

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ**

**«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»**

**ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО**

**ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ**

**Д.В. ФІЛІН**

**С.В. БЕХ**

**ЗАДАЧІ СТУДЕНТСЬКИХ ОЛІМПІАД ФІЗТЕХУ З  
ФІЗИКИ**

Рекомендовано Вченою радою  
Фізико-технічного інституту НТУУ «КПІ»  
як посібник для студентів, які навчаються  
за спеціальністю 105  
«Прикладна фізика та наноматеріали»

КИЇВ  
НТУУ «КПІ»

2018

ББК 22.2

УДК 531/534

Рекомендовано до видання Вченою радою ФТІ НТУУ «КПІ»  
(протокол № від року)

Рецензент:

Філін Д.В., Бех С.В.

Задачі відкритої студентської олімпіади з фізики PhysTechOpen

Наведені задачі студентських олімпіад з фізики яка проводилась на базі Фізико-технічного інституту КПІ ім. Ігоря Сікорського. Задачі охоплюють різні розділи фізики. В зв'язку зі зміною за роки проведення формату олімпіади, частина задач розрахована на студентів старших курсів які вивчили курс загальної фізики та мають уявлення про елементи фізики твердого тіла, теорії гравітації, теорії поля. Задачі в більшості були запропоновані викладачами Фізико-технічного інституту. Частина задач було адаптована з інших джерел. Посібник може бути використаний як матеріал для тих хто хоче поглиблено вивчити курс фізики.

Для студентів Фізико-технічного інституту напряму підготовки і спеціальності «Прикладна фізика та наноматеріали» та інших фізичних спеціальностей.

Відповідальний редактор

С.О. Воронов, д.т.н., професор

ББК 22.2

УДК 531/534

## ЗМІСТ

Вступ.....	3
Відкрита студентська фізична олімпіада ФТІ – 2001 .....	4
Відкрита студентська фізична олімпіада ФТІ – 2002. Молодші курси. ....	5
Відкрита студентська фізична олімпіада ФТІ – 2002. Старші курси.....	6
Відкрита студентська фізична олімпіада ФТІ – 2003. Молодші курси. ....	7
Відкрита студентська фізична олімпіада ФТІ – 2003. Старші курси.....	8
PHYSTECH-OPEN 2005.....	9
PHYSTECH-OPEN 2006. Молодші курси.....	11
PHYSTECH-OPEN 2006. Старші курси .....	12
PHYSTECH-OPEN 2007 Молодші курси.....	13
PHYSTECH-OPEN 2007 Старші курси .....	15
PHYSTECH-OPEN 2008 Молодші курси.....	16
PHYSTECH-OPEN 2008 Старші курси .....	17
PHYSTECH-OPEN 2009 Молодші курси.....	18
PHYSTECH-OPEN 2009 Старші курси .....	19
PHYSTECH-OPEN 2010 Молодші курси.....	20
PHYSTECH-OPEN 2010 Старші курси .....	21
PHYSTECH-OPEN 2011 Молодші курси.....	22
PHYSTECH-OPEN 2011 Старші курси .....	23
PHYSTECH-OPEN 2012 Молодші курси.....	24
PHYSTECH-OPEN 2012 Старші курси .....	25
1-й етап Всеукраїнської студентської олімпіади 2013 .....	26
1-й етап Всеукраїнської студентської олімпіади 2014 .....	27
1-й етап Всеукраїнської студентської олімпіади 2015 .....	28
1-й етап Всеукраїнської студентської олімпіади 2016 .....	29
1-й етап Всеукраїнської студентської олімпіади 2017 .....	30
1-й етап Всеукраїнської студентської олімпіади 2018 .....	32

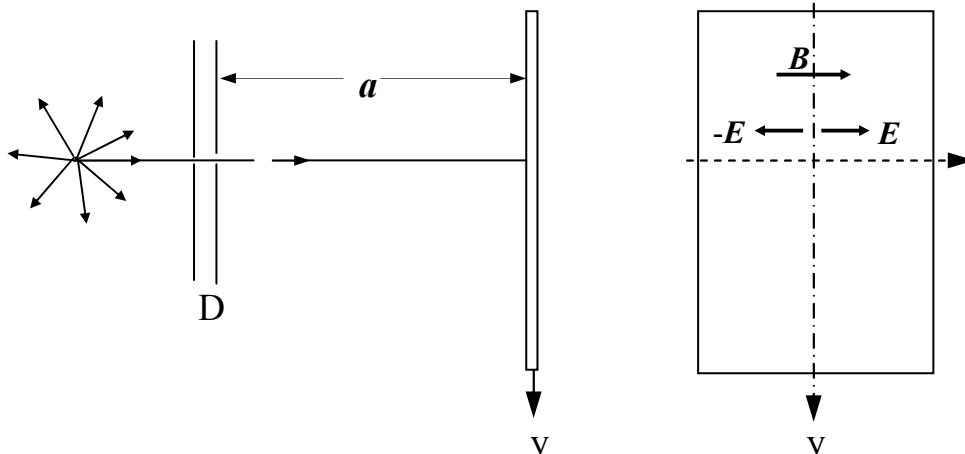
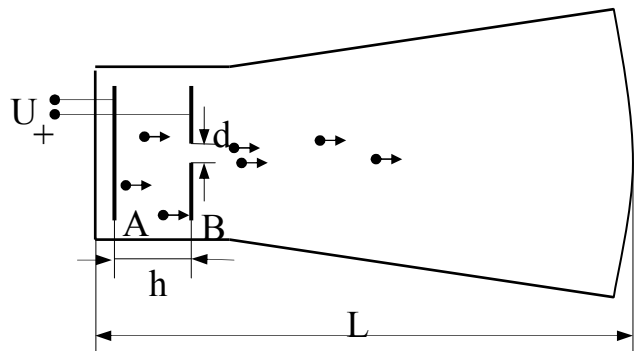
## **Вступ**

Фізико-технічний інститут має давні традиції проведення олімпіад серед студентів. Формат студентської олімпіади за роки зазнавав певних змін. Єдиним всі роки залишались дві речі - задачі які підбирали для студентів вимагали не просто додаткових знань, а вміння застосовувати набуті знання та інколи ще й здогадатись до не тривіального застосування цих знань. По друге, з числа переможців університетського етапу формувалась команда КПІ для участі у всеукраїнському етапі.

Задачі пропонувались викладачами кафедри прикладної фізики фізико-технічного інституту. Більшу частину задач надали Парновський С.Л., Філін Д.В., Монастирський Г.Є., Іванова В.В., Загородній В.В.

## Відкрита студентська фізична олімпіада ФТІ – 2001

- (5 балів) Знайти моменти інерції кубу відносно осей, що проходять крізь центр мас кубу в площині двох його діагоналей під кутами  $85^\circ$  та  $-5^\circ$  до однієї з діагоналей відповідно. Маса кубу –  $M$ , довжина ребра –  $a$ .
- (7 балів) Для того, щоб увійти до книги рекордів Гінеса, а також в пошуках нових родовищ рідкого палива, компанія Ойл Райт розробила проект свердловини глибиною 500 км. Оцініть, яка маса повітря увійде в таку свердловину, якщо тиск на поверхні дорівнює атмосферному, а температура всередині свердловини підтримується на рівні температури на поверхні (приблизно 300 К). Площа перерізу свердловини  $1 \text{ дм}^2$ .
- (8 балів) Плоский конденсатор з малим отвором у пластині В (див. рис. 1) використовують як електронну гармату в трубці кінескопа. Під дією високої напруги з пластини А відлітають електрони і пролітаючи крізь отвір дають зображення на екрані. Знайти розмір цього зображення, якщо довжина трубки кінескопа  $L = 50 \text{ см}$ , товщина конденсатора  $h = 5 \text{ см}$ , діаметр отвору  $d = 2 \text{ мм}$ . Чи придатна така конструкція електронної гармати для використання її в телевізорі?
- (10 балів) В дослідах Кауфмана, зроблених для виміру співвідношення  $e/m$ ,  $\beta$ -промені (див. рис. 2), які випромінює радій, проходять спочатку крізь вузьку діафрагму  $D$ , а потім перетинають однорідне електричне поле  $\pm E$  та паралельне йому магнітне поле  $B$  ( $\pm E$  вказує на перезарядку конденсатора). Обидва поля починаються у діафрагми  $D$  і продовжуються до фотопластини, розташованої на відстані  $a$  від  $D$  перпендикулярно до напрямку руху частинок. Яку криву зафіксує фотопластина, якщо  $\beta$ -промені випромінюються зо всіма можливими швидкостями  $v$ ? Знехтувати невеличкою зміною повної швидкості в полі порівняно з великою початковою швидкістю  $v$ .



5. (10 балів)  $N=2001^{2001}$  однакових більярдних куль радіуса  $R$  розташовано в просторі вздовж прямої на однакових відстанях  $L$  одна від одної. Першу кулю б'ють так, що вона рухається без обертання під кутом  $\alpha=1^\circ$  до напрямку осі ланцюжка. Тертя відсутнє, удари між кулями пружні. Визначить, яка доля кінетичної енергії першої кулі буде передана останній  $N$ -ій кулі

## Відкрита студентська фізична олімпіада ФТІ – 2002. Молодші курси.

1. На планеті Карамба показник заломлення атмосфери  $n$  залежить тільки від висоти  $h$  над рівнем карамбійського моря. Спостереження виявили, що промінь лазера, розташованого в конкретній точці і спрямованого під певним кутом, описує параболу з вертикальною віссю. Знайдіть залежність  $n(h)$ , нехтуючи кривиною поверхні планети. Що ви можете сказати про траєкторії променів лазера, розташованого в довільній точці і спрямованого під довільним кутом до горизонту?
2. Площадку льодового стадіону, що обертається з постійною швидкістю  $\Omega$ , заливають водою, що поволі застигає. Після того, як вся вода застигне, на площадку щойно утвореного катка виходить хокеїст (площадка продовжує безперервно обертатись!), кладе на лід шайбу і б'є по ній. Якою буде траєкторія шайби відносно хокеїста, якщо він весь час знаходиться у фіксованій точці площадки? Як залежать параметри траєкторії від початкової швидкості шайби  $V_0$  та напрямку удару? Тертям ковзання шайби об лід знехтувати.
3. Туман із маленьких крапель рідини знаходиться всередині плоского конденсатора. Коли різниця потенціалів на ньому досягла величини  $U_1$ , всередині зникли всі краплі з радіусами понад  $r_1$ . При якій напрузі зникнуть краплі з радіусом  $r_2$  ?
4. В далекій галактиці відбувається потужний вибух, в наслідок якого утворюється сферична ударна хвиля, основна енергія якої зосереджена в тонкому поверхневому шарі. Цей вибух на протязі декількох діб спостерігає астроном (техніка дозволяє розглянути форму поверхні), що знаходиться на відстані  $D \sim 108$  світових років від епіцентру вибуху. Гамма-фактор (стала Лоренца) фронту хвилі  $\gamma(r) \approx A/r^a$ , де  $r$  - відстань від спостерігача до епіцентру вибуху,  $a \sim 3/2$ . Визначити форму поверхні фронту хвилі, що спостерігає астроном, та залежність кутових розмірів фронту від часу за годинником астронома.
5. Електричний диполь  $p$  знаходиться в однорідному діелектрику (діелектрична проникливість  $\epsilon$ ) на відстані  $r$  від центру заземленого провідника, що має форму кулі радіуса  $R$ . Знайти енергію взаємодії диполя з кулею  $U$ , силу  $F$  та обертаючий момент  $M$ , що діють на диполь.

## Відкрита студентська фізична олімпіада ФТІ – 2002. Старші курси.

1. В досліді по інтерференції використовується монохроматичне точкове джерело лінійно поляризованого світла та біпризма Френеля. Якою буде видність інтерференційних смуг, якщо перед однією половиною призми поставили платівку у чверть довжини хвилі, вісь якої спрямована під кутом  $\varphi$  відносно напрямку поляризації? Примітка: видність смуг визначається як відношення  $V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$ , де  $I_{\max}$  та  $I_{\min}$  відповідно максимальна та мінімальна інтенсивність у смузі.
2. Ізольована металева сфера радіуса  $a$  знаходиться всередині порожньої металевої сфери радіуса  $b$ . Відстань між центрами сфер дорівнює  $c$ , причому  $c \ll a$ ,  $c \ll b$ . Повний заряд внутрішньої сфери дорівнює  $q$ . Знайти розподіл заряду  $\sigma$  на внутрішній сфері та діючу на неї силу  $F$  з точністю до членів лінійних по  $c$ .
3. Показати, що для ізотермічної магнітної сприйнятливості  $\chi_T$  справедлива умова  $\partial\chi/\partial T \rightarrow 0$  при  $T \rightarrow 0$ .
4. Частка масою  $m$  знаходиться в одновимірній потенційній ямі з нескінченними стінками у точках  $x = 0$  та  $x = a$ . Профіль дна  $V(x) = V_0 \left( \frac{x}{\pi a} \right)^3$ , де  $V_0 = \frac{\hbar^2}{2ma^2}$ . Знайти енергетичний спектр частки у ямі.
5. Масивне скалярне поле, що описується рівнянням  $\square\varphi - M^2\varphi = 0$ , знаходиться всередині куба зі скривленою навік верхньою стінкою  $\{(x, y, z): 0 \leq x \leq L; 0 \leq y \leq L; 0 \leq z \leq L + \alpha x + \beta y\}$ , де  $\alpha$  и  $\beta$  - достатньо малі. Шукають розв'язок у вигляді  $\varphi(x, y, z, t) = \varphi_0(x, y, z) \cdot \exp(-i\omega t)$  з умовою нульового значення  $\varphi$  на границях області. Знайти спектр частот  $\omega$ .

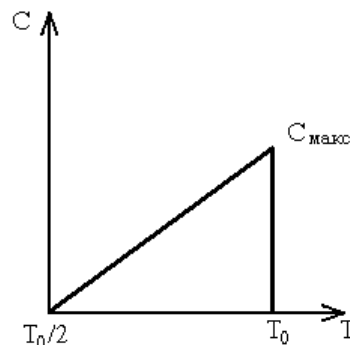
## Відкрита студентська фізична олімпіада ФТІ – 2003. Молодші курси.

1. (10 балів) Оцінити час  $\tau$ , за який нейтронна зірка може втратити своє магнітне поле. *Вказівка:* Розглянути наступну модель: нейтронна зірка – «металева куля» з радіусом  $R \sim 10^6$  см, питома провідність речовини зірки  $\lambda \sim 10^{30} \text{ с}^{-1}$ .
2. (15 балів) Для зоряного скупчення визначити середній час між зіткненнями двох зірок типу Сонця ( $M_{\odot} \sim 2 \cdot 10^{33}$  г), якщо їхня середня відносна швидкість  $u = 60$  км/с, а число зірок у кубічному світловому році  $N \sim 10$ . Уточніть поняття зіткнення, яким ви користуєтесь.
3. (5 балів) Одним з геологічних процесів є просочування води крізь пористі породи із зон високого тиску  $P = 1000$  атм в порожнини, що перебувають під атмосферним тиском  $P_0$ . Оцініть долю  $x$  води, що випаровується, якщо її початкова температура  $t_0 = 90^\circ\text{C}$ . Теплообміном з гірськими породами знехтувати, питому теплоту пароутворення  $\lambda$  взяти рівною 2260 Дж/г.
4. (10 балів) Точкове джерело світла рухається зі швидкістю 10000 км/с вздовж прямої від т. А в напрямку т. В. Коли воно проходить через т. О посередині відрізка АВ, воно дає миттєвий спалах світла. В точках А і В знаходяться два однакових світлосприймальних прилади, орієнтовані нормально до АВ. Знайдіть відношення потоків світла, зареєстрованих приладами. Розміри приладів набагато менші АВ. Нерухоме джерело дає ізотропний потік монохроматичного світла з довжиною хвилі 550 нм.
5. (10 балів) Поверхнею зарядженого відокремленого провідника є нескінченна площа з виступом в вигляді півкулі. Знайдіть відношення поверхневої густини заряду в середині виступу і на площині на великій відстані від півкулі.



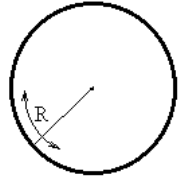
## Відкрита студентська фізична олімпіада ФТІ – 2003. Старші курси.

1. (5 балів) Оцініть, з якої відстані можна бачити окремо світло від двох фар автомобіля.
2. (15 балів) Визначити, на яку висоту втягнеться у магнітне поле з індукцією  $B=1$  Тл рідкий кисень при  $T=80$  К. На зовнішній оболонці молекули  $O_2$  знаходяться два електрона у стані з нульовим орбітальним моментом і паралельними спінами.
3. (15 балів) Оцініть відношення потоків нейтрино і фотонів на поверхні зірки, в якій відбувається перетворення водню у гелій. Нейтрино утворюється у реакції:  $p+p \rightarrow D+e^++\nu_e$ . Решта енергії, що виділяється при синтезі  ${}^4\text{He}$  з водню, зрештою перетворюється в енергію електромагнітного випромінювання. Вважати горіння зірки стаціонарним, а температуру на поверхні зірки  $T=5000$  К.
4. (5 балів) Використовуючи правило квантування Бора – Зоммерфельда, знайдіть допустимі енергетичні рівні м'яча, що пружно підстрибує у вертикальному напрямку.
5. (10 балів) Згідно спрощеної теорії, температурна залежність молярної питомої теплоємності  $C$ , що обумовлена переходом іонів зі спіном  $s=1/2$  з парамагнітного стану у феромагнітний, визначається функцією, графік якої зображено на рисунку, а саме:  $C=C_{\text{макс}}(2T/T_0-1)$  для  $T_0/2 < T < T_0$  і  $C=0$  при всіх інших значеннях  $T$ . Знайдіть відношення  $C_{\text{макс}}/R$ , де  $R$  універсальна газова стала.



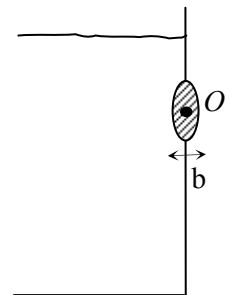
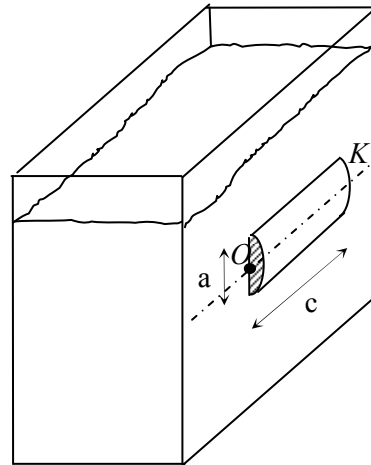
1. (19 балів) В рівняння руху двох тяжіючих тіл  $m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -G \frac{m_g M_g}{|\vec{r} - \vec{R}|^3} (\vec{r} - \vec{R})$  входить інертна маса  $m$  та гравітаційні маси тіл  $M_g, m_g$ , що відіграють роль "гравітаційних зарядів" (аналогічно електростатиці);  $\vec{r}$  та  $\vec{R}$  – положення тіл. За принципом еквівалентності (ПЕ), гравітаційна маса кожного тіла пропорційна інертній, тому при відповідному виборі одиниць ці маси вважають рівними. При порушенні ПЕ виникли б додаткові (аномальні) коливання відстані між Землею та Місяцем, амплітуда яких пропорційна величині  $\eta = (M_g/M - m_g/m)$ , де  $M_g, m_g$  – гравітаційні маси Землі та Місяця, а  $M, m$  – їхні інертні маси. Коливання обумовлені різницею прискорень, що набувають Земля та Місяць у полі Сонця. Цей ефект (точніше, його відсутність) використовують для перевірок ПЕ.  
*Оцініть амплітуду аномальних коливань та їх період при  $\eta \neq 0$ , розглядаючи рух Землі та Місяця з урахуванням поля Сонця. Неоднорідністю поля Сонця в околі Землі знехтувати.*
2. (10 балів) У відомому співвідношенні невизначеностей  $\mathbf{p}\mathbf{x} - \mathbf{x}\mathbf{p} = i\hbar$  (\*) оператори  $\mathbf{p}$  та  $\mathbf{x}$  можна записати у матричному представленні. Разом із тим шпур від добутку будь-яких матриць  $\text{Sp}(\mathbf{AB}) = \text{Sp}(\mathbf{BA})$ . Взявши шпур від обох частин рівності (\*), отримаємо протиріччя  $\rightarrow$  співвідношення невизначеностей невірне. Знайдіть помилку в цих міркуваннях.
3. (11 балів) В теорії інформації бітом називають не тільки одиницю інформації, але і фізичну систему, що може знаходитись в двох станах, які можна чітко розрізнити. Оцінити мінімально допустимий лінійний розмір біта, який може зберігати інформацію при кімнатній температурі (300 K).
4. (18 балів) *Уповільнення атомів лазерним променем.* Жмуток атомів Na, що рухаються з початковою швидкістю 1000 м/сек, уповільнюється лазерним променем, спрямованим назустріч. За таких умов частота лазера співпадає з частотою переходу  $^2P_{3/2} \rightarrow ^2S_{1/2}$  в Na. Час спонтанного випромінювання для цієї лінії становить  $\tau = 16$  нсек, а довжина хвилі для нерухомого атома  $\lambda = 5895.9$  Å. Соленоїд зі змінним кроком намотки, всередині якого рухаються атоми Na, дозволяє підтримувати частоту поглинання атомів під час їх уповільнення сталою. За рахунок якого механізму буде відбуватись уповільнення атомів Na? Яка в середньому кількість  $N$  актів поглинання фотонів відбудеться до зменшення швидкості направленої руху атома до 10 м/с? Яку густину випромінювання лазера необхідно забезпечити, щоб атоми знаходились в основному та збудженому станах в середньому однаковий час? Яку відстань  $L$  і за який час  $T$  пройдуть атоми Na за цих умов? За яким законом має змінюватись крок намотки соленоїда? Яке максимальне локальне значення поля В слід забезпечити?

5. (8 балів) Визначити залежність частоти биття  $\Delta\sigma$  вихідного сигналу кільцевого газового лазера від кутової швидкості обертання  $\Omega$ . При розрахунках для простоти вважати, що розповсюдження лазерного випромінювання відбувається строго по колу радіуса  $R$  (див. Рис 1.). Оцінити частоту биття для  $\lambda=0,633$  мкм,  $R=6$  см,  $\Omega=0,2$  рад/год. *Вказівка.* Розглянути дві хвилі, що розповсюджуються у напрямках по та проти годинникової стрілки по замкненому контуру. Врахувати, що для кожної з хвиль частота має бути такою, щоб на замкненому шляху, який проходить хвиля, вкладалося ціле число напівхвиль.



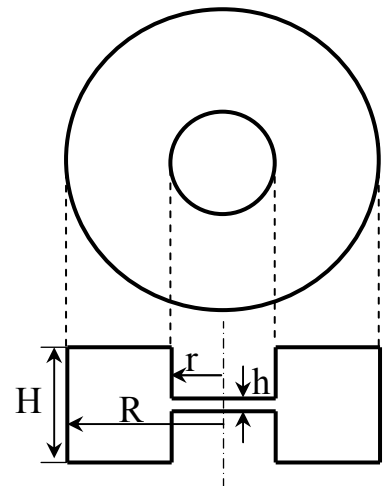
6. (15 балів) Тонка циліндрична теплоізована посудина висотою  $h$  заповнено повітрям при температурі 300 К, після чого його запаяли та помістили вертикально на терези на рівні моря. Терези показують, що вага судини з повітрям дорівнює  $P$ . Для якого інтервалу значень  $h$  вага буде зменшуватись при поступовому нагріванні вмісту судини? (Врахувати ефекти СТВ)

7. (13 балів) Довгу горизонтальну щілину в акваріумі заткнули еліптичним циліндром так, що скло акваріума ділить його навпіл (див. Рис.2). Нехтуючи товщиною скла, знайти момент сил, який створює дія води на циліндр, відносно його центральної горизонтальної осі ОК. Розміри циліндра  $a$ ,  $b$  і  $c$  відомі, густина води  $\rho$ .



## PHYSTECH-OPEN 2006. Молодші курси

1. (19 балів) Заряджена частинка з зарядом  $q$  потрапляє у область сталого магнітного поля  $\mathbf{B}$ , перпендикулярного швидкості частинки. Знайдіть траєкторію частинки, якщо на нею діє ще і сила тертя, пропорційна швидкості  $\vec{F} = -k\vec{v}$ . Через скільки обертів радіус кривини траєкторії зменшиться в 10 разів?
2. (10 балів) Однорідну кулю радіуса  $R$  кладуть на два тонких нерухомих горизонтальних стержні, що утворюють кут  $2\alpha$ , і відпускають з нерухомого положення. Куля прокочується без тертя і проковзування по стержнях та провалюється у проміжок між ними, обертаючись з кутовою швидкістю  $\omega$ . На якій висоті над осями стержнів містився центр кулі в момент пуску?
3. (11 балів) Невеликий космічний корабель масою  $m$  обертається навколо Сонця (маса  $M$ ) по коловій орбіті радіусом  $R$ . В деякий момент часу він розкриває „сонячне вітрило” у вигляді надувної кулі з радіусом  $r \ll R$ , яка поглинає всі сонячні промені. Корабель знаходиться в середині кулі. Потужність випромінювання Сонця дорівнює  $F$ . За якою траєкторією буде рухатися корабель після розкриття „вітрила”? Як зміниться траєкторія, якщо поверхня кулі буде віддзеркалювати промені?
4. (8 балів) В тепловій машині робочим тілом є вода. Машина працює за циклом, що складається з двох ізотерм при  $T_1 = 6^\circ\text{C}$ ,  $T_2 = 2^\circ\text{C}$  та двох ізобар при  $p_1 = 100$  атм,  $p_2 = 1$  атм. Коефіцієнт лінійного розширення води в цьому діапазоні температур  $\alpha = 1,5 \cdot 10^{-5} (\text{t}^\circ\text{C} - 4^\circ\text{C}) \cdot (\text{град}^{-1})$ . Коефіцієнт ізотермічної стисливості  $K = (1/V) \cdot (\partial V / \partial P)_T = -4,9 \cdot 10^{-5} \text{ атм}^{-1}$ . Знайти ккд циклу та намалювати цикл в координатах  $P, V$ .
5. (18 балів) Тороїдальний резонатор електромагнітних коливань уявляє собою полий провідний тор проекції перетину якого зображені на рисунку. Оцініть його резонансну частоту, якщо  $H=20$  см,  $R=25$  см,  $r=1$  мм.



## PHUSTECH-OPEN 2006. Старші курси

1. (19) Під час хокейного матчу хокеїст б'є шайбу вздовж борту. Вона спочатку рухається без обертання зі швидкістю  $V_0$ , а потім ковзає вздовж викривленої частини борта, що має форму чверті кола. Тертя ковзання між шайбою та льодом відсутнє, як і тертя кочення, коефіцієнт тертя ковзання між шайбою та бортом дорівнює  $\mu$ . Знайдіть швидкість шайби після проходження викривлення.
2. (10) Дано  $n$  тіл с теплоємкостями  $C_1 \dots C_n$  та температурами  $T_1 \dots T_n$  відповідно. Знайти максимальну можливу роботу, яку можна отримати в такій системі.
3. (11) В теорії інформації кількість інформації вимірюють в бітах. Кількість бітів дорівнює логарифму за основою 2 числа дискретних порцій енергії, які може розрізняти приймач. Швидкість передачі інформації  $C$  – кількість бітів, що сприймається приймачем за одиницю часу. Припустимо, що інформація передається імпульсами електромагнітного поля з середньою потужністю одного імпульсу  $\bar{P}$ . Несуча частота коливань  $\nu$ . Оцініть фундаментальну (тобто, обмежену законами Природи) границю швидкості передачі інформації. Яка буде границя цієї швидкості, якщо довжина частотної смуги яку може сприйняти приймач дорівнює  $B$ ?
4. Для атома мезодейтерія (ядро атома дейтерія, а замість електрона – від'ємний  $\pi$  мезон) не спостерігається реакція  $\pi^- + d \rightarrow n + n + \pi^0$ . Покажіть, що з цього факту виходить, що внутрішня щільність від'ємного та нейтрального  $\pi$  мезонів співпадають та дорівнюють -1.
5. (18) Скалярне поле осцилює в кубічному резонаторі зі стороною  $L$  ( $0 \leq x \leq L, 0 \leq y \leq L, 0 \leq z \leq L$ , координати декартові). На стінках резонатора поле дорівнює нулю. Функціонал дії для поля має вид ( $x^0 = ct$ )

$$S = k \int \left[ \left( \frac{\partial \psi}{\partial t} \right)^2 - (\nabla \psi)^2 - U(x, y, z) \psi^2 \right] dt dV$$

а) Знайдіть найменшу частоту власних коливань, що відповідає трикратному виродженню при  $U \equiv 0$ .

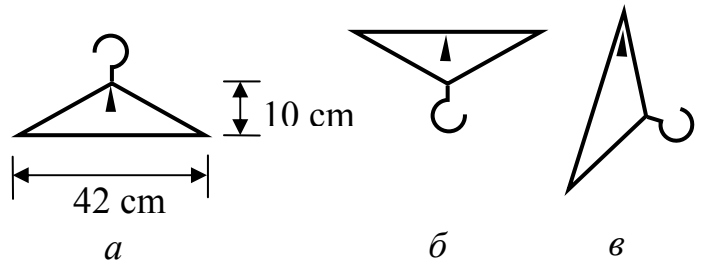
б) Як розщепиться ця частота, якщо

$$U = \frac{U_0}{\pi^{3/2}} \exp \left[ -\frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)^2}{\sigma^2} \right], \quad \mathbf{r}_0 = \left( \frac{L}{4}, \frac{L}{4}, \frac{L}{2} \right), \quad \sigma \ll L$$

де константа  $U_0$  має порядок та розмірність величини  $\sim 1/L$ .

## PHYSTECH-OPEN 2007 Молодші курси

1. Спеціальним чином зроблена дротяна вішалка може коливатися з малою амплітудою у площині рисунку навколо вказаних положень рівноваги. У положеннях а та б довга сторона розташована горизонтально. Дві інші сторони мають однакову довжину. У всіх трьох випадках період коливань один й той самий. Де розташований центр мас, та чому дорівнює період коливань? Жодних даних окрім розмірів, наведених на малюнку, немає, в тому числі розподілу маси по вішалці.



2. На схемі зображено люмінесцентну лампу. На вхід подається змінний струм з частотою 50 Гц. Напруга на клеммах складає  $U = 228,5$  В, повний струм дорівнює  $I = 0.6$  А, напруга на трубці складає  $U' = 84$  В, активний опір реактора (катушки індуктивності) становить  $R_d = 26,3$  Ом. Саму трубку можна вважати активним резистором.

а) Чому дорівнює індуктивність  $L$  реактора?

б) Чому дорівнює зсув фази  $\phi$  між напругою та струмом?

в) Окрім обмеження струму, реактор має іншу важливу функцію. Назвіть та поясніть її. (Підказка: стартер включає в себе контакт, що замикається після ввімкнення лампи, потім розмикається і залишається розімкнутим)

г) Чому лампа має бути запалена лише один раз, хоча прикладений змінний струм регулярно проходить крізь нуль?

д) За твердженням виробника, у схему вказаної люмінесцентної лампи можна ввімкнути конденсатор ємністю близько 4.7 мкФ послідовно з реактором. Як це відіб'ється на роботі лампи і з якою метою це передбачено?

3. У космічний простір запущено зонд вагою 1000 кг. Вважаючи, що усі космічні тіла мають в середньому масу 1030 кг та рухаються з середньою довільно напрямленою швидкістю 10 км/с, визначити середню швидкість зонду за багато років після запуску, якщо він не впаде на якесь космічне тіло.

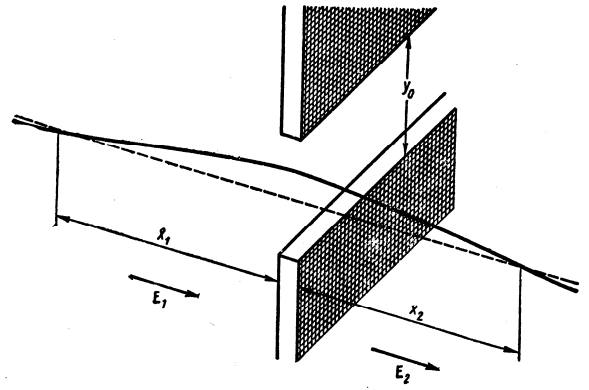
4. Для води при  $T = 27^\circ\text{C}$   $\alpha = 1/V^{-1} \cdot (\partial V / \partial T)_p = 0,00013$  град $^{-1}$ . Визначити зміну температури великої маси води при  $27^\circ\text{C}$ , якщо її переносить течією на глибину 1 км.

5. Дві однорідно заряджені пластини утворюють щілину (див. рис.), довжина якої значно перевищує її ширину  $y_0$  (так звана щілинна лінза). Ліворуч від такої лінзи в області, що не є дуже близькою безпосередньо до отвору, електричне поле майже однорідне і дорівнює  $E_1$ . Відповідно, так само праворуч поле дорівнює  $E_2$ . Жмуток заряджених часток, що мають проекцією швидкості

$v_z = 0$ , сфокусовано на відстані  $x_1$  ліворуч від щілини. Після проходження крізь отвір жмуток знов перетинає вісь  $X$  на відстані  $x_2$  праворуч від щілини. Показати, що є вірним співвідношення

$$1/x_1 + 1/x_2 \approx (E_2 - E_1)/2V_0,$$

якщо  $V_0 \gg E_1 x_1$ ,  $V_0 \gg E_2 x_2$  та  $x_1$  і  $x_2 \gg y_0$ , де  $V_0$  – потенціал, яким прискорюють частки до щілини.



## PHYSTECH-OPEN 2007 Старші курси

1. Грані правильної пологої піраміди рівномірно заряджені з постійною поверхневою густиною заряду  $\sigma$ , довжина ребра піраміди дорівнює  $a$ . Знайти з якою силою розштовхуються грані піраміди?
2. Оцінити, наскільки зміниться кількість теплоти, яка потрібна для нагрівання одиниці об'єму кристалічного кластеру, що складається з кількох сотень атомів, від  $T_1 = 100$  К до температури  $T_2 = \theta/30$  по відношенню до кількості теплоти, що необхідна для такого ж нагріву одиниці об'єму тієї ж речовини нескінченних розмірів, якщо характерний розмір кластеру  $L = 10a$ , де  $a$  - стала ґратки, а  $\theta$  - температура Дебая. Вважати, що збурюються лише об'ємні фонони, а вкладом поверхневих коливань можна знехтувати.
3. Відомо, що електромагнітний імпульс можна загальмувати до швидкості реактивного літака та навіть меншої. Цей ефект можна використати для зберігання інформації, записаної безпосередньо на оптичних приладах. Оцінити швидкість імпульсу електромагнітної хвилі з несучою частотою 1 ГГц, що розповсюджується через середовище із значною дисперсією в даному інтервалі частот. Прийняти, що на частоті 1 ГГц середовище має лінію поглинання Лоренцевої форми із шириною 1,3 МГц. Максимальне значення показника заломлення прийняти 10, мінімальне - 1.
4. В темряві гном потрапляє до великого дуже довгого соленоїду на відстані  $d$  від його осі ( $d \ll R$ , де  $R$  - радіус соленоїда). По соленоїду тече постійний струм. Щоб вибратися з соленоїду, гном дістає компас і починає рухатись в напрямку, який він вказує. Знайти, на яку максимальну відстань віддалиться гном від осі соленоїда. Довжина соленоїда дорівнює  $L$ .
5. Пульсари – космічні джерела радіовипромінювання, що випромінюють періодичні послідовності імпульсів – являють собою нейтронні зірки, що обертаються. При радіусі порядку 10 кілометрів, пульсари зазвичай мають масу порядку сонячної  $10^{33}$  г. Відомо, що нейтрон розпадається за схемою:  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e + Q$ , де  $Q \approx 1.3$  МеВ. Покажіть, що переважна більшість нейтронів, що складають нейтронну зірку, не розпадаються за цією схемою.



## PHYSTECH-OPEN 2008 Молодші курси

1. Дощова крапля масою  $m = 0,2$  г потрапила на скло. Діаметр поверхні скла, яку змочує крапля,  $D = 1$  см. Пропускаючи паралельний жмуток світла (див.рис.), визначили, що світло фокусується на відстані  $F = 3$  см. Визначити товщину краплі  $h$ .
2. Робінзон опинився на безлюдному острові з багатою екзотичною флорою. Він помітив у вологій низині зарості бамбуку, а на схилах пагорбу знайшов каучукові дерева. Море викинуло на берег скриню – серед скарбів знайшлось і два годинника різного розміру. У Робінзона з'явилась мрія зробити зорову трубу, але як?  
  
Складіть для Робінзона інструкцію з виготовлення зорової труби зі схемою, враховуючи, що одне з годинникових скелець мало радіус кривизни 40 см, а інше – 16 см, а достатньої товщини бамбукові стебла були не довше одного метра. Яке збільшення дасть така примітивна труба?
3. Стандартна лампочка на 100 Вт підключена до мережі у 220 В. На скільки зміниться потужність, що споживає лампочка, якщо послідовно до неї приєднати діод? Вольт-амперна характеристика лампочки приведена нижче на графіку.
4. Під час Другої Світової Війни німці почали виготовляти одномоторні гвинтові винищувачі, у яких одне крило було коротше другого. Різниця досягала 0,5 м для висотного винищувача Ta-152. Чим це було викликано (крім бажання економити дефіцитний метал)?
5. Стержень, що спочатку стояв у вертикальному положенні на горизонтальній поверхні, починає падати. Коли кут між вертикаллю та стержнем стає  $\varphi$ , починається проковзування. Знайти коефіцієнт тертя стержня о поверхню  $\mu$ .

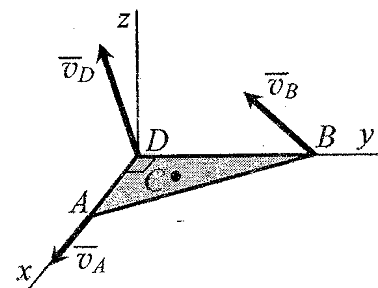
## PHYSTECH-OPEN 2008 Старші курси

1.  $N = 2008^{2008}$  однакових більйардних куль радіуса  $R$  розташовано в просторі вздовж прямої на однакових відстанях  $L$  одна від одної. Першу кулю б'ють так, що вона рухається без обертання під кутом  $\alpha = 1^\circ$  до напрямку осі ланцюжка. Тертя відсутнє, удари між кулями пружні. Визначить, яка доля кінетичної енергії першої кулі буде передана останній,  $N$ -ій кулі.
2. Комісар Жюф піймав Фантомаса і посадив його у клітку зі сталевим дном, дахом та ґратами. Та Фантомас, як завжди, має у запасі супер-прилад, який може охоплювати сталевий прут та нагрівати його, щоб розплавити. Вважаючи, що потужність нагріву 100 Вт, визначити, чи зможе Фантомас розплавити прута, з якого зроблені ґрати. Відомо, що ґратні прутки мають радіус 1 см, а довжину 3 м. Теплопровідність сталі  $\kappa = 50$  Вт/мК, температура плавлення  $T = 1500$  К. Теплопровідність повітря при 400К  $\chi =$  Вт/мК.
3. Ви дивитесь крізь прозору фіранку на ліхтар на протилежній стороні вулиці. Навколо лампи ліхтаря можна побачити кільця, але тільки тоді, коли ви дивитесь крізь фіранку (тобто ви певні, що це не обман зору). Що це? Результат якогось дивного відбиття на волокнах штори чи дифракційна картина? Як перевірити, чи інтерференційну картину ви бачите? (Використовуйте розумні значення розмірів лампи і відстані до ліхтаря).
4. Заряджений  $\rho^+$ -мезон, частка зі спіном 1, розпадається на заряджений  $\pi^+$ -мезон та нейтральний  $\pi^0$ -мезон. Чи може розпастися нейтральний  $\rho^0$  мезон на 2 нейтральних  $\pi^0$  мезона? Спін  $\pi$  мезона - 0.
5. Формула Резерфорда, яка описує розсіяння зарядженої частинки на ядрі є  $d\sigma/d\Omega \sim \sin^{-4}(\Theta/2)$ , де  $\Theta$  - кут розсіяння. Коли  $\Theta \rightarrow 0$  з формули Резерфорда витікає, що  $d\sigma/d\Omega \rightarrow \infty$ . Пояснити це. Чому в експерименті на золотій фользі Резерфорд не отримав цього результату.

## PHYSTECH-OPEN 2009 Молодші курси

1. Як у ясний сонячний день, маючи з собою скляну пляшку з світлого скла, воду та рулетку, визначити показник заломлення води?

2. Трикутна пластина  $ABD$  вільно рухається у просторі. Кут при вершині  $D$  прямий. Відомо також, що  $AD \leq BD$  (значення  $AD$ ,  $BD$  не задані). В деякий момент часу:  $v_A = \vec{v}$ , вектор  $\vec{v}_A$  співнаправлений до осі  $x$ ;  $v_B = v$ , вектор  $\vec{v}_B$  лежить у верхній напівплощині  $yz$ ;  $v_D = \sqrt{2}v$ , вектор  $\vec{v}_D$  лежить у верхньому напівпросторі  $xuz$  (осі координат вказані на малюнку). Найдіть швидкість центру мас пластини. Пластину вважати однорідною.



3. Під час хокейного матчу хокеїст б'є шайбу вздовж борту. Вона спочатку рухається без обертання зі швидкістю  $v_0$ , а потім ковзає вздовж викривленої частини борту, що має форму чверті кола. Тертя ковзання між шайбою та льодом відсутнє, як і тертя кочення, коефіцієнт тертя ковзання між шайбою та бортом дорівнює  $\mu$ . Знайдіть швидкість шайби після проходження викривлення.

4. Точковий заряд  $q$  помістили у середину конденсатора на відстані  $a$  від верхньої пластини та відстані  $b$  від нижньої. Знайти величину наведеного заряду на пластинах конденсатору. Пластини замкнули провідником.

5. У випадку належним чином вулканізованої гумової стрічки повний натяг стрічки  $X$  (добуток напруги на площу перерізу) дорівнює:

$$X = B \cdot T \left\{ \frac{l}{l_0} - [1 + \alpha(T - T_0)] \cdot \left( \frac{l_0}{l} \right)^2 \right\}, \text{ де } l_0 - \text{природна довжина стрічки при } T_0, l - \text{її}$$

дійсна довжина,  $T$  - температура стрічки,  $\alpha$  - коефіцієнт теплового розширення,  $B$  - константа. Визначити зміну температури гумової стрічки  $\Delta T$ , якщо її швидко адіабатично розтягнути від довжини  $l_0$  до довжини, що у  $\lambda$  разів більша. Стрічка спочатку має температуру  $T_0 = 300$  К. Вважати також відомими коефіцієнт  $\alpha = 7 \cdot 10^{-4}$  град $^{-1}$ ,  $C_1$  - теплоємність при сталій довжині та константу  $B$ . Чи існують такі  $\lambda$  за яких зміни температури не відбувається? Якщо так, - розрахуйте ці значення. Накресліть залежність  $\Delta T$  від  $L$ .

## PHUSTECH-OPEN 2009 Старші курси

1. За рахунок якого механізму утворюються хмари? Для відповіді на це питання знайдіть за яким законом змінюється температура з висотою. На якій висоті  $H$  будуть утворюватись хмари якщо на поверхні землі  $T = 20^\circ\text{C}$ , а вологість 60%. Як буде змінюватись температура із подальшим збільшенням висоти (в середині хмари). Теплота пароутворення  $\lambda = 540 \text{ кал/г}$ .
2. Точковий заряд  $q$  помістили у середину конденсатора на відстані  $a$  від верхньої пластини та відстані  $b$  від нижньої. Оцінити силу, що діє на заряд якщо  $a - b = \delta \ll a$ . Конденсатор залишається не замкненим, крайовими ефектами знехтувати.
3. Для передачі оптичної інформації з місяцеходу вирішили використати відеокамеру з системою керування за допомогою сигналів що передаються через радіо з Землі. Перед стартом систему відкалібрували за законом  $N = -\alpha\varphi$ , де  $N$  момент сил що створюється сервоприводом,  $\varphi$  - кут відхилення від бажаного положення,  $\alpha = 10 \text{ н}\cdot\text{м}$ . Коефіцієнт в'язкості демпферної системи  $\mu = 2,5 \text{ н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}$ . Маса камери  $M = 3 \text{ кг}$ . З'ясувати чи буде така система працювати на Місяці.
4. У схемі, що зображена на малюнку нижче, ємність конденсатору  $C$  періодично змінюють на долю  $\varepsilon = |\Delta C|/C$  шляхом механічного переміщення пластин через кожні чверть періоду ( $\Delta t = \pi\sqrt{LC}/2$ ). При певних умовах у схемі можуть збуджуватись незатухаючі коливання. У схему включений нелінійний інерційний елемент – лампа розжарення  $L$ , вольт-амперна характеристика якої, знята на постійному струмі приведена на мал.2. Визначити мінімальне значення  $\varepsilon_{\min}$ , при якому у схемі збуджуються незатухаючі параметричні коливання, якщо  $L = 0.1 \text{ Гн}$ ,  $C = 10^{-7} \text{ Ф}$ . Знайдіть амплітуду встановившихся коливань на лампочці, якщо  $\varepsilon = 3\%$ .

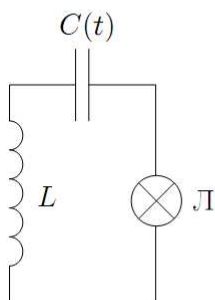


рис. 1

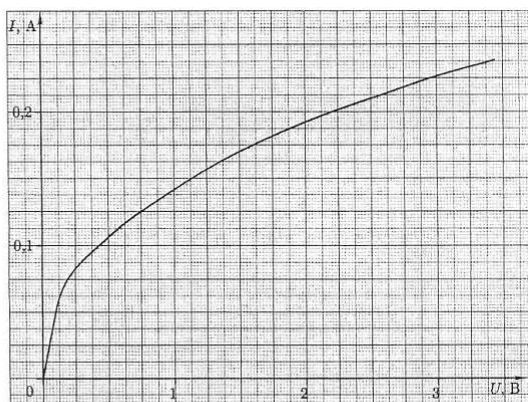


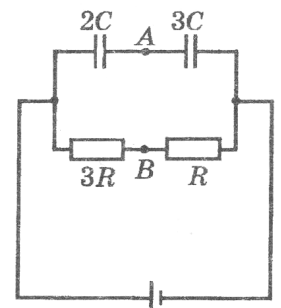
рис. 2

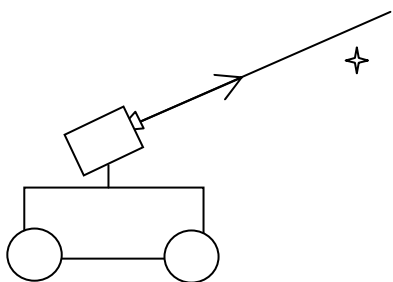
5. Оцінити скільки часу потрібно фотону щоб народившись у центрі Сонця досягнути його поверхні. Вважати механізм пружного розсіяння фотонів томпсонівським (взаємодія з вільними електронами). Заданий переріз

томпсонівського розсіювання  $\sigma_T = 6.65 \cdot 10^{-25} \text{ см}^2$ . Середня густина Сонця, радіус Сонця  $\rho = 1.4 \text{ г/см}^3$ . Сонце на 90 % складається з водню, а на 10% з гелію.

## PHUSTECH-OPEN 2010 Молодші курси

- (5 балів) У зоопарку однієї з бідних азійських країн не змогли придбати справжніх зебр. Тому вирішили перефарбувати пару віслюків. Дітей-відвідувачів на «зебрах» фотографували з відстані 10 метрів за допомогою камери-обскури з вхідним отвором діаметром 1 мм. Фотопластинка в камері-обскурі встановлюється на відстані 10 см від вхідного отвору. Якої найменшої ширини малярну стрічку (визначає інтервал між смугами) треба застосовувати при фарбуванні віслюка, щоб на фотографії він виглядав як справжня смугаста зебра?
- (5 балів) Винахідник стверджує, що йому вдасться отримати від'ємний електричний опір. Він каже: «Розглянемо вертикальний конус, який знаходиться між двома пластинами-провідниками, одна з яких торкається основи конуса, а друга - його вершини. Цей конус має опір  $R$ . Його можна розглядати як послідовно з'єднані опори: верхня та нижня частини конуса. Верхня частина – це також конус удвічі меншої висоти, подібний до вихідного. Неважко показати, що його опір дорівнює  $2R$  (це вірно для будь яких подібних тіл, що мають розмір у два рази менший). Тому опір нижньої частини вихідного конусу дорівнює  $R - 2R = -R$ , тобто нижня частина конусу має від'ємний опір. Чи правий винахідник?
- (10 балів) В деякій точці простору необхідно створити максимально можливу напруженість гравітаційного поля (прискорення вільного падіння), маючи у розпорядженні задану масу речовини сталої густини.
  - Яку форму треба надати тілу з цієї речовини?
  - Як має бути розміщено тіло та точка?
- (5 балів) У колі (див. мал.) внутрішнім опором джерела можна знехтувати, ЕРС джерела дорівнює  $U_0$ . Між точками  $A$  і  $B$  підключають конденсатор ємністю  $C$ . Якого заряду набуде конденсатор?
- (10 балів) Для орієнтації місяцехода на ньому встановлено відеокамеру, яка повинна тримати заданий напрямок на Полярну зірку. Камера являє собою куб зі стороною 20 см та масою 0,3 кг та може обертатись. Керування камерою відбувається з Землі наступним чином: відхилення відеокамери від заданого напрямку  $\phi$  що отримує телеметрична система на Землі, корегується сигналом





який надсилається до місяцеходу. Момент сил двигуна, що рухає камеру, пропорційний до скорегованого кута  $\varphi$ :  $N = -\alpha\varphi$ , де  $\alpha = 10^{-4}$  н.м. Чи буде працювати така система керування, якщо коефіцієнт в'язкості підвіски за допомогою якої камера кріпиться до платформи місяцеходу дорівнює  $\gamma = 2,5 \cdot 10^{-5}$  н.м.с?

## PHUSTECH-OPEN 2010 Старші курси

- (12 балів) Відомо, що середня температура на Землі більша, ніж на Місяці (див. таблиці). Дехто пов'язує це з так званим парниковим ефектом. Оцініть різницю середніх температур Землі та Місяця, вважаючи їх абсолютно сірими тілами (коефіцієнт поглинання не залежить від частоти світла), тобто нехтуючи парниковим ефектом. Чи можна зробити висновок, що "глобальне потепління" на Землі пов'язане з парниковим ефектом?

	Середня температура поверхні		Мінімальна температура поверхні		Максимальна температура поверхні	
	С	К	С	К	С	К
Земля	15	288	-89	184	58	331
Луна	-23	250	-147	126	100	373
Марс	-60	213	-112	161	-8	265

- (4 бали) Точковий заряд  $q$  помістили у середину конденсатора на відстані  $a$  від верхньої пластини та відстані  $b$  від нижньої. Оцінити силу, що діє на заряд якщо  $a - b = \delta \ll a$ . Конденсатор залишається не замкненим, крайовими ефектами знехтувати.
- (10 балів) Ідеальна нерухома однорідна самогравітуюча рідина з густиною  $\rho_0$  займає великий об'єм, межі якого знаходяться далеко від області, що розглядається. У рівновазі тиск та зміни потенціалу компенсують одне одного, тобто рівноважний розподіл тиску  $P = P_0(\vec{r})$  та гравітаційного потенціалу  $\Phi = \Phi_0(\vec{r})$  такі, що  $P_0(\vec{r}) + \rho_0 \cdot \Phi(\vec{r}) = \text{const}$ . За наявності малих збурень густини  $\delta\rho = \rho - \rho_0$  рівняння стану:  $P = P_0(\vec{r}) + c_s^2 \cdot \delta\rho$ , де  $c_s^2 = \text{const}$ . Оцініть просторовий масштаб, більше якого починається нестійкість (тобто збурення більшого масштабу необмежено зростають).

*Примітка.* Гравітаційний потенціал вводиться для поля так само, як і електричний та відповідно задовольняє рівнянню Пуассона  $\Delta\Phi = 4\pi G\rho$ , де  $G$  - гравітаційна стала.

4. (8 балів) У схемі, що зображена на рис.1, ємність конденсатора  $C$  періодично змінюють на долю  $\varepsilon = |\Delta C|/C$  шляхом механічного переміщення пластин через кожні чверть періоду:  $\Delta t = \pi\sqrt{LC}/2$ . При певних умовах у схемі можуть збуджуватись незатухаючі коливання. У схему включений нелінійний інерційний елемент - лампа розжарення  $L$ , вольт-амперна характеристика якої для постійного струму приведена на рис.2.

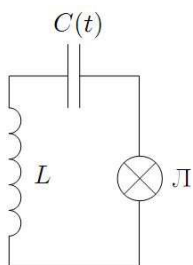


рис. 1

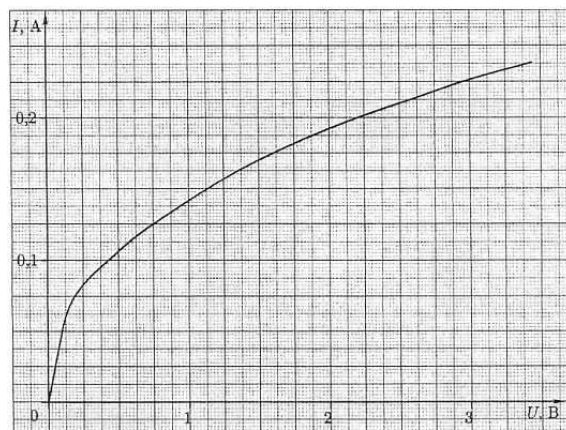


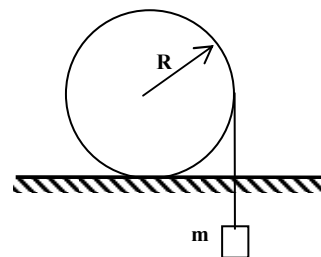
рис. 2

Визначити мінімальне значення  $\varepsilon_{\min}$ , при якому у схемі збуджуються незатухаючі параметричні коливання, якщо  $L = 0.1$  Гн,  $C = 10^{-7}$  Ф. Знайдіть амплітуду коливань, що встановляться на лампочці, якщо  $\varepsilon = 3\%$ .

5. (6 балів) Оцінити час за який фотон, вийшовши із центру Сонця, досягне його поверхні. Вважати механізм розсіяння фотонів томсонівським (розсіяння випромінювання на вільних електронах). Переріз розсіяння фотону на електроні  $\sigma_T = 6.65 \times 10^{-25}$  см<sup>2</sup>, середня густина Сонця  $\rho = 1.4$  г/см<sup>3</sup>, радіус Сонця  $R = 695\,500$  км. Сонце на 10% складається з гелію і на 90% із водню.

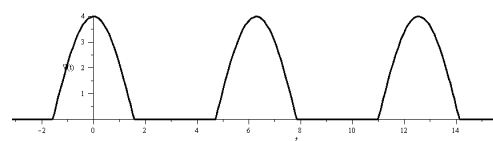
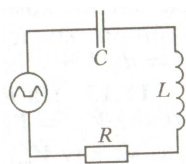
## PHYSTECH-OPEN 2011 Молодші курси

1. На однорідний обруч масою  $M$  намотана невагома нитка, на кінці якої закріплена точкова маса  $m$ . Обруч стоїть на шорсткій поверхні з коефіцієнтом тертя ковзання  $k$ . В початковий момент нитка висить вертикально. За яких умов обруч почне проковзувати, а не котитись, якщо його відпустити з цього положення?

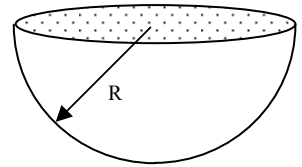


2. Знайдіть дипольний момент на одиницю довжини нескінченно довгого провідного циліндра радіуса  $R$ , що знаходиться у зовнішньому однорідному електричному полі  $E$ , спрямованому перпендикулярно до осі циліндра.

3. Генератор імпульсів, що мають форму обрізаної синусоїди (див. мал.), під'єднаний до коливального контуру  $R, L, C$  з добротністю  $Q = 100$ . Внутрішній опір генератора  $r = 50$  Ом, а амплітуда ЕРС  $V = 100$  В. Знайти максимальне можливе значення амплітуди першої гармоніки струму  $I_1^{\max}$  у контурі, якщо усі вищі гармоніки мають бути подавлені принаймні в 100 разів



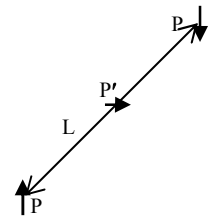
4. Астероїд масою  $M$  та радіусом  $R$  розрізали на дві половинки. З одної половинки зробили космічний хокейний майданчик покривши внутрішню поверхню кригою. Знайти за якою траєкторією буде рухатись шайба по такому полю якщо вона не покидає меж «стадіону» і рухається в площині розрізу.



5. Вертикальний циліндр з адіабатичними стінками розділено рухомим теплопровідним поршнем на дві частини (верхню і нижню) з об'ємами  $V_1$  та  $V_2$ . В кожній частині знаходиться по 1 молу повітря при однаковій температурі  $T$ . Циліндр перевертають до гори ногами. Знайти зміну ентропії в системі, коли вона знов прийде у рівноважне становище. Вважати, що теплоємністю поршня можна знехтувати та різниця об'ємів  $V_1 - V_2$  є невеликою порівняно з  $V_1$  та  $V_2$ .

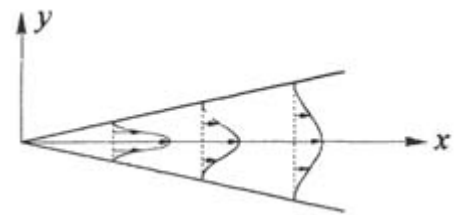
## PHYSTECH-OPEN 2011 Старші курси

1. Знайти яка сила діє на точковий диполь  $\vec{P}'$  розміщений посередині між двома диполями  $\vec{P}$ . Відстань між диполями  $L$ , кут між дипольними моментами та лінією що з'єднує центри диполів дорівнює  $45^\circ$ .



2. Труба діаметром 1 см завдовжки 1 км, пофарбована з середини фарбою, що поглинає все світло.. На один кінець труби падає плоска світлова хвиля з довжиною 500 нм, її напрямок співпадає з віссю труби. Зробіть оцінку долі енергії хвилі, котра потрапила в середину, яка вийде з протилежного боку труби. Чим більша точність оцінки, тим краще.

3. З круглої циліндричної труби з площею поперечного перетину  $S_0$  в напрямку осі Ox у безмежний простір, заповнений в'язкою нестисливою рідиною з густиною  $\rho$  і динамічним коефіцієнтом в'язкості  $\mu$ , витікає зі швидкістю  $v_0$  струмінь такої ж рідини (так званий затоплений струмінь). Відповідно, імпульс, що вносить струмінь за одиницю часу, дорівнює  $J_0 = \rho v_0^2 S_0$ . Розглянувши випадок нескінченно тонкої труби ( $S_0 \rightarrow 0$ ,  $v_0 \rightarrow \infty$ ,  $J_0 = \text{const}$  залишається кінцевим), показати, що відношення швидкості рідини  $v$  в будь-якій точці з координатами  $(x, y)$  перерізу струменя площиною, перпендикулярної осі струменя, до швидкості на осі струменя в цьому перерізі залежить від  $x$ ,  $y$  тільки через їх комбінацію  $y/x$ , тобто:



$$\frac{v(x, y)}{v(x, 0)} = f\left(\frac{y}{x}\right)$$



4. Вільний електрон, що рухається в одновимірному просторі налітає на потенціальний бар'єр. Вважаючи, що коефіцієнти проходження  $t(k)$  та відбивання  $r(k)$  на цьому бар'єрі відомі, розрахувати відповідні коефіцієнти для:
- а) потенціалу з двох таких бар'єрів, що розділені пустим проміжком довжиною  $l$ ;
  - б)  $N$  рівновіддалених бар'єрів.
5. Розгляньте енергетичну зону, у якій енергія електронів для достатньо малих  $k$  має вигляд:

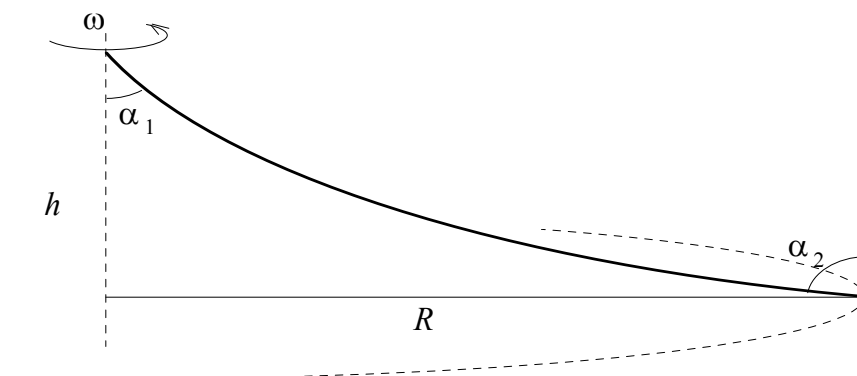
$$\mathcal{E}(\mathbf{k}) = \mathcal{E}_0 + \frac{\hbar^2}{2} \left( \frac{k_x^2}{m_x} + \frac{k_y^2}{m_y} - \frac{k_z^2}{m_z} \right), \quad (*)$$

де  $m_x, m_y, m_z$  — додатні сталі (що може мати місце у випадку кристала з ромбічною симетрією). Знайдіть залежність густини енергетичних рівнів  $g(\mathcal{E})$  електрона від енергії  $\mathcal{E}$  в околі сідлової точки ізоенергетичної поверхні (\*) у випадках:

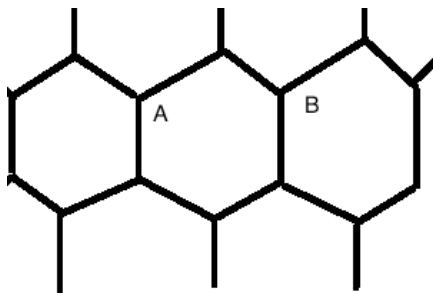
- а)  $\mathcal{E} > \mathcal{E}_0$
- б)  $\mathcal{E} < \mathcal{E}_0$

## PHYSTECH-OPEN 2012 Молодші курси

1. (10 балів) Гнучка мотузка довжиною  $l$  обертається навколо вертикальної осі зі сталою кутовою швидкістю  $\omega$  так, що кожна її точка описує горизонтальне коло. Верхній кінець мотузки закріплений, нижній описує коло радіусом  $R$ . Відстань по вертикалі між її кінцями  $h$ . Визначити кути, які утворюють з вертикаллю кінці мотузки. Вважати, що мотузка знаходиться в вертикальній площині.

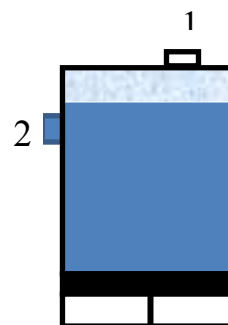


2. (10 балів) Оболонка полого тетраедра заряджена з постійною поверхневою густиною  $\sigma$ . Знайти силу, що діє на одну грань тетраедра, якщо довжина його ребра дорівнює  $a$ .
3. (10 балів) Відомо, що навіть під товстим шаром антарктичного льоду можуть існувати озера. Оцініть критичну товщину шару льодовика, під яким ще може бути озеро, та температуру води в такому озері. При розрахунках вважайте, що температура на поверхні льодовика  $-60^\circ\text{C}$ , коефіцієнт теплопровідності льоду  $2.5 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$ , геотермальний тепловий потік  $75 \text{ мВт/м}^2$ , питомі об'єми льоду і води –  $1,1 \text{ г/см}^3$  та  $1,0 \text{ г/см}^3$ , відповідно.
4. (10 балів) Теорія гравітаційного диференціювання пояснює нагрівання планети під час її створення за рахунок гравітаційної енергії, коли більш важкі елементи формують ядро планети, а більш легкі – оболонку. Розгляньте такий процес для двокомпонентної планети, яка складається з  $3 \cdot 10^{24} \text{ кг}$  заліза та  $3 \cdot 10^{24} \text{ кг}$  оксиду кремнію. Спочатку елементи розпорошені по планеті рівномірно. Вважаючи планету кулею, знайти на скільки градусів підвищиться температура планети в кінці процесу. Густина заліза  $7,874 \text{ г/см}^3$ , питома теплоємність  $444 \text{ Дж/кг}\cdot\text{К}$ , а оксиду кремнію –  $2,65 \text{ г/см}^3$  та  $750 \text{ Дж/кг}\cdot\text{К}$ , відповідно. Як впливає на процес обертання планети? При якій початковій частоті обертання результат зміниться на  $1\%$ ?
5. (10 балів) Знайти опір між вузлами А та В нескінченної правильної шестикутної ґратки, якщо опір одного з'єднання дорівнює  $1 \text{ Ом}$ .



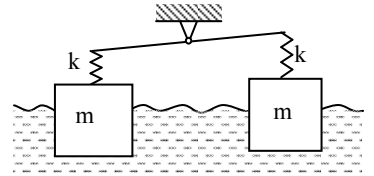
## PHYSTECH-OPEN 2012 Старші курси

1. (10 балів) В ракетах, що працюють на рідкому паливі, в якості окиснювача використовують рідкий кисень (РК). Він знаходиться у баках з теплопровідними стінками, які підтримують при постійній температурі, що дорівнює температурі кипіння РК при атмосферному тиску, а саме  $-183^\circ\text{C}$ . Бак майже повністю заповнений рідким киснем, але в ньому є невеличкий прошарок кисневої пари (див. рис.). На баку є два клапани: 1 – для травлення пари та 2 – для подачі РК до двигуна



ракети. Клапани відрегульовані на тиск 1 атм. Що трапиться, якщо підняти робочий тиск до 2 атм. (відповідно відрегулювавши клапани) та при цьому а) - понизити температуру? б) - не змінювати температуру? в) - підвищити температуру? Яку температуру слід підтримувати, щоб двигун справно працював при новому тиску? Для кисню питома теплота випаровування дорівнює  $q = 213$  кДж/кг. При розрахунках питомим об'ємом рідкого кисню можна знехтувати в порівнянні з питомим об'ємом його газоподібного стану.

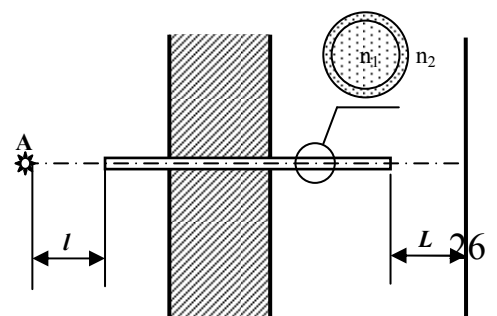
2. (10 балів) Два поплавці, кожен масою  $m$ , закріплені за допомогою легких пружин жорсткістю  $k$  до кінців балки довжиною  $L$  та масою  $M$ , що посередині шарнірно закріплена на опорі без тертя. В початковому положенні поплавці занурені у воду таким чином, що обидві пружини є не стисненими. Знайти нормальні моди коливань цієї системи, якщо поплавці зроблені у формі кубів зі стороною  $a$ .



3. (10 балів) Замкнена тонка металева оболонка уявляє собою напівсферу з радіусом 1 м та диск того ж радіуса. Всередині оболонки на відстані 0,1 мм від центру диска знаходиться точковий заряд  $q = 1$  нКл. Знайдіть розподіл густини заряду на поверхні оболонки, якщо вона заземлена.
4. (10 балів) Потенціал взаємодії між атомами певної молекули можна записати у вигляді потенціалу Морзе:  $U(r) = D[1 - \exp(-\beta r)]^2 - D$ , де  $\beta = 0,51 \cdot 10^8$  см<sup>-1</sup>, а  $D = 4,75$  еВ (1 еВ становить  $1,2398 \cdot 10^{-4}$  см<sup>-1</sup>). Що можна сказати про обертальне квантове число  $l$  цієї молекули, якщо відома її повна енергія  $E_{n,l} = -4$  еВ, а спіно-орбітальна взаємодія нехтовно мала?
5. (10 балів) Простір між дзеркалами інтерферометра Фабрі – Перо заповнено чистим ацетоном ( $n = 1,36$ ). Паралельно до дзеркал створюється магнітне поле, завдяки якому ацетон стає оптично анізотропним (ефект Коттона – Муттона):  $n_e - n_o = \lambda C H^2$ , де  $C = 5,94 \cdot 10^{14}$  м/А<sup>2</sup>. Інтерферометр освітлюється монохроматичним жмутком неполяризованого світла ( $\lambda = 578$  нм). Його роздільна здатність  $R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN = 10^8$ , де  $N$  – ефективна кількість інтерферуючих променів. Оцінити мінімальну величину напруженості поля, при якій на виході інтерферометра буде спостерігатися майже повністю лінійно поляризоване світло.

## 1-й етап Всеукраїнської студентської олімпіади 2013

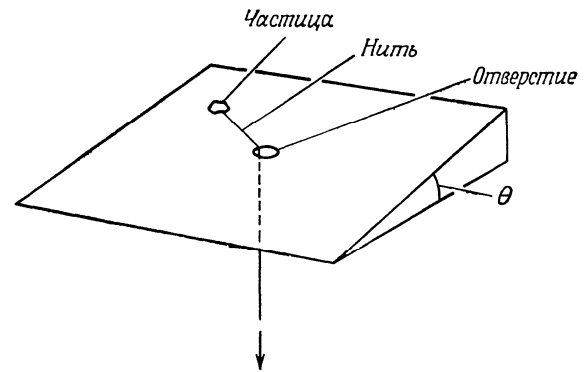
1. (10 балів) Світло від точкового джерела А виводять крізь непрозору стінку за допомогою світловоду – тонкої прозорої палички з радіусом перерізу  $R$ ; внутрішня частина палички з радіусом  $r$  ( $R - r \ll r$ ) зроблена з



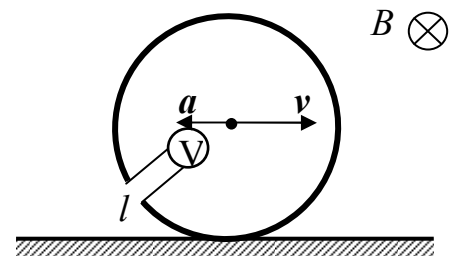
матеріалу з показником заломлення  $n_1$ , а зовнішня оболонка – з матеріалу з показником заломлення  $n_2 < n_1$ . Визначте діаметр світлової плями на екрані, що розміщено на відстані  $L$  від правого торця світловоду. Джерело світла знаходиться поблизу центра лівого торця світловоду. Як зміниться діаметр плями, якщо джерело змістити вздовж осі світловоду на відстань  $l$  від торця?

2. (10 балів) Досліджуючи щойно відкриту планету, що має форму кулі радіуса  $R = 6400$  км та вкриту по всій поверхні океаном глибиною  $H = 10$  км зі звичайної води, вчені встановили, що прискорення вільного падіння залишається с великим ступенем точності сталим при зануренні в океан на різні глибини. Визначте за допомогою цих даних прискорення вільного падіння на планеті. Гравітаційна стала  $G = 6,76 \cdot 10^{-11} \text{ м}^2/\text{кг}^2$ .

3. (10 балів) На шорсткій площині, що нахилена під кутом  $\theta$  ( $\text{tg } \theta = \mu$ , де  $\mu$  – коефіцієнт тертя), розміщена частинка. Частинка закріплена на нитці, що проходить крізь невеликий отвір в похилій площині. Нитку дуже повільно підтягують, і можна вважати, що частинка весь час знаходиться майже в статичній рівновазі. Визначити траєкторію частинку на похилій площині.



4. (10 балів) У магнітному полі, індукція якого горизонтальна і дорівнює  $B$ , котиться без проковзування тонкий металевий обруч радіуса  $R$ , у якому є невеличкий розріз довжиною  $l$ . До кінців цього розрізу під'єднаний цифровий вольтметр, який висвітлює миттєве значення напруги. Вважати, що магнітне поле завжди перпендикулярне до площини обруча.



Визначити залежність показань вольтметра  $U$  від пройденої обручем відстані  $S$  (початкову точку руху вибрати довільно). Розглянути два випадки:

- швидкість  $v$  постійна на всьому русі;
- прискорення  $a$  постійне на всьому русі, а початкова швидкість дорівнює  $v_0$ .

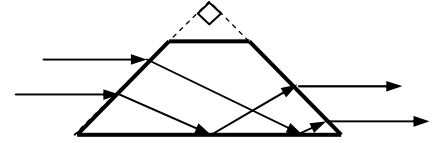
## 1-й етап Всеукраїнської студентської олімпіади 2014

1. (10 балів) Пролітаючи над річкою, ворона побачила у воді каністру та сіла на неї передохнути. Коли ворона зробила посадку, каністра погрузилася у воду рівно наполовину. Розміри каністри: 24 см - ширина, 40 см - довжина та 8 см - висота. Коли ворона обережно підійшла к середині коротшого краю каністри,

то вона опинилась на одному рівні з поверхнею води. При цьому каністра продовжувала плавати. Оцінити масу ворони.

2. (10 балів) У провіднику просвердлено тонкий вертикальний канал, вздовж якого рухається позитрон. Знайти прискорення позитрону, якщо провідник знаходиться на поверхні Землі.

3. (10 балів) Для обернення зображення часто використовують так звану призму Дове - зрізану прямокутну рівнобічну призму. Показати, що повне внутрішнє відбиття паралельного основі світлового пучка від основи призми відбувається за будь-якого значення показника заломлення матеріалу призми.



4. (10 балів) Газонна поливалка уявляє собою вертикальну трубу, на яку насаджено горизонтальну S-образну трубку відкриту з обох боків, яка може обертатись у горизонтальній площині. Вода подається вгору по вертикальній трубці зі швидкістю  $V$ . Потім вона попадає у горизонтальну S-образну трубку з вдвічі меншим перерізом і виходить з обох її кінців (малюнок на дошці). Знайти з якою усталеною кутовою швидкістю  $\omega$  буде обертатись S-образна трубка, якщо відстань від середини трубки до кінчика складає  $R$ , а кут скривлення трубки  $\alpha$  (див малюнок).

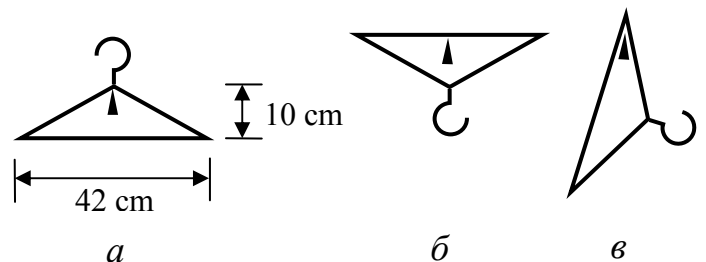
5. (10 балів) Показати, що у випадку, якщо квазі-імпульс фононів зберігається (тобто  $\sum \vec{k} \cdot n(\vec{k}) = const$ ), то при відсутності градієнта температур, розподіл фононів по станах буде мати вигляд  $n(\vec{k}) = \frac{1}{e^{\frac{\hbar \omega(\vec{k}) - \vec{w} \cdot \vec{k}}{k_B T}} - 1}$ , де  $\vec{w}$  - деякий сталий

вектор.

## 1-й етап Всеукраїнської студентської олімпіади 2015

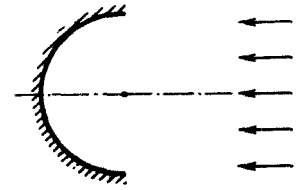
1. (10 балів) Знайти моменти інерції кубу відносно осей, що проходять крізь центр мас кубу в площині двох його діагоналей під кутами  $85^\circ$  та  $-5^\circ$  до однієї з діагоналей відповідно. Маса кубу –  $M$ , довжина ребра –  $a$ .

2. (10 балів) Вішалка може коливатися з малою амплітудою у площині рисунку навколо вказаних положень рівноваги. У положеннях  $a$  та  $b$  довга сторона розташована горизонтально. Дві інші сторони мають однакову довжину. У всіх трьох випадках період коливань один й той самий. Де розташований центр мас,

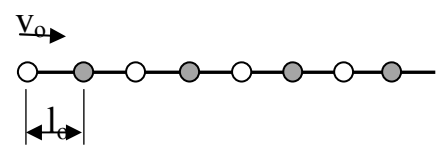


та чому дорівнює період коливань? Жодних даних окрім розмірів, наведених на малюнку, немає, в тому числі розподілу маси по вішалці.

3. (10 балів) Дзеркало у формі напів-сфери помістили у широкий пучок світла, що іде паралельно вісі симетрії дзеркала. Знайти максимальний кут між променями у відбитому пучку (кут розходження). Як зміниться відповідь якщо всередині дзеркала буде знаходитись скляна сфера такого самого радіуса з показником заломлення  $n = 2$ .

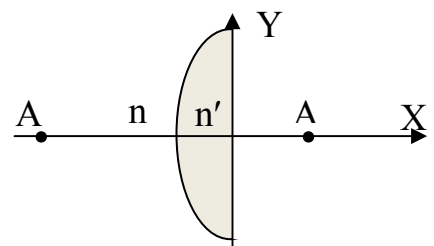


4. (10 балів) Визначити силу струму  $I$  у стовпі газового розряду діаметром  $D = 6$  см, яка необхідна для того, щоб електрони зі середньою швидкістю хаотичного руху, що відповідає температурі  $T = 10^6$  К, не змогли віддалятися від поверхні стовпа більш ніж на відстань  $r = 20$  мкм. Таким способом можна затримувати частку «гарячих» електронів, що намагаються втікати з області розряду. Тому цей спосіб отримав назву «магнітної термоізоляції».
5. (10 балів) На весь напівнескінченний гладкий стержень надіто намисто, яке має два типа кульок, що розташовані по черзі: непарні мають масу  $m$ , а парні масу  $m + \delta m$ . Маса непарних та парних кульок відрізняються дуже мало:  $\delta m \ll m$ . В деяку мить, коли всі кульки були у спокої на відстані  $l_0$  одна від одної, першу кульку штовхають зі швидкістю  $v_0$  у бік другої кульки (див. рисунок). Розрахувати час, за який найшвидша з кульок буде мати швидкість меншу за  $3v_0/4$ . Всі удари кульок вважати абсолютно пружними.



## 1-й етап Всеукраїнської студентської олімпіади 2016

1. (10 балів) Майстер Джапетто виготовив для Піноккіо ковпак з тонкої бляхи. Ковпак має форму конуса, його висота  $H = 20$  см, кут при вершині  $\alpha = 60^\circ$ . Чи буде цей ковпак утримуватись на голові у Піноккіо, якщо ця голова – гладенька куля діаметром  $D = 15$  см?
2. (10 балів) Картезіанський овал - це крива такої форми, при якій заломлююча оптична поверхня, що виходить від його обертання відносно осі симетрії - анабераційна, тобто, коли світлові промені від точкового джерела, розташованого в заданій точці оптичної осі, збираються в одну точку з променями, які пройшли через віддалені від осі частини поверхні і, внаслідок чого, оптичним зображенням точки (A) є не пляма, як при наявності аберації, а точка (A').



Отримати рівняння Картезіанського овалу у декартових координатах  $XU$ , де вісь  $X$  співпадає з оптичною віссю, для двох середовищ з показниками заломлення  $n$  та  $n'$ .

3. (10 балів) Міжгалактичний простір, що має речовину у кількості 1 протон на  $1 \text{ м}^3$ , пронизано постійним магнітним полем  $B = 2 \cdot 10^{-10} \text{ Тл}$  та реліктовим випромінюванням з температурою  $3 \text{ К}$ . Визначити відношення густин енергій реліктового випромінювання, постійного магнітного поля та енергії спокою речовини.

Оцінити гравітаційний радіус Всесвіту з зазначеною густиною матерії та виразити його у світових роках.

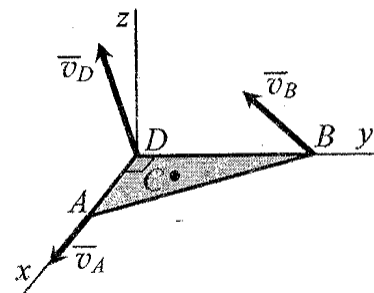
*Примітка:* Гравітаційний радіус, або радіус Шварцшильда, - це критичний радіус сферичного об'єкта, при якому він перетворюється у чорну діру під дією власної маси.

4. (10 балів) Пучок  $\alpha$ -частинок у досліді Резерфорда падає на тонку фольгу. При цьому невелика частка падаючих частинок відбиваються назад, втрачаючи при цьому частину своєї кінетичної енергії. При детальному дослідженні таких частинок виявилось, що деякі з них втратили  $7,8 \%$  своєї початкової енергії, а інші –  $13,8 \%$  початкової енергії. Дайте обґрунтоване пояснення результату досліду.
5. (10 балів) Для дослідження властивостей нелінійного резистора було проведено такі досліди. Спочатку дослідили залежність опору резистора від температури. При збільшенні температури до  $t_1 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$  миттєво відбувався стрибок опору від  $R_1 = 50 \text{ Ом}$  до  $R_2 = 100 \text{ Ом}$ , при охолодженні зворотній стрибок відбувався при  $t_2 = 99 \text{ }^\circ\text{C}$ . У наступному дослідженні встановили, що при прикладанні до резистора постійної напруги  $U_1 = 60 \text{ В}$ , він нагрівається до температури  $t_3 = 80 \text{ }^\circ\text{C}$ . Нарешті, коли до резистора приклали постійну напругу  $U_2 = 80 \text{ В}$ , у колі виникли спонтанні коливання сили струму. Температура повітря в лабораторії залишалась сталою і дорівнювала  $t_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Тепловіддача від резистора прямо пропорційна різниці температур резистора та навколишнього середовища, теплоємність резистора  $C = 3 \text{ Дж/К}$ . Визначте період  $T$  цих коливань та мінімальне і максимальне значення сили струму.

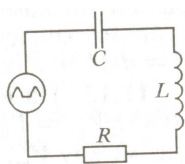
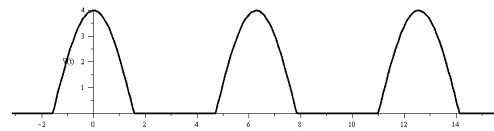
## 1-й етап Всеукраїнської студентської олімпіади 2017

1. (10 балів)  $N = 2017^{2017}$  однакових більярдних куль радіуса  $R$  розташовано в просторі вздовж прямої на однакових відстанях  $L < 4R$  одна від одної. Першу кулю б'ють так, що вона рухається без обертання під кутом  $\alpha = 1^\circ$  до напрямку осі ланцюжка. Тертя відсутнє, удари між кулями пружні. Визначить, яка доля кінетичної енергії першої кулі буде передана останній,  $N$ -ій кулі

2. (10 балів) Трикутна пластина  $ABD$  вільно рухається у просторі. Кут при вершині  $D$  прямий. Відомо також, що  $AD \leq BD$  (значення  $AD$ ,  $BD$  не задані). В деякий момент часу:  $|\vec{v}_A| = \vec{v}$ , вектор співнаправлений до осі  $x$ ;  $|\vec{v}_B| = \vec{v}$ , вектор  $\vec{v}_B$  лежить у верхній половині площини  $yz$ ;  $|\vec{v}_D| = \sqrt{2}\vec{v}$ , вектор  $\vec{v}_D$  лежить у верхньому напівпросторі  $xuz$  (осі координат вказані на малюнку). Найдіть швидкість центру мас пластини. Пластину вважати однорідною.



3. (10 балів) Генератор імпульсів, що мають форму обрізаної синусоїди (див. мал.), під'єднаний до коливального контуру  $R, L, C$  з добротністю



$Q = 100$ . Внутрішній опір генератора  $r = 50$  Ом, а амплітуда ЕРС  $V = 100$  В. Знайти максимальне можливе значення амплітуди першої гармоніки струму  $I_1^{\max}$  у контурі, якщо усі вищі гармоніки мають бути подавлені принаймні в 100 разів.

4. (10 балів) Вертикальний циліндр з адіабатичними стінками розділено рухомим теплопровідним поршнем на дві частини (верхню і нижню) з об'ємами  $V_1$  та  $V_2$ . В кожній частині знаходиться по 1 моль повітря при однаковій температурі  $T$ . Циліндр перевертають до гори ногами. Знайти зміну ентропії в системі, коли вона знов прийде у рівноважне становище. Вважати, що теплоємністю поршня можна знехтувати та різниця об'ємів  $V_1 - V_2$  є невеликою порівняно з  $V_1$  та  $V_2$ .

5. (10 балів) У зоопарку однієї з бідних азійських країн не змогли придбати справжніх зебр. Тому вирішили перефарбувати пару віслюків. Дітей-відвідувачів на «зебрах» фотографували з відстані 10 метрів за допомогою камери-обскури з входним отвором діаметром 1 мм. Фотопластинка в камері-обскурі встановлюється на відстані 10 см від входного отвору. Якої найменшої ширини малярну стрічку (визначає інтервал між смугами) треба застосовувати при фарбуванні віслюка, щоб на фотографії він виглядав як справжня смугаста зебра?





## 1-й етап Всеукраїнської студентської олімпіади 2018

1. (5 балів) Чи можна щось побачити крізь дві суміжні грані скляного куба, якщо показник заломлення  $n = 1,5$ ? При якому максимальному показнику заломлення речовини куба це можливе?



2. (10 балів) Санчата скочуються з ввігнутої гірки, яку можна вважати за чверть кола. Оцінити, при якому коефіцієнті тертя санчата доїдуть до підніжжя гірки?
3. (10 балів) На довгому тонкому зарядженому дроті, що розташований паралельно до поверхні горизонтальної металевої пластини на висоті  $H$  від неї, сидять два комарі, які можуть літати тільки вздовж силових ліній електричного поля. На якій відстані один від одного приземляться комарі на пластину, якщо вони вдвох стартують з однієї точки у протилежних напрямках в горизонтальній площині?
4. (10 балів) Оцінити відношення потоків нейтрино та фотонів на поверхні зірки, в якій відбувається перетворення водню у гелій. Нейтрино виникають у реакції:  $p + p \rightarrow D + e^+ + \nu_e$ , де  $p$  - це протон,  $D$  - ядро дейтерію,  $e^+$  - позитрон, а  $\nu_e$  - нейтрино. Вважати, що при синтезі одного ядра гелію виділяється 24,68 MeV енергії, з якої 0,42 MeV припадає на енергію нейтрино, а інша перетворюється у електромагнітне випромінювання. Горіння зірки стаціонарне, а температуру на її поверхні  $T = 5000$  K.
5. (10 балів) Довгу горизонтальну щілину в акваріумі заткнули еліптичним циліндром так, що скло акваріума ділить його навпіл (див. Рис.). Нехтуючи товщиною скла, знайти момент сил, який створює дія води на циліндр, відносно його центральній горизонтальній осі  $OK$ . Розміри циліндра  $a$ ,  $b$  и  $c$  відомі, густина води  $\rho$ .

