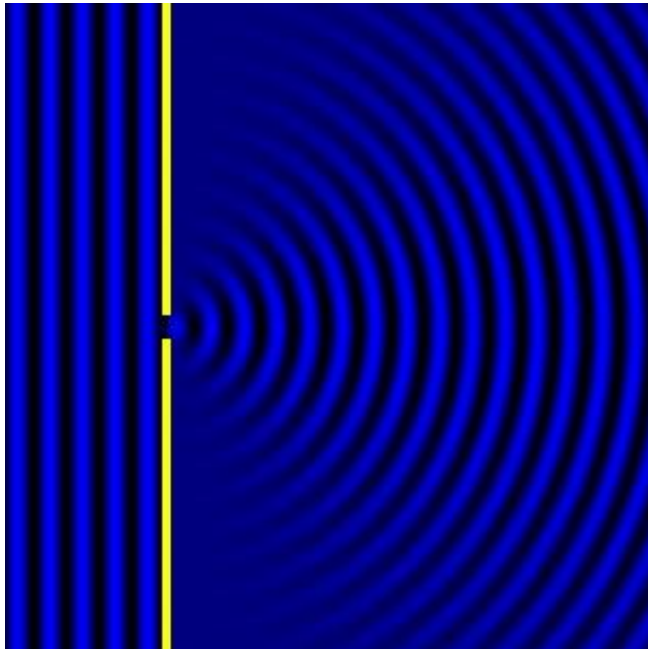
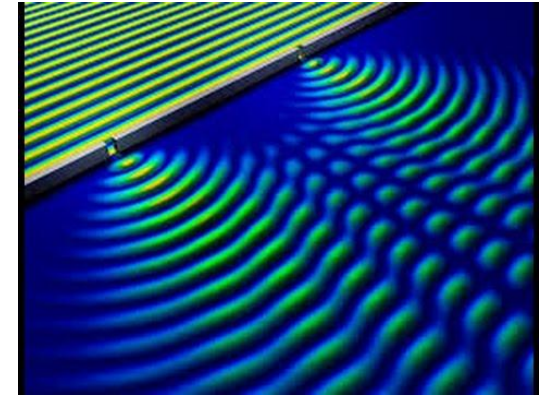




## 3.2. Дифракція

### Принцип Гюйгенса-Френеля

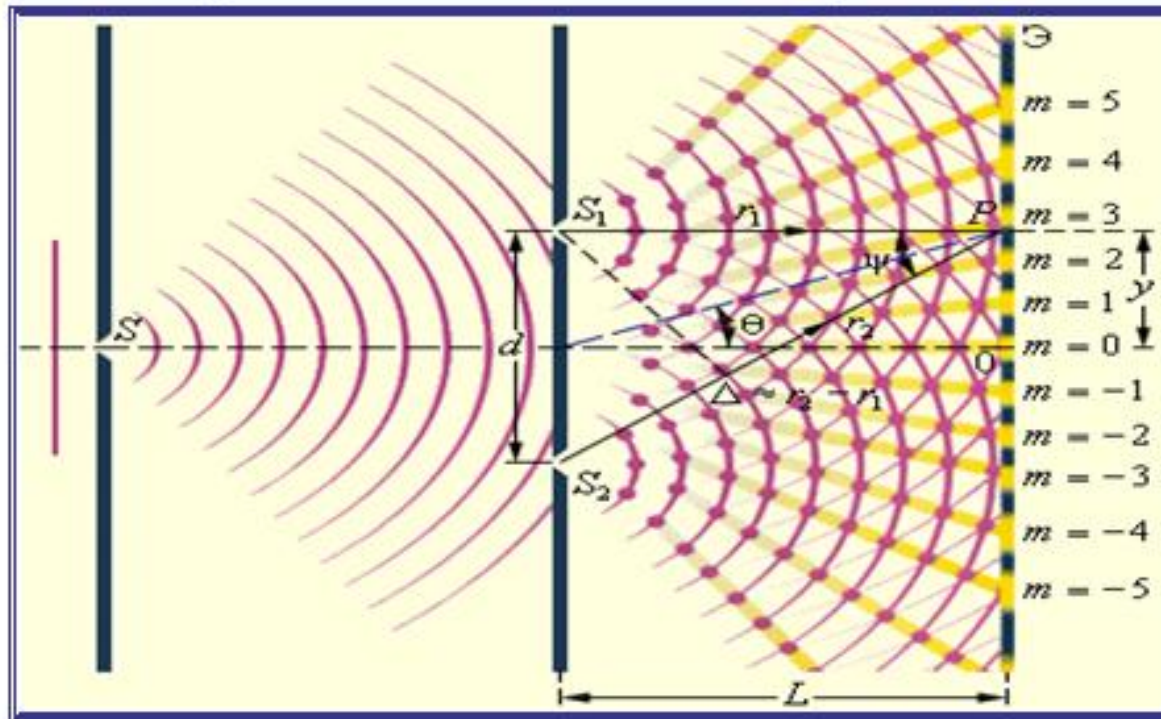
*Хвильова поверхня в будь-який момент часу є не просто огибаючою вторинних хвиль, а є результатом їх **інтерференції**. Джерелом когерентних вторинних хвиль є кожна точка поверхні, до якої дійшла первинна хвиля.*





## 3.2. Дифракція

### Принцип Гюйгенса - Френеля



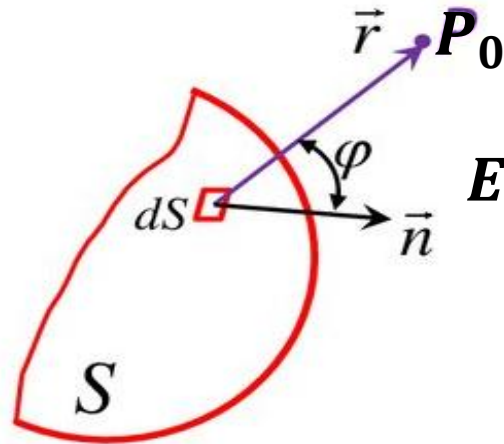
## 3.2. Дифракція

### Принцип Гюйгенса-Френеля

1. Джерело випромінює первинну хвилю.
2. Кожна точка на фронті первинної хвилі є джерелом взаємно когерентних вторинних хвиль. Їх амплітуда є добутком амплітуди первинної хвилі та коефіцієнта, що залежить від кута між первинною та вторинною хвилями.
3. Інтенсивність в точці спостереження є результатом інтерференції вторинних хвиль.
4. В інтерференції беруть участь ті хвилі, які досягли точки спостереження за законами геометричної оптики.

## 3.2. Дифракція

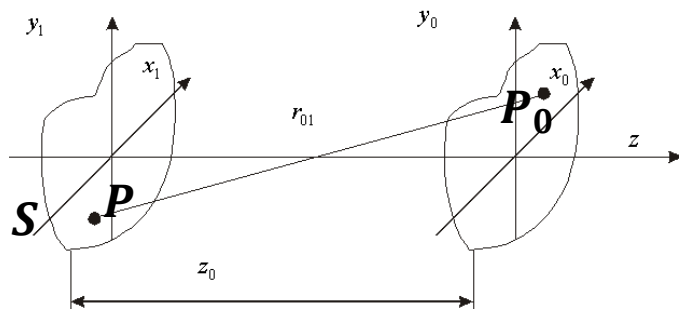
Основне рівняння дифракції



$$E(P_0) = \int_S K(\varphi) \frac{a_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_0) dS$$

Дуже складна задача

Результуюче коливання в точці  $P$  – результат суперпозиції коливань від всіх елементів  $dS$  поверхні  $S$



**Дифракція на плоскому екрані**  
(якщо  $r \gg \lambda$ )

$$E(P_0) = \frac{1}{i\lambda} \iint_S E(P) \frac{e^{ikr}}{r} \cos(\widehat{\vec{r} \vec{n}}) dS$$

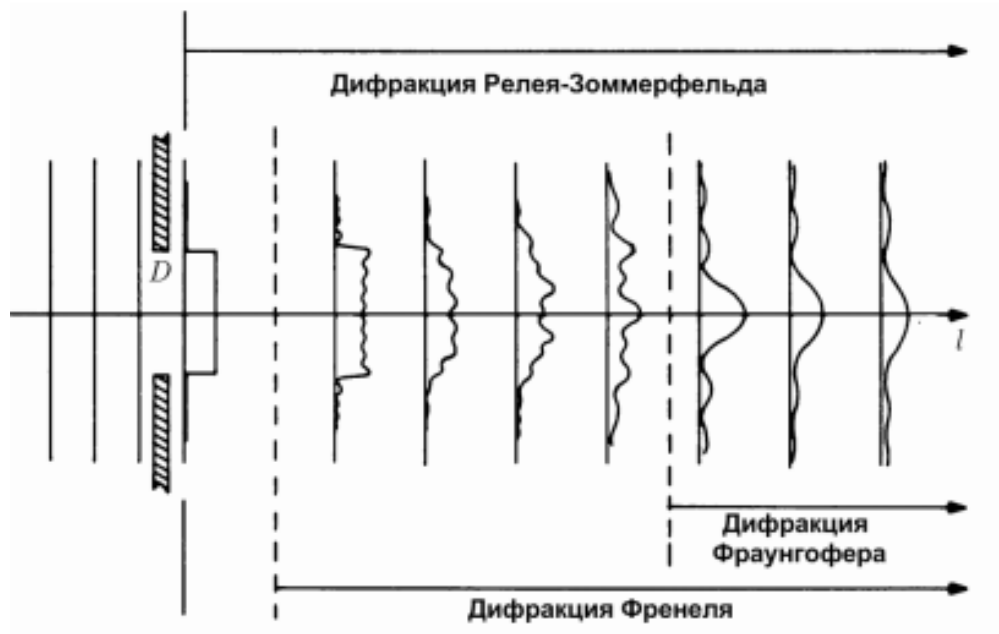


Формула дифракції Релея-Зоммерфельда

## 3.2. Дифракція

### Дифракція Френеля і Фраунгофера

1. Дифракція Френеля в променях, що сходяться (на незначних відстанях від джерела світла)
2. Дифракція Фраунгофера в паралельних променях (на великих відстанях від джерела світла)



## 3.2. Дифракція

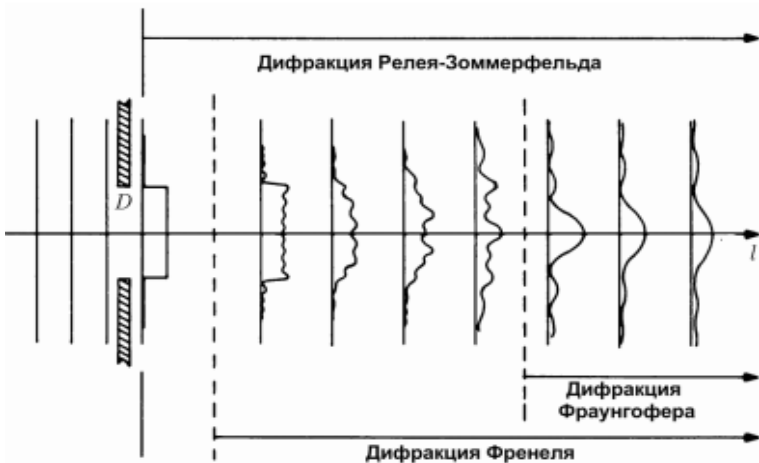
### Дифракція Френеля і Фраунгофера

Рівняння дифракції Френеля

$$E(x_0, y_0) = \frac{1}{i\lambda z} \exp(ikz) \iint_{-\infty}^{\infty} E(x, y) \exp\left\{i \frac{\pi}{\lambda z} [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]\right\} dx dy$$

Рівняння дифракції Фраунгофера

$$E(x_0, y_0) = \frac{1}{i\lambda z} \iint_{-\infty}^{\infty} E(x, y) \exp\left\{-i \frac{2\pi}{\lambda z} [xx_0 + yy_0]\right\} dx dy$$



Приклад:

для  $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$  і

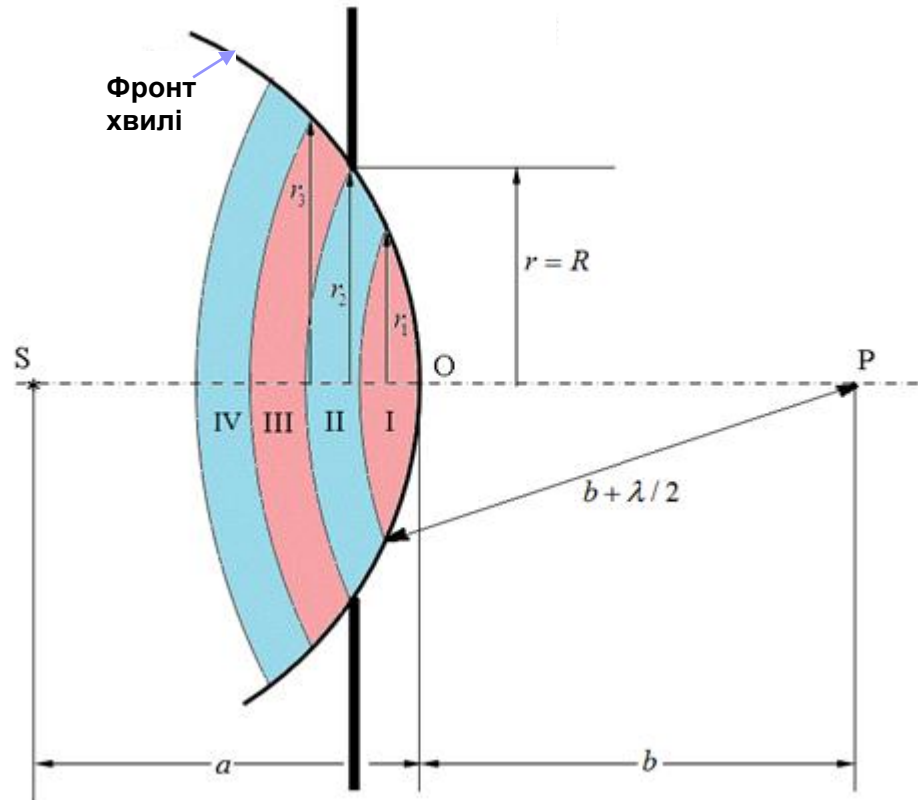
$\leq 1 \text{ см}$

Область дифракції Френеля:  $z \gg 40 \text{ см}$

Область дифракції Фраунгофера:  $z \gg 160 \text{ м}$

# Дифракція Френеля на круглому отворі

## Метод зон Френеля



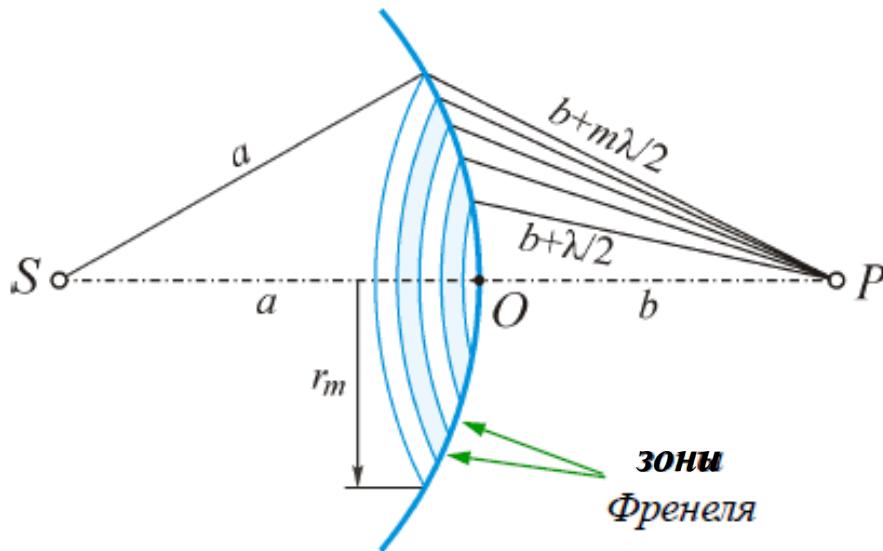
## 3.2. Дифракція

### Метод зон Френеля

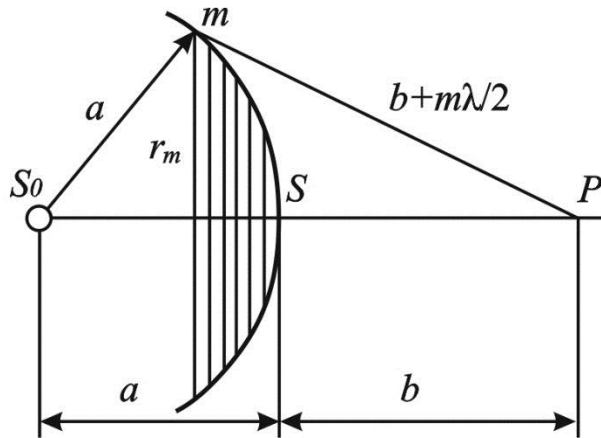
Метод зон Френеля дозволяє виразити амплітуду результуючого поля в довільній точці спостереження  $P$  знакозмінним рядом через амплітуди, створювані в цій точці окремими зонами, вирізаними у хвильовому фронті  $S$ , створеному точковим монохроматичним джерелом  $S_0$

$$E_0(P) = E_{01} - E_{02} + E_{03} - E_{04} + \dots \pm E_{0m} \mp \dots$$

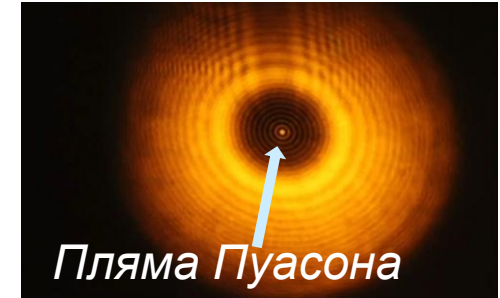
$E_{0m}$  - амплітуда  $m$ -ї зони, що **повільно спадає** зі збільшенням порядкового номера ( $m = 1, 2, 3, \dots$ ).



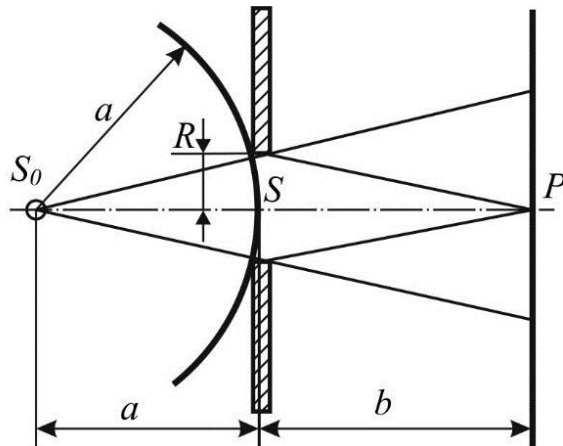
## 3.2. Дифракція Метод зон Френеля



$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} m\lambda$$

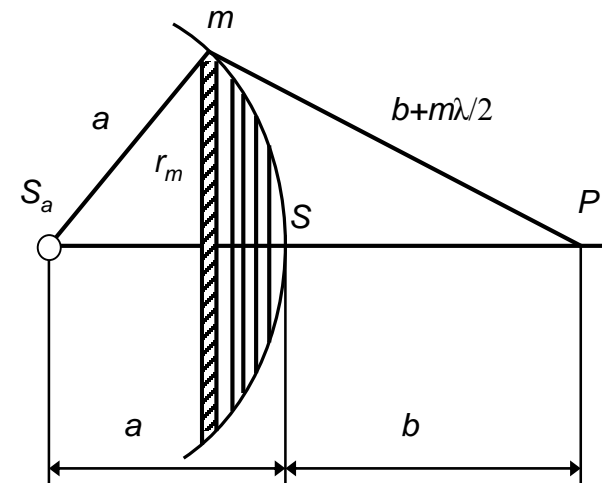


### Дифракція на круглому отворі і на непрозорому диску. Пляма Пуасона



$$E_0(P) = \frac{1}{2} (E_{01} \pm E_{0m})$$

$m$  - число зон Френеля,  
відкритих отвором



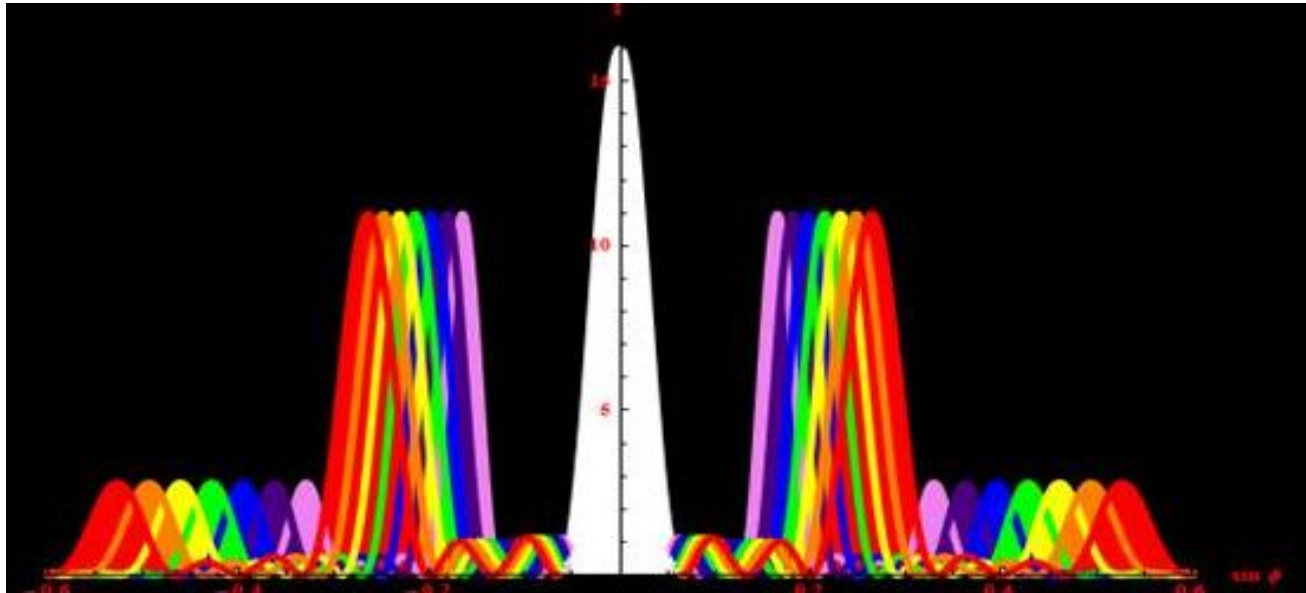
$$E_0(P) = \frac{1}{2} E_{0,m+1}$$

$m$  - число зон Френеля,  
закритих диском



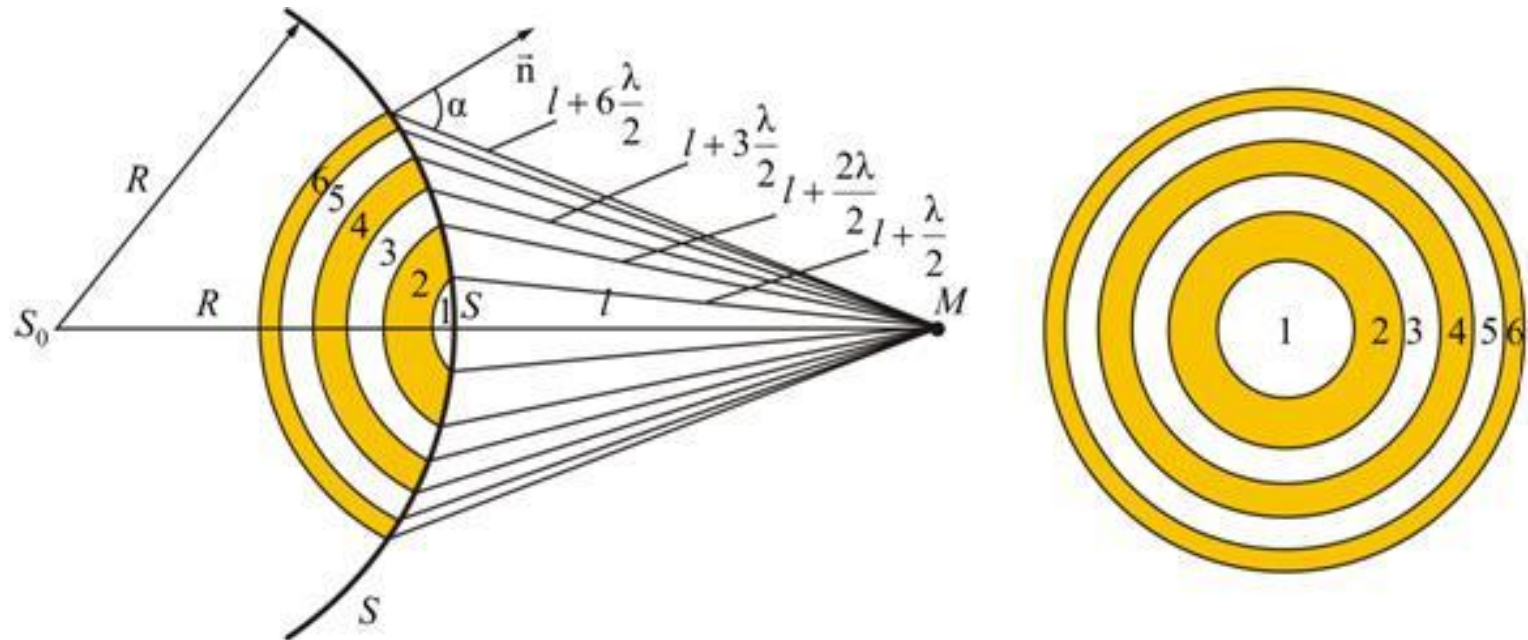
## 3.2. Дифракція

### Пляма Пуасона



## 3.2. Дифракція

### Метод зон Френеля

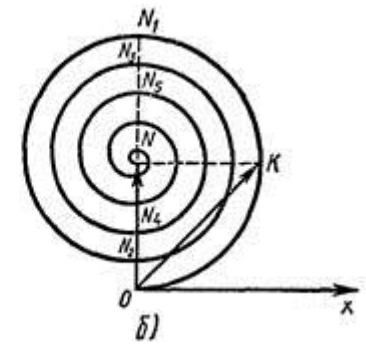
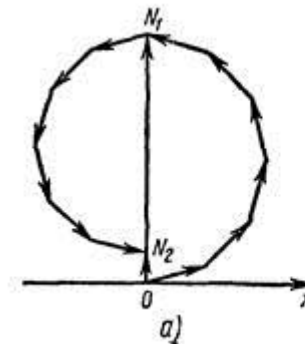
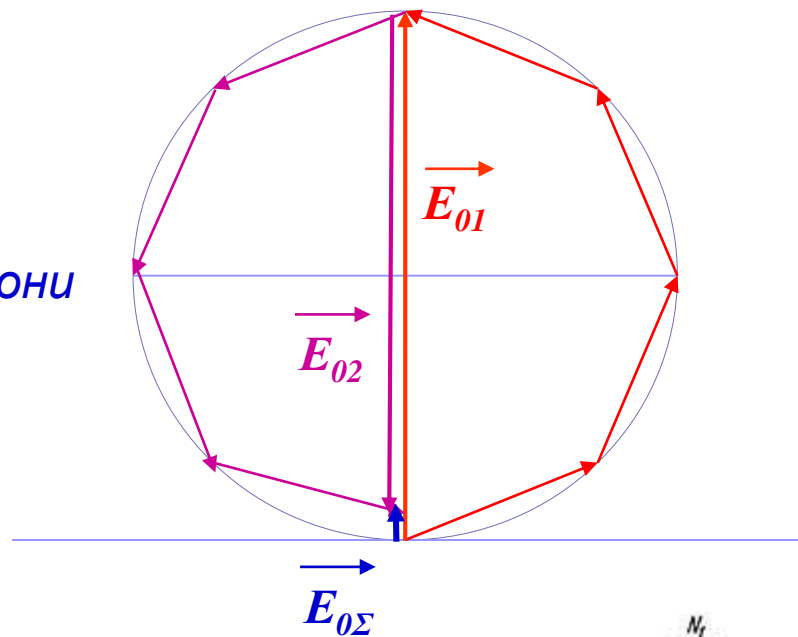


# 3.2. Дифракція

## Векторні діаграми Френеля

*Розбиваємо зону на підзони*

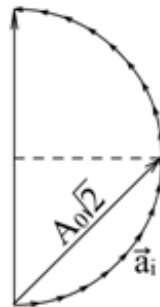
*Відкрито дві перші зони*



# 3.2. Дифракція

## Векторні діаграми Френеля

а) I зона Френеля открыта



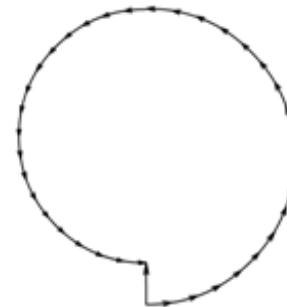
$$\vec{A}_{\text{рез}} = \vec{A}_1; A_1 = 2A_0; I = 4I_0$$

б) II зона Френеля открыта



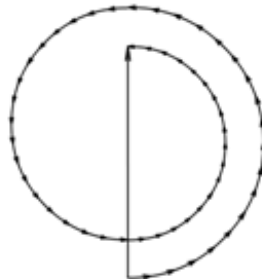
$$\vec{A}_{\text{рез}} = \vec{A}_2; A_2 \approx 2A_0; I \approx 4I_0$$

в) I и II зоны Френеля открыты



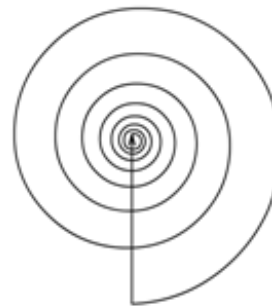
$$\vec{A}_{\text{рез}} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2; A_{\text{рез}} \approx 0; I \approx 0$$

г) I, II и III зоны Френеля открыты



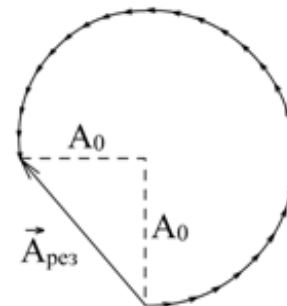
$$\vec{A}_{\text{рез}} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 + \vec{A}_3; A_{\text{рез}} \approx A_1; I \approx 4I_0$$

д) Полностью открытый фронт



$$\vec{A}_{\text{рез}} = \vec{A}_0; I = I_0$$

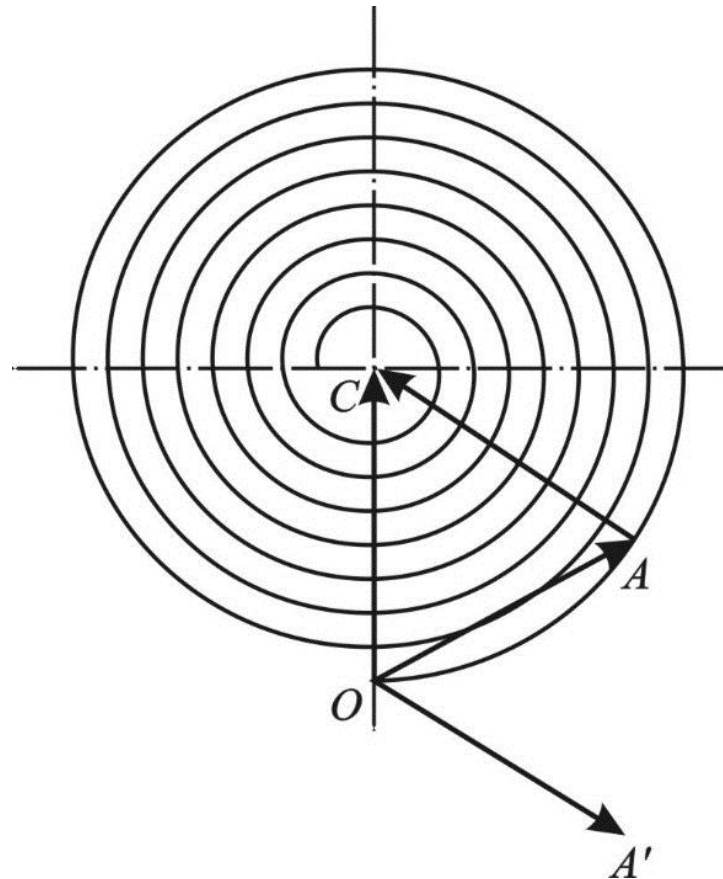
е) открыты полторы зоны Френеля



$$A_{\text{рез}} = A_0\sqrt{2}; I = 2I_0$$

## 3.2. Дифракція

### Векторні діаграми Френеля



## 3.2. Дифракція

### Зонна пластинка Френеля

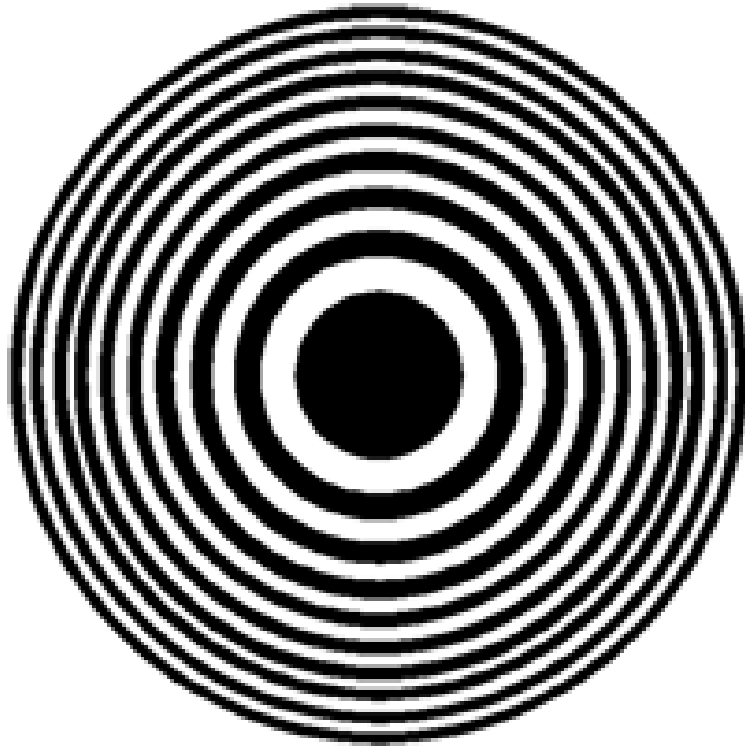


Figure 4: Fresnel zone plate

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda}$$

$$f_m = \frac{r_m^2}{m \lambda}$$

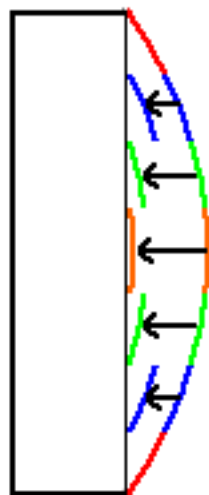
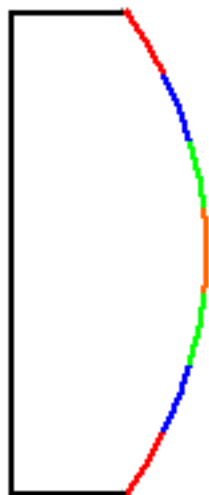
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

## 3.2. Дифракція

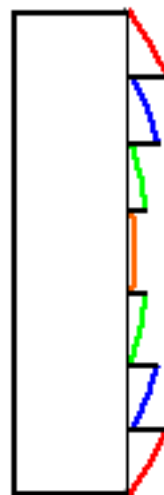
### Conceptual Development of the Fresnel Lens



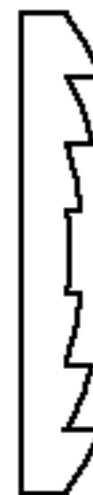
Cross-section of a plano-convex lens, flat on one side, convex on the other



Break the curved surface into segments and slide them to the left, in line with each other

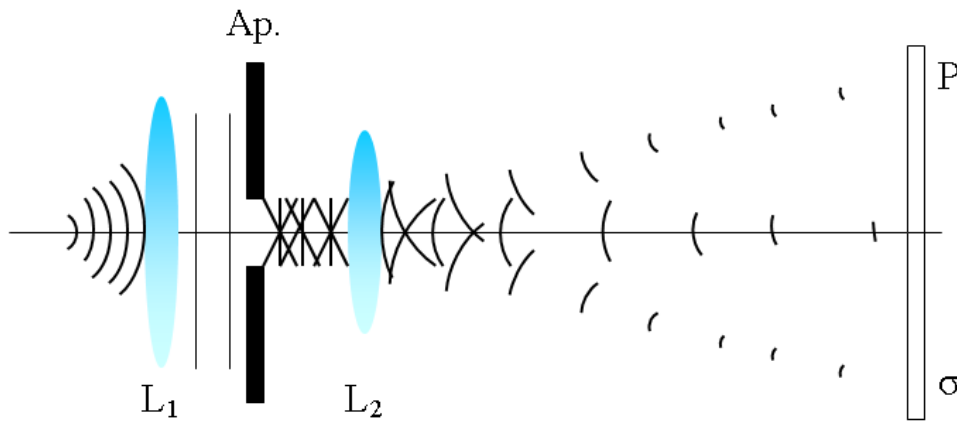


If molded in flexible plastic, the lens can be quite thin without danger of breaking



## 3.2. Дифракція

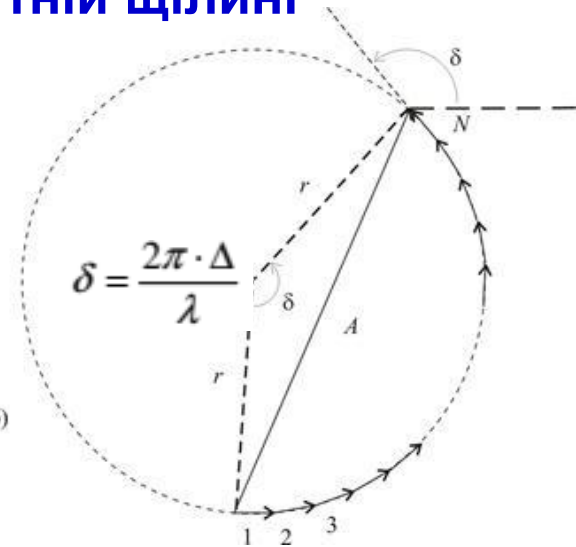
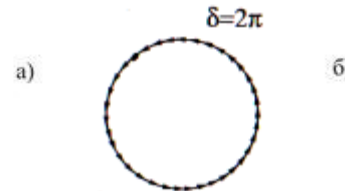
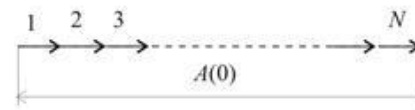
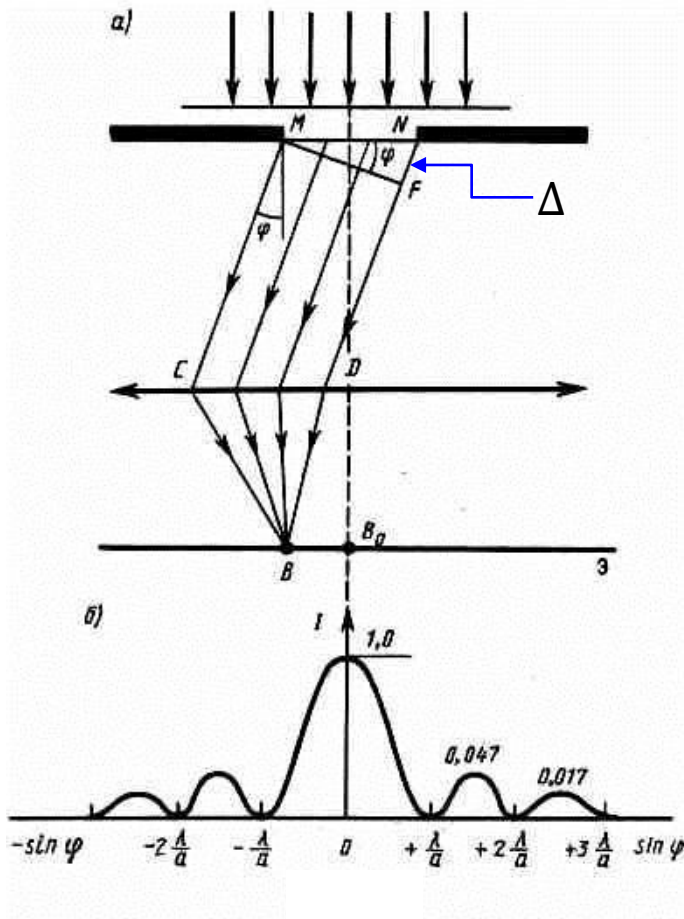
### Дифракція Фраунгофера на прямокутній щілині





# 3.2. Дифракція

## Дифракція Фраунгофера на прямокутній щілині



$$A_{\varphi}^{(1)} = A_0^{(1)} \frac{\sin(\delta/2)}{\delta/2}$$

$$u = \frac{\delta}{2}$$

$$I = I_0 \left( \frac{\sin u}{u} \right)^2$$

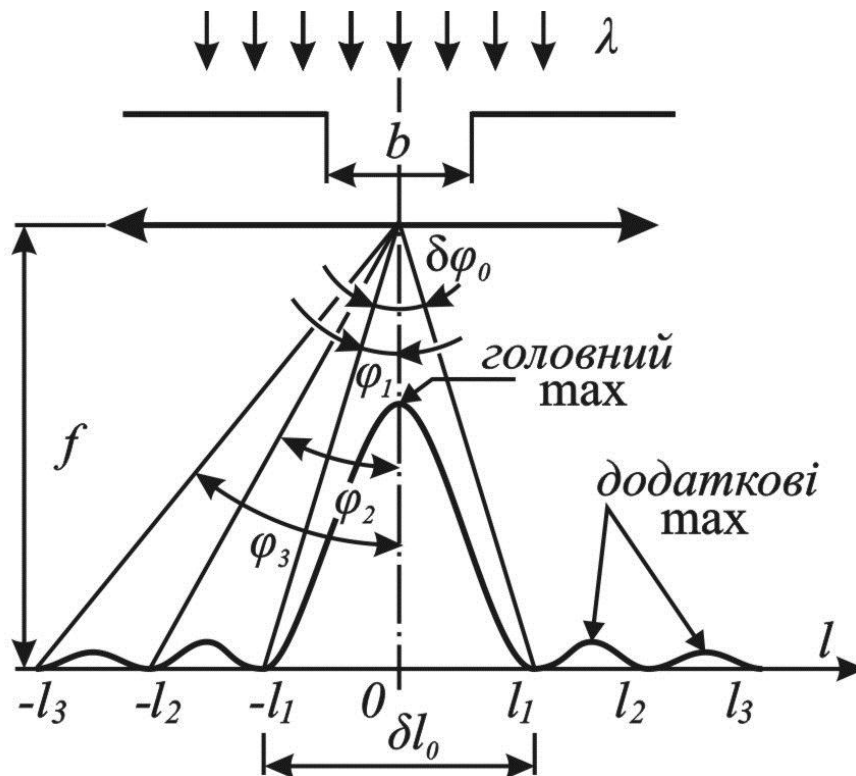
$$u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$$

Умова мінімуму

$$b \sin \varphi_{min} = \pm m \lambda$$

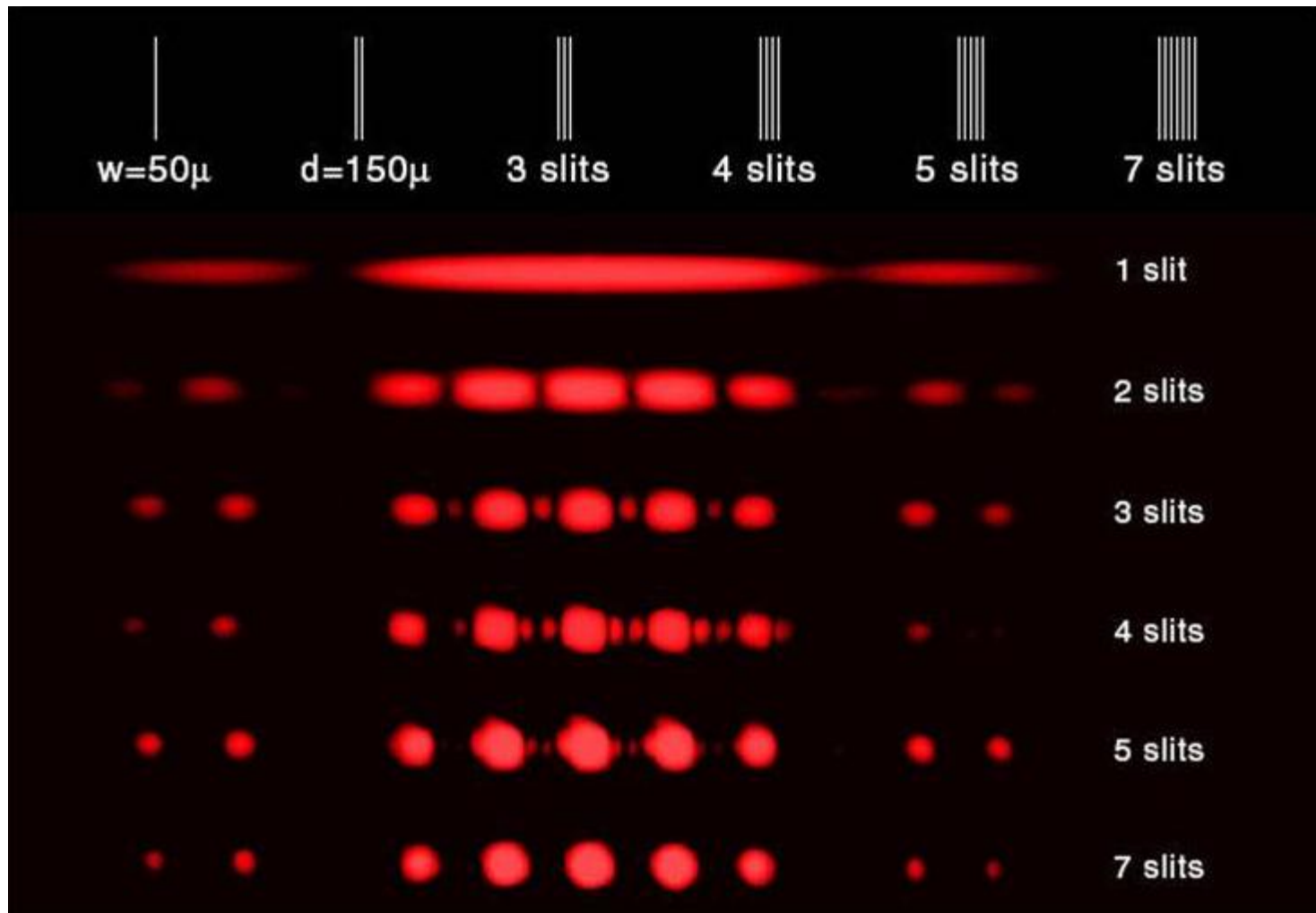
## 3.2. Дифракція

### Дифракція Фраунгофера на прямокутній щілині



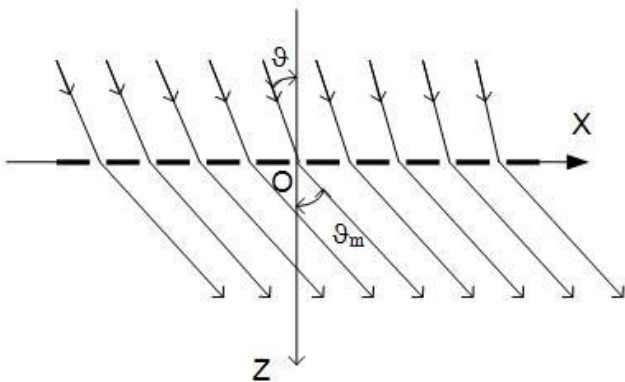
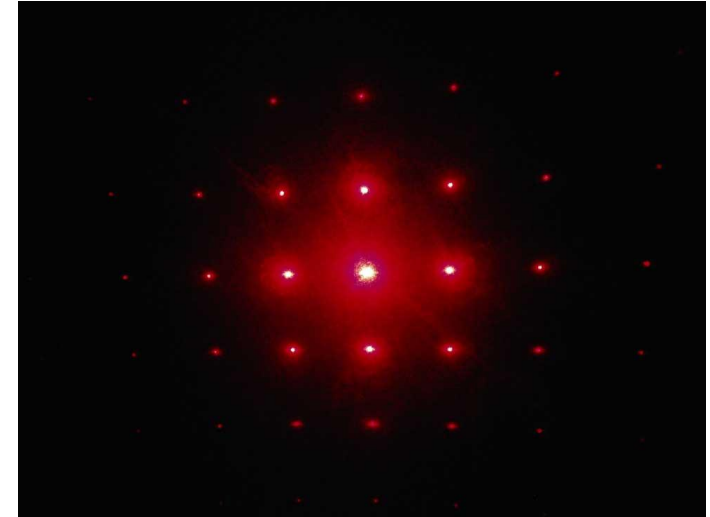
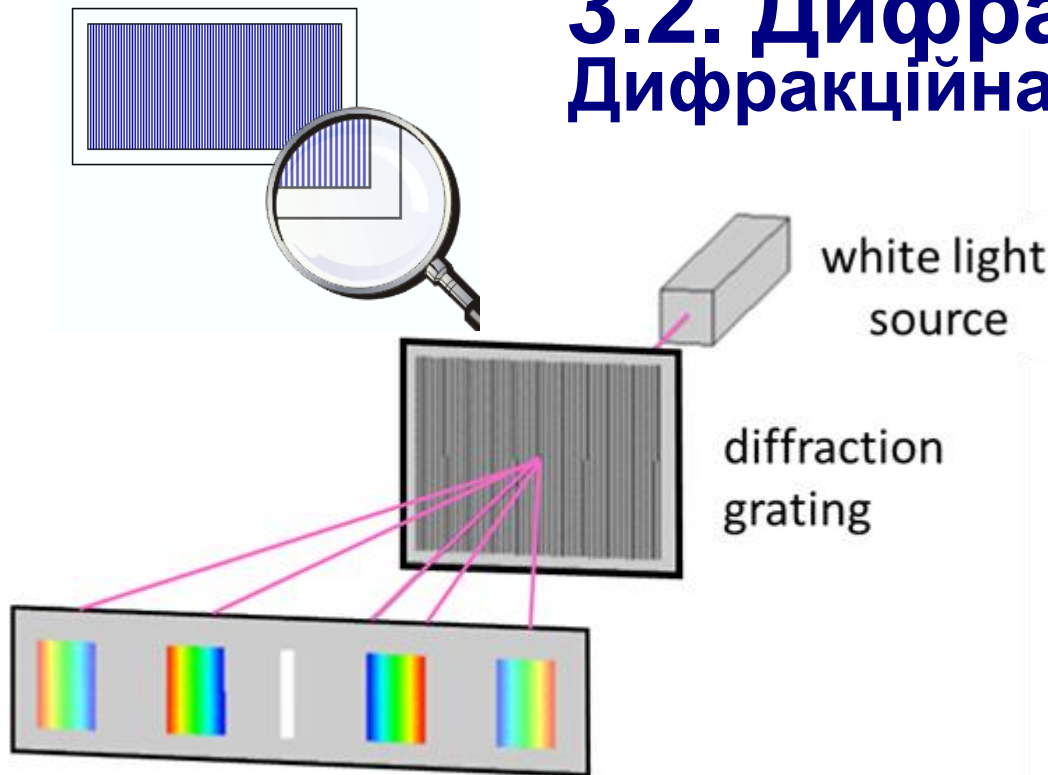
$$\delta\varphi_0 = 2\varphi_1 = 2 \arcsin(\lambda / b)$$

## 3.2. Дифракція



## 3.2. Дифракція

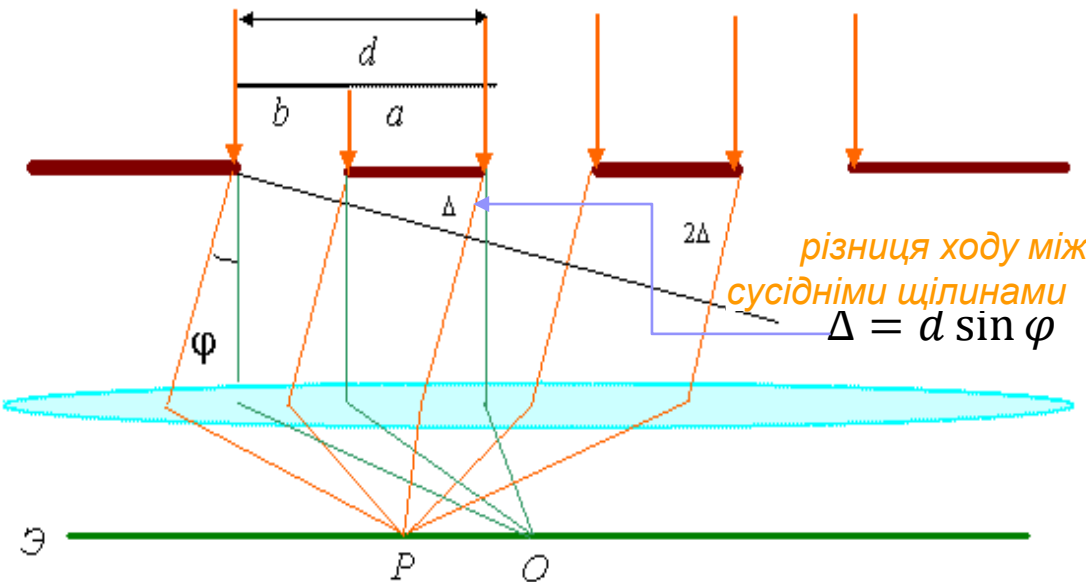
### Дифракційна ґратка



# 3.2. Дифракція

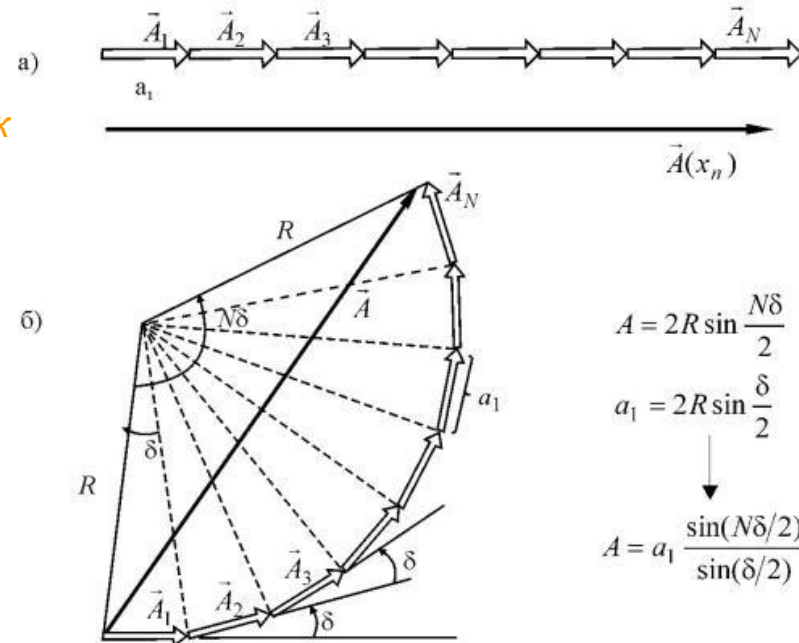
## Дифракційна ґратка

при нормальному падінні світла



$d$  - період ґратки

різниця ходу між  
сусідніми щілинами  
 $\Delta = d \sin \varphi$



$$A = 2R \sin \frac{N\delta}{2}$$

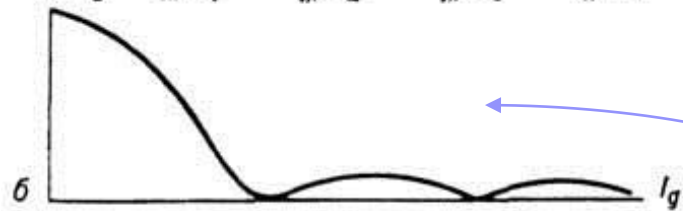
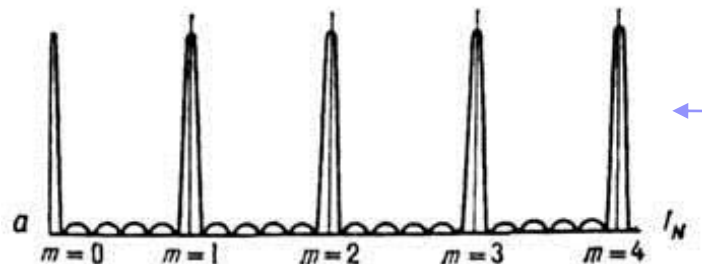
$$a_1 = 2R \sin \frac{\delta}{2}$$

$$\downarrow$$

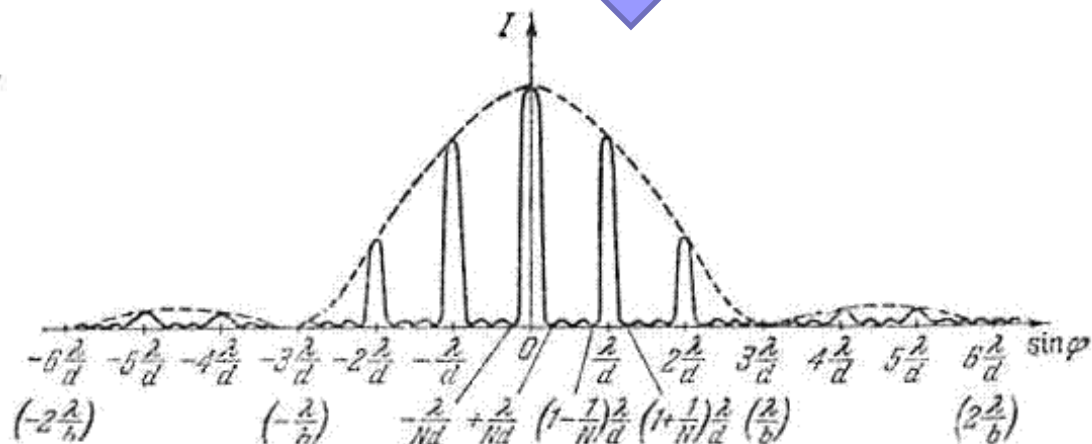
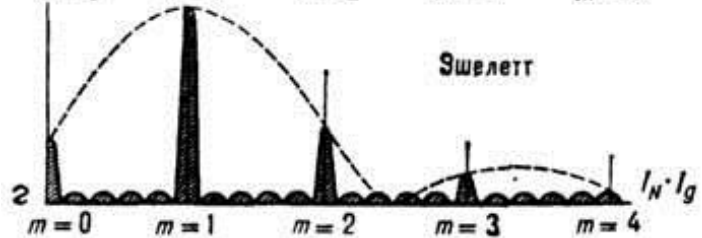
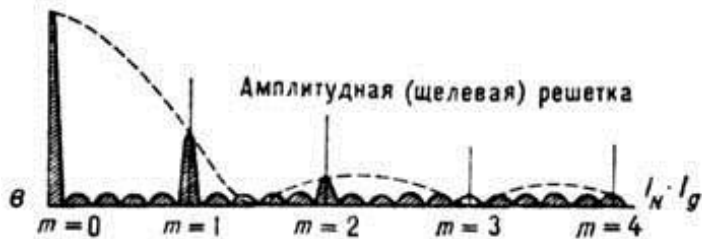
$$A = a_1 \frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)}$$

## 3.2. Дифракція

### Дифракційна ґратка

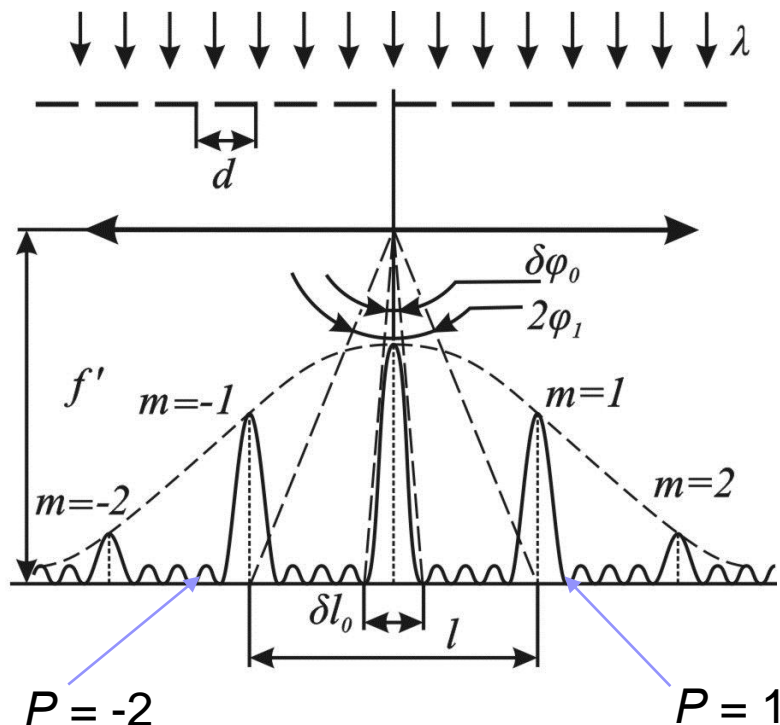


$$I = I_1 I_N$$



## 3.2. Дифракція

### Дифракційна ґратка



Розподіл інтенсивності  
при дифракції на ґратці

$$I(\varphi) = I_0 \frac{\sin^2 \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}}{\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}\right)^2} \cdot \frac{\sin^2 \left(N \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\sin^2 \left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi\right)}$$

умови дифракційних максимумів

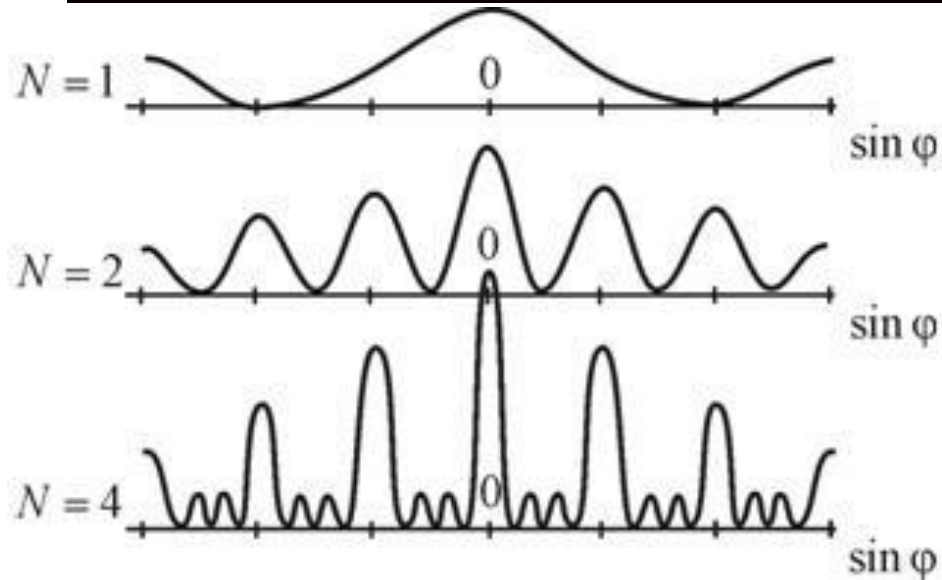
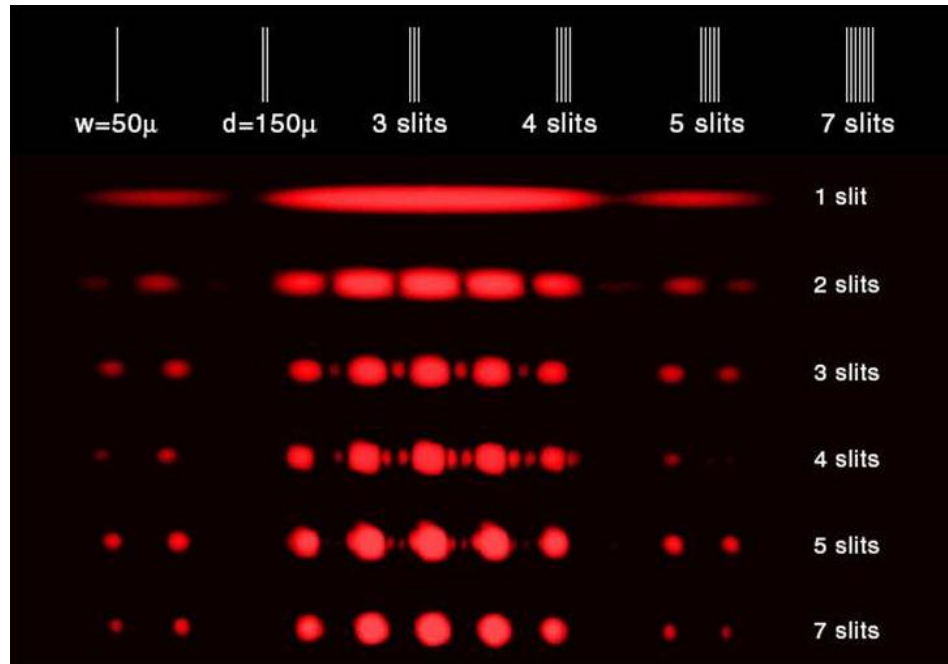
$$d \sin \varphi_{\max} = \pm m \lambda$$

і мінімумів

$$\sin \varphi_{\min} = \left(m + P / N\right) \frac{\lambda}{d}$$

де  $m$  - порядок спектра;  $P$  - порядковий номер мінімуму,  $P = 1, 2, \dots, (N - 1)$

## 3.2. Дифракція

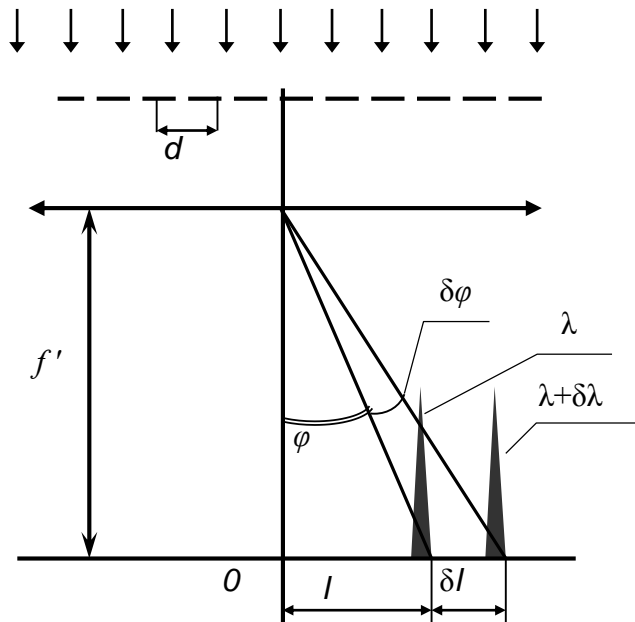




# 3.2. Дифракція

## Дифракційна ґратка

### Спектральні характеристики



кутова дисперсія ґратки

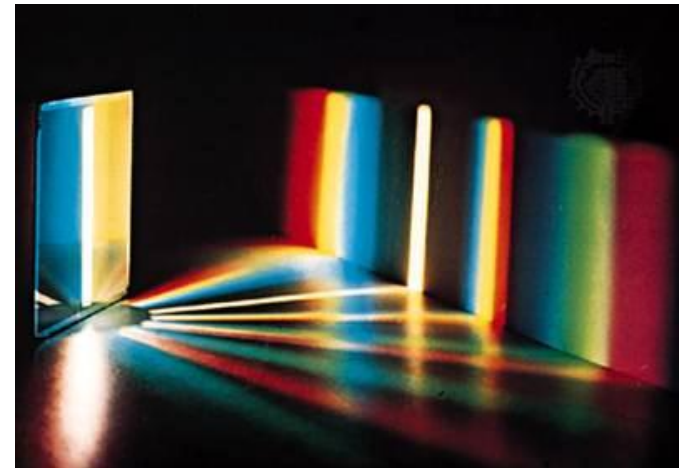
$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi} = \frac{m}{\sqrt{d^2 - (m\lambda)^2}}$$

роздільна здатність ґратки

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN$$

область вільної дисперсії ґратки

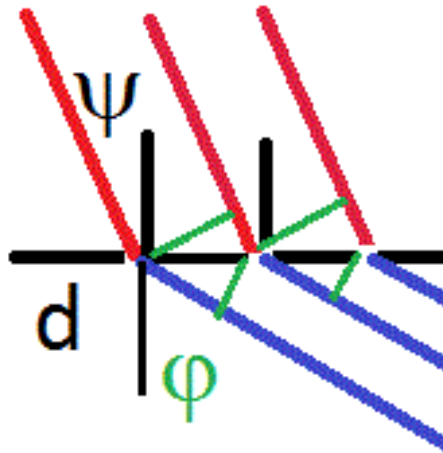
$$\Delta\lambda = \lambda / m$$



## 3.2. Дифракція

### Дифракційна ґратка

при падінні світла під кутом



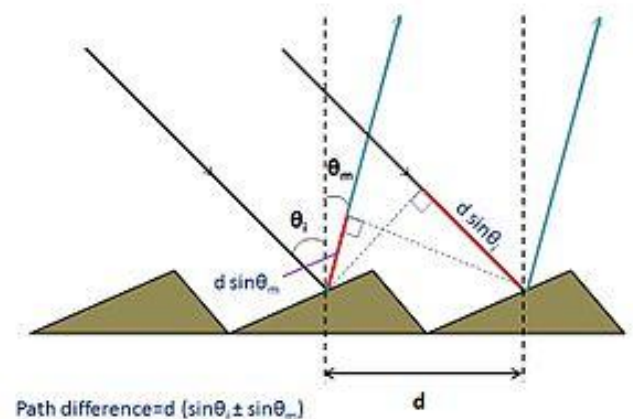
$$d(\sin \varphi - \sin \psi) = m\lambda$$

$$2d \geq |m|\lambda \Rightarrow$$

$$|m|_{\max} \leq \frac{2d}{\lambda}, \quad d \geq \frac{\lambda}{2}$$

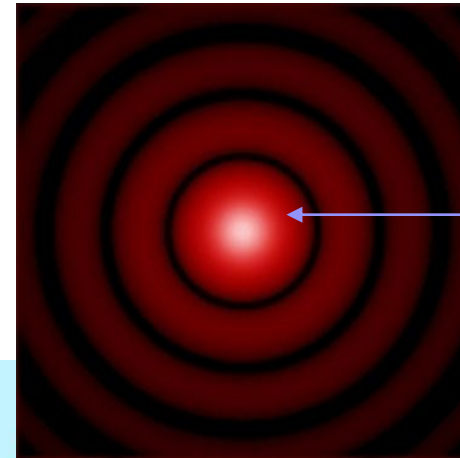
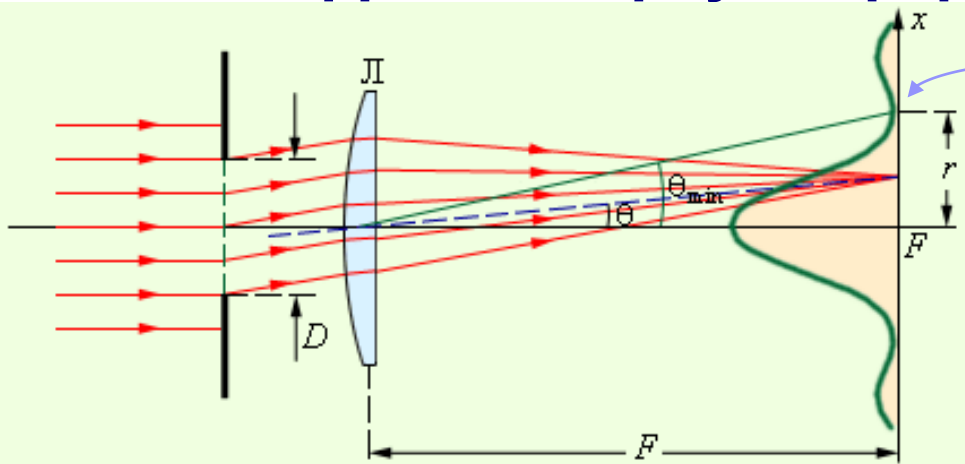
кутова дисперсія

$$D_{\varphi} = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi} = \frac{\sin \varphi - \sin \psi}{\lambda \cos \varphi}$$



# 3.2. Дифракція

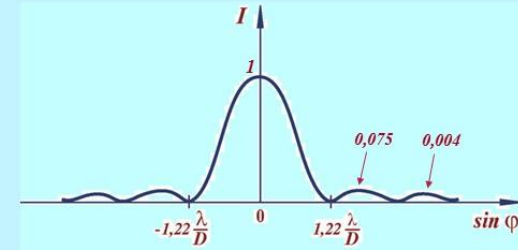
## Дифракція Фраунгофера на круглому отворі



Диск Ейрі

Кутове положення першого темного кільця

$$\psi_{\text{гр}} = 1,22 \frac{\lambda}{D} \quad \begin{array}{l} D - \text{діаметр отворстия} \\ (D \gg \lambda) \end{array}$$



$$I = I_0 \left( \frac{2J_1(x)}{x} \right)^2 = I_0 \left( \frac{2J_1(kr \sin \varphi)}{kr \sin \varphi} \right)^2$$

Мінімуми

Максимуми

Інтенсивність  
в максимумах

$$\sin \varphi_1 = 1,22 \frac{\lambda}{D}$$

$$\sin \varphi'_0 = 0$$

1

$$\sin \varphi_2 = 2,24 \frac{\lambda}{D}$$

$$\sin \varphi'_1 = 1,62 \frac{\lambda}{D}$$

0,0175

$$\sin \varphi_3 = 3,24 \frac{\lambda}{D}$$

$$\sin \varphi'_2 = 2,66 \frac{\lambda}{D}$$

0,0042

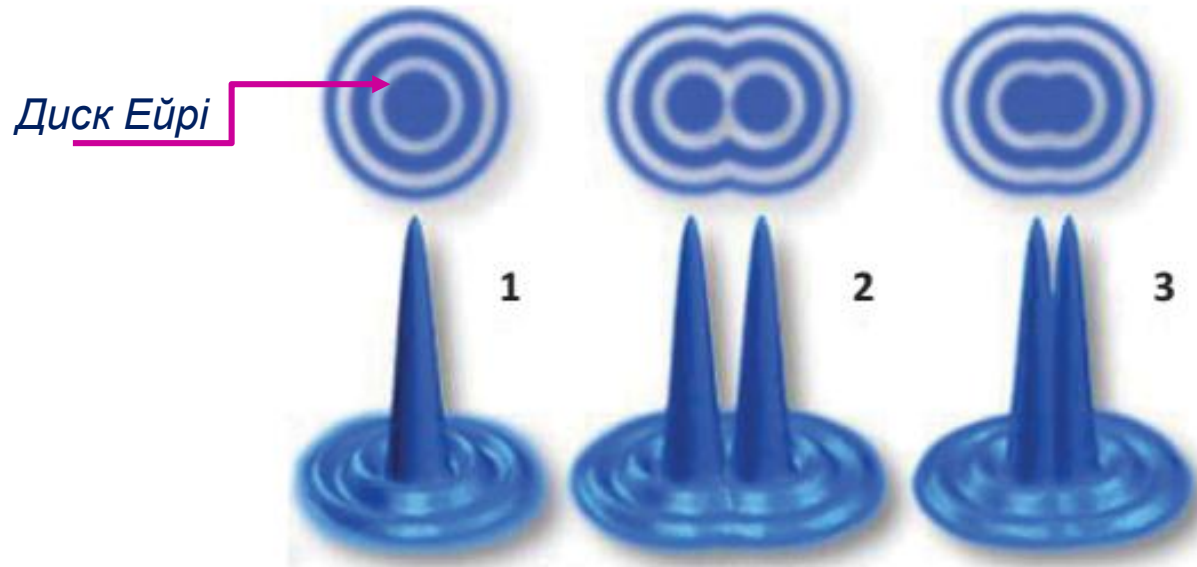
$$\sin \varphi_4 = 4,24 \frac{\lambda}{D}$$

$$\sin \varphi'_3 = 3,7 \frac{\lambda}{D}$$

0,0016

## 3.2. Дифракція

### Дифракційна межа розділення



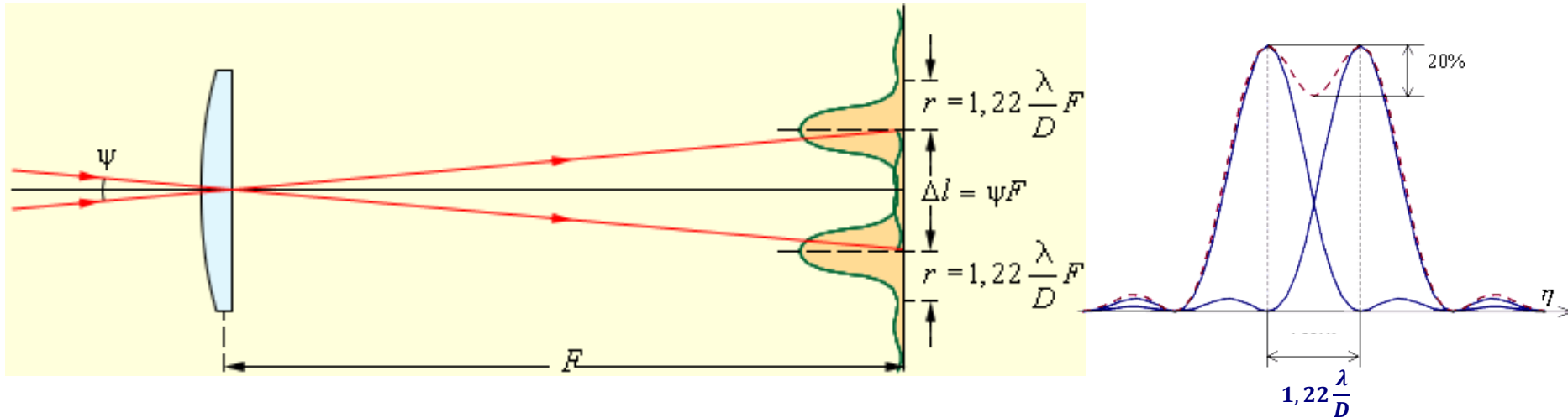
Дифракційне зображення двох точкових джерел:

- 1 – не розділяються
- 2 – добре розділяються
- 3 – розділення на дифракційній межі

## 3.2. Дифракція Роздільна здатність

**Критерій Релея**  
(граничний кут  
розділення)

$$\psi_{\text{гр}} = 1,22 \frac{\lambda}{D}$$

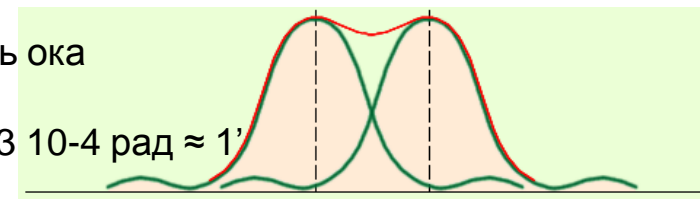


$$\Delta l_{\min} = \psi_{\text{гр}} \cdot f' = 1,22 \frac{\lambda}{D} f'$$

Роздільна здатність ока

$d = 3 \text{ мм} \rightarrow$

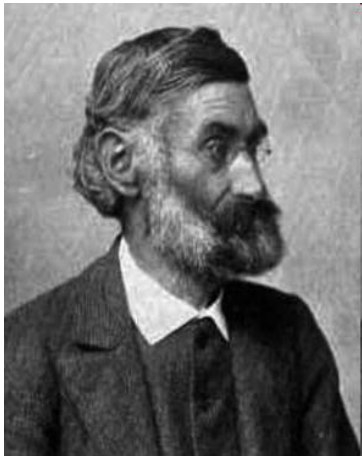
$$\theta_{\min} = 1,22 \lambda / d = 2,3 \cdot 10^{-4} \text{ рад} \approx 1'$$



## 3.2. Дифракція

### Дифракційна межа

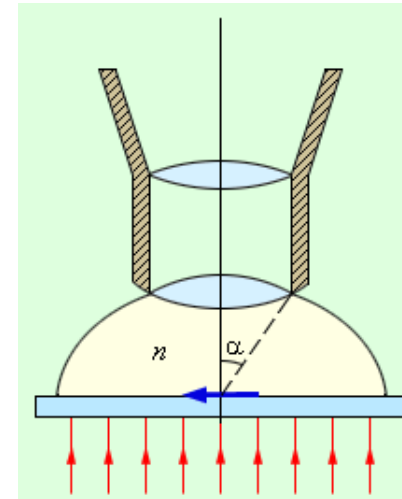
*Мінімальний розмір світлової плями при фокусуванні світла заданої довжини хвилі в середовищі з показником заломлення  $n$ :*



Ернст Аббе 1873

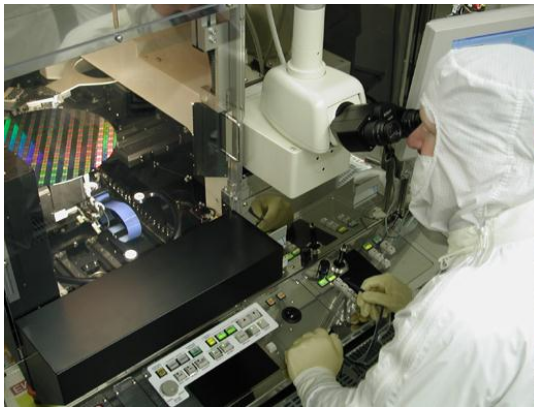
$$d_{\min} = \frac{\lambda}{2n}.$$


**Роздільна здатність мікроскопа**



*Мінімальний розмір об'єкта спостереження*

$$l_{\min} = \frac{0,61\lambda}{n \sin \alpha}.$$





ОПТИКА Л.8.

## 3.2. Дифракція

### Бліц-тест

1. Отвір в непрозорому екрані відкриває 4 зони Френеля для точки спостереження, в якій спостерігається
  - світла пляма
  - темна пляма
2. На вузьку щілину шириною 1 мкм нормально падає світло з  $\lambda=0,5$  мкм. Скільки максимумів в дифракційній картині Фраунгофера можна побачити на екрані за щілиною?
  - 5
  - 4
  - 3
  - безліч
3. Дифракційну ґратку створили нанесенням непрозорих штрихів певної ширини на скляну пластинку. Якщо потім додатково закрити кожен другий прозорий інтервал між штрихами, то максимально можлива роздільна здатність ґратки
  - зменшиться удвічі
  - збільшиться удвічі
  - не зміниться
4. В дифракційній картині від ґратки між сусідніми головними максимумами спостерігають по 8 додаткових максимумів. Скільки штрихів має дифґратка?
  - 8
  - 10
  - 16