

Тема 10. Управління спектральним складом випромінювання лазера.

Лекція 10.

Принцип управління довжиною хвилі лазерного випромінювання.
Характеристики перебудови частоти випромінювання лазера.
Енергетичні характеристики лазера з довжиною перебудованої хвилі.

Одним з важливих параметрів лазерного випромінювання є його спектральний склад. Раніше встановлено, що спектр генерації лазера залежить від режиму генерації, просторової структури полів і характеру уширення смуги люмінесценції робочого переходу активного середовища.

Принцип управління довжиною хвилі лазерного випромінювання.

Лазер у звичайних умовах випромінює в області довжини хвилі максимуму смуги люмінесценції. Тому прямий шлях перебудови довжини хвилі генерації – змінити положення максимуму смуги люмінесценції. (рис. 1). Такий метод реалізується, наприклад, для напівпровідникових лазерів. В них максимум смуги люмінесценції зміщується при зміні температури, накладанні електричного поля чи при створенні в кристалі пружних напружень. Окрім того, в змішаних напівпровідниках є сильна залежність довжини хвилі генерації від складу кристала. Але такий спосіб управління довжиною хвилі генерації не вирішує завдання у випадку лазерів, які працюють на атомних і молекулярних переходах. оскільки характеристики переходу слабо реагують на зовнішні дії. У цьому випадку використовується інша можливість – управління спектральними властивостями резонатора лазера, тобто використання резонатора, добротність якого залежить від довжини хвилі випромінювання. Такий резонатор називають дисперсним (мається на увазі спектральна залежність у масштабі, набагато більшому, ніж міжмодовий інтервал. У цьому випадку частота випромінювання визначається формою смуги люмінесценції (λ та λ') і спектральною залежністю втрат (α та α'), див. рис. 2.

Для реалізації дисперсного резонатора використовується велика кількість спектральних селекторів. Серед них відмітимо інтерферометр Фабрі-Перо і фільтр Ліо. Властивості інтерферометра Фабрі-Перо були розглянуті в попередніх лекціях. Фільтр Ліо працює на основі

інтерференції поляризованих променів. Він складається з двопротенезаломлюючого кристала 1 і поляризаторів 2 (рис. 3). Оптична вісь кристала 1 розташована під кутом до площини поляризації, яка встановлюється поляризаторами 2. В результаті хвиля, яка увійшла у кристал, розщеплюється на дві хвилі: звичайну і незвичайну, які розповсюджуються з різними швидкостями. На виході з кристала ці хвилі отримують різний набіг фази і, інтерферуючи, утворюють еліптично поляризовану хвилю. В залежності від частоти падаючого світла орієнтація еліпса буде змінюватися, тому що різниця фаз визначається як:

$$\Delta\varphi = 2\pi(n_0 - n_e)d / \lambda \quad (1)$$

де n_0 та n_e - показники заломлення для звичайної і незвичайної хвиль; d - товщина кристала 1 (рис. 3). Нехай для визначеності обидва поляризатора зорієнтовані однаковим чином. Тоді умовою максимального пропускання буде:

$$\Delta\varphi = k\pi, \text{ де } k = 1, 2, \dots \quad (2)$$

Отже, фільтр Ліо має нескінченне число максимумів пропускання з періодом:

$$\Delta\nu = \frac{1}{(n_0 - n_e)d} \quad (3)$$

Зробимо оцінки: якщо кристал 1 виготовлений з ісландського шпату товщиною 1 см, то $n_0 - n_e = 0.17$ і $\Delta\nu \approx 6\text{см}^{-1}$. У випадку застосування кристалічного кварцу: $(n_0 - n_e = 0.01)\Delta\nu = 100\text{см}^{-1}$.

Спектральна залежність пропускання фільтра Ліо чисто синусоїдальна, так як в ньому, на відміну від інтерферометра Фабрі-Перо, інтерференція двопротенева.

Наявність нескінченного числа максимумів пропускання у розглянутих селекторах у багатьох випадках є великим недоліком, оскільки при перебудові їх максимумів пропускання по довжині хвилі діапазон зміни частоти генерації обмежений. Це тому, що при зміщенні на один період функції пропускання частота випромінювання

залишається сталою. Тому для широкодіапазонної перебудови необхідно використовувати елементи, які мають один максимум пропускання. Таку властивість має резонатор лазера, в якому є елемент з кутовою дисперсією за частотою (в різних напрямках розповсюджуються хвилі з різними частотами). До такого роду елементів відносяться дифракційні ґратки і призми. Встановлення їх в резонаторі (**рис. 4**) призводить до того, що для випромінювання однієї хвилі резонатор виявляється з'юстованим, а для всіх інших довжин хвиль – ні. Роз'юстування дзеркал резонатора веде до зростання його втрат, а, отже, до зростання порога генерації. В результаті для резонаторів, зображених на **рис. 4**, їх втрати залежать від частоти, маючи мінімум на довжині хвилі, яка відповідає з'юстованому положенню дзеркал. Якщо повернути дзеркало (**рис.4а**) навколо вісі, перпендикулярній до площини рисунка, то резонатор виявиться з'юстованим на іншій довжині хвилі. Та ж картина виходить при подібному повороті ґратки (**рис. 4б**). Резонатори, зображені на **рис. 4а і б**, мають лише один мінімум втрат і в них, в принципі, можна виконати широкодіапазонну перебудову довжини хвилі.

Характеристики перебудови частоти випромінювання лазера.

Розглянемо детальніше умови перебудови частот випромінювання лазера. Припустимо, що форма смуги підсилення описується квадратичною функцією:

$$\alpha(\nu) = \alpha_0 \left[1 - \left(\frac{\nu - \nu_0}{\delta} \right)^2 \right] + \bar{\alpha}_0 \quad (4)$$

де $\bar{\alpha}_0$ - коефіцієнт підсилення реальної смуги люмінесценції на її напіввисоті (при $\nu - \nu_0 = \delta$, де δ - напівширина смуги люмінесценції), а закон зміни втрат для дисперсного резонатора:

$$\gamma(\nu) = \gamma_0 \left[1 + \left(\frac{\nu - \nu_1}{\Delta} \right)^2 \right] \quad (5)$$

Δ - величина „відстрочки” від частоти максимуму втрат, при якій вони зростають від мінімальних вдвічі. Підкреслимо, що залежність (4) добре описує як випадок лоренцового, так і гаусового контура смуги

люмінесценції до рівня напіввисоти. Залежність (5) повністю відповідає експериментальній для оптично-активного середовища і резонатора з кутовою дисперсією.

Частота випромінювання лазера практично у всіх режимах його генерації визначається лінійним етапом розвитку поля в резонаторі. При цьому центр ваги спектра випромінювання співпадає з частотою, на якій першою починає виконуватись порогова умова (рис. 5). Отже частота генерації визначається з умови:

$$\alpha(\bar{\nu}) = \gamma(\bar{\nu}) \quad (6)$$

Використовуючи вирази (4) і (5), отримаємо рівняння для визначення частоти генерації:

$$\omega^2 - 2\omega \frac{\omega_0 + \omega_1 \varepsilon}{1 + \varepsilon} - \frac{\theta}{1 + \varepsilon} + \frac{\omega_0^2 + \omega_1^2 \varepsilon}{1 + \varepsilon} = 0 \quad (7)$$

де введені позначення:

$$\omega = \nu / \delta, \quad \theta = (\bar{\alpha}_0 + \alpha_0 - \gamma) / \alpha_0, \quad \varepsilon = \gamma_0 \delta^2 / \alpha_0 \Delta^2$$

Розв'язком рівняння (7) є 2 корені, але нас цікавить випадок, коли вони вироджуються в один. Цей випадок відповідає перетворенню в нуль детермінанта рівняння (7). В результаті отримаємо рівняння:

$$\tilde{\omega} = (\omega_0 + \omega_1 \varepsilon) / (1 + \varepsilon) \quad (8)$$

$$\omega_0 - \omega_1 = \pm \sqrt{\theta(1 + \varepsilon) / \varepsilon} \quad (9)$$

де $\tilde{\omega} = \tilde{\nu} / \delta$. З (8) визначимо частоту генерації. з (9) – величину порогового коефіцієнта підсилення. Підставляючи (9) в (8), отримаємо:

$$\tilde{\omega} = \omega_0 \mp \sqrt{\theta \varepsilon} / (1 + \varepsilon) \quad (10)$$

Розглянемо два граничних випадки.

1. $\delta \gg \Delta$ - ширина смуги люмінесценції значно більша ширини кривої втрат. При цьому $\varepsilon \rightarrow \infty$, і, отже, $\tilde{\omega} = \omega_1$:

$$\frac{\bar{\alpha}_0 + \alpha_0 - \gamma_0}{\alpha_0} = \frac{(\nu_0 - \tilde{\nu})^2}{\Delta^2}.$$

Таким чином, частота генерації співпадає з частотою мінімуму втрат резонатора, а порогів коефіцієнт підсилення зростає у відповідності з формою смуги підсилення.

2. $\delta \ll \Delta$ - ширина смуги люмінесценції значно менша ширини кривої втрат. $\varepsilon \rightarrow 0$, і, отже, $\tilde{\omega} = \omega_0$, а:

$$\frac{\bar{\alpha}_0 + \alpha_0 - \gamma_0}{\gamma_0} = \frac{(\nu_0 - \nu_1)^2}{\Delta^2},$$

тобто порогів коефіцієнт підсилення змінюється у відповідності з формою кривої втрат, частота ж випромінювання залишається на максимумі смуги підсилення.

В загальному вигляді з виразу (8) випливає, що частота генерації не є лінійною функцією частоти настроювання ω_1 , оскільки ε_1 є також функцією ω_1 . В залежності від співвідношення величин Δ і δ ($\aleph = \Delta / \delta$) отримуємо різні перебудовні криві (рис. 6), поряд з кривими вказане значення \aleph . Видно, що чим ширший контур кривої втрат (чим більше \aleph), тим більше частота генерації (ω_2) відрізняється від частоти настроювання резонатора (ω_1). Зрозуміло, що при цьому в міру перебудови на частоті генерації зростають втрати, і спадає ККД лазера.

Енергетичні характеристики лазера з довжиною перебудованої хвилі.

Припустимо, що дисперсійний резонатор має смугу Δ , значно вужчу, ніж однорідно-уширена смуга підсилення δ активного середовища, тобто $\Delta \ll \delta$. Цей випадок дуже важливий для практики, тому що відповідає максимально можливому ККД і найкращій перебудові довжини хвилі. Якщо лазер працює в стаціонарному режимі, то потужність його випромінювання визначається виразом:

$$\bar{m} = W - W^{(n)} \tag{11}$$

але

$$W^{(n)} = [g(\nu)]^{-1} \tag{12}$$

де $g(\nu)$ - форма смуги люмінесценції, причому $g(\nu_0) = 1$ і враховано, що на частоті максимуму $W^{(n)} = 1$. Отже при фіксованому накачуванні W в процесі перебудови на крилі смуги люмінесценції буде спадати потужність генерації лазера за законом:

$$\bar{m}(\nu) = W - [g(\nu)]^{-1} \quad (13)$$

Залежність (13) справедлива і для режиму вільної генерації, якщо вважати, що $\bar{m}(\nu)$ - усереднена по пічкам потужність випромінювання. Для пікової потужності пічка закон дещо інший, але якісна картина залишається тією ж, тобто при перебудові на крилі смуги люмінесценції потужність пічків падає. Причина та ж – підвищення порогової потужності накачування.

Більш цікава залежність отримується для лазера з модульованою добротністю за рахунок пасивного затвору. При цьому у випадку перебудови довжини хвилі генерації фіксованим буде порогів коефіцієнт підсилення. На крилі ж, в силу падіння коефіцієнта Ейнштейна для досягнення порогового підсилення, потрібне накопичення більшої величини інверсної населеності. В результаті – в середовищі виявляється збереженою більша енергія. Якщо перевищення підсилення порогового рівня при просвітленому пасивному затворі досить велике, практично більше двох, то залишкова інверсна населеність мізерно мала.

Отже в гігантському імпульсі буде випромінена вся запасена в активному середовищі енергія. При перебудові довжини хвилі генерація лазера на крило смуги люмінесценції енергія гігантського імпульсу при пасивній модуляції добротності зростає. Природно, що при цьому зростає і рівень накачування.

При активній модуляції добротності початкове перевищення порогового рівня визначається тривалістю першого етапу розвитку гігантського імпульсу (**див. попередні лекції**). Тривалість цього етапу, на відміну від випадку пасивної модуляції добротності, задається моментом вимкнення втрат. Якщо при перебудові довжини хвилі зберігається величина накачування і момент вимкнення втрат, тобто тривалість першого етапу, то прибережена в середовищі енергія залишається незмінною. Тому при активній модуляції добротності, якщо рівень накачування залишається незмінним, перебудова довжини хвилі генерації супроводжується падінням енергії і потужності гігантського імпульсу. Це відбувається тому, що величина прибереженої в активному середовищі енергії залишається незмінною, а перевищення підсилення порогового рівня спадає в силу падіння перерізу вимушеного випромінювання на крилі смуги люмінесценції. Зменшення перевищення коефіцієнтом підсилення порогового рівня веде до падіння енергії гігантського імпульсу.

Свіп-лазери.

Для розв'язку задач експресної спектроскопії високої роздільної здатності перспективні *свіп-лазери* – джерела вимушеного випромінювання, довжина хвилі яких змінюється в процесі генерації. Вперше метод перебудови частоти лазера в процесі генерації був запропонований в Інституті фізики АН України і привів до створення цілої серії свіп-лазерів як на твердотільних активних середовищах так і на розчинах органічних барвників. Найбільш повно вивчені свіп-лазери на твердотільних активних середовищах (скло з Nd^{3+} і рубін). Кінетика їх генерації носить пічковий характер (**рис. 7а**), причому, кожному пічку відповідає своя довжина хвилі випромінювання (**рис. 7 б,в,г**).

Режим свіпування довжини хвилі генерації виконується так, як і її перебудова, описана в попередніх розділах даної лекції. Відповідність полягає в тому, що положення мінімуму кривої втрат резонатора безперервно зміщується по шкалі частот в процесі випромінювання лазера. Для цього, наприклад, у випадку призменного дисперсійного резонатора з певною швидкістю обертається дзеркало, розташоване за дисперсійною призмою, **рис. 4а** або ґратка (**рис 4б**). В результаті мініму втрат резонатора з постійною швидкістю зміщується по шкалі частот. Актуальними залишаються високошвидкісні шляхи перебудови частоти лазерів, на основі яких продовжує розвиватись новий напрям в спектроскопії високої роздільної здатності – *безщілинної спектроскопії*. Особливо перспективними тут, завдяки практичній безінерційності і відносній простоті виконання, є електрооптичні методи перебудови.

Найбільш прийнятними для використання є режими повільного свіпування частоти, коли часовий хід випромінювання – впорядкована серія імпульсів, кожний з яких має свою частоту, а їх енергетичні параметри співпадають з параметрами пічків вільної генерації (**Рис. 7**). Останнє свідчить про те, що в процесі генерації перевищення коефіцієнтом порогового рівня для кожного імпульса такого ж порядку, що і в режимі вільної генерації, тобто мале. Але в режимі вільної генерації випромінювання, що виникає, само обмежує ріст під дією накачування населеності на верхньому рівні. Яким же чином в режимі свіпування частотами виконується умова малості перевищування коефіцієнтом підсилення порогового значення для всіх частот генерації?

Найпростіше на це питання можна відповісти так. Побудуємо залежність α (коефіцієнта підсилення) від частоти (**Рис. 8а**).

Залежність α від часу на частоті максимуму смуги люмінесценції показана на **рис. 8б**. Подібні залежності будуть і для інших частот. Співставляючи ці рисунки, можна побудувати поверхню 1 коефіцієнта підсилення в просторі (ν, t, α) (**Рис. 8в**). Тепер на тому ж рисунку побудуємо залежність втрат резонатора від часу і частоти. Ця залежність може бути достатньо складною. Все визначається методом селекції і способом свіпування частоти. Для простоти скористаємось умовою, що на півширина кривої добротності резонатора набагато вужча на півширини смуги люмінесценції, яка є досить плавною функцією частоти. При цьому частота генерації співпадає з частотою настроювання. Тоді порогова умова генерації запишеться у вигляді:

$$\alpha(\nu, t) = \gamma_{\min} \quad (14)$$

де γ_{\min} - втрати для максимально добротної частоти (площина 2, **рис. 8в**). На **рис. 8в** умова (14) зображена лінією перетину поверхні 1 і площини 2. На цій лінії буде виконуватись порогова умова для кожної частоти у відповідний момент часу. Тепер ясно, що процес свіпування зображається лінією (лінією свіпування):

$$\gamma_{\min} = \gamma_{\min}(\nu, t) \quad (15)$$

яка лежить в проведеній площині. При методі свіпування, який звичайно використовується, вираз (15) є рівнянням прямої лінії (лінія 3, **рис. 8в**), але можливі і більш складні залежності. Але для визначеності зупинимось на лінійному законі свіпування, оскільки цей режим легше всього реалізується. Спроекуємо поверхню 1 (**рис. 8в**) на площину $\alpha = \gamma_{\min}$ (**Рис. 9**). При цьому всередині області, обмеженій замкнутою кривою 2 з умови $\alpha(\nu, t) = \gamma_{\min}$, отримаємо, що підсилення перевищує втрати, тобто $\alpha(\nu, t) > \gamma_{\min}$, а поза нею $\alpha(\nu, t) < \gamma_{\min}$.

З **рис. 9** ясно, що для виконання умови невеликого перевищення коефіцієнтом підсилення порогового рівня потрібно, щоб лінія свіпування була близькою до дотичної до кривої 2 на частоті ν_1 , в районі якої необхідно забезпечити свіпування (заштрихована область). Звідси впливає визначення швидкості свіпування в області частоти:

$$\frac{dv}{dt} = - \left[\left(\frac{\partial \alpha}{\partial t} \right) / \left(\frac{\partial \alpha}{\partial v} \right) \right]_{v=v_1} \quad (16)$$

В силу замкнутості кривої 2 виходять для даної частоти два значення швидкості з протилежними знаками.

Умові (16) задовольняють лінії 4,1 і 4' **рис. 9**, але у випадку, який відповідає лінії 4, буде необхідний режим, а у випадку 4' – ні. Це пояснюється тим, що при русі по лінії 4 будемо знаходитись в області малих перевищень коефіцієнта підсилення порогового значення. А у випадку 4' ввійдемо в область високих перекачувань (**рис. 8в**). В результаті початок і кінець генерації будуть регулярними, а середина нерегулярною, відповідно і спектральний склад в середині не буде задовільним. Теж саме буде, якщо неправильно вибрана швидкість свіпування (лінія 3, **рис. 9**). З наших побудов випливає необхідність зробити режими 4' і 3 (**рис. 9**) регулярними. Для цього досить зменшити інтенсивність накачування. При цьому область, обмежена лінією 2, зменшиться (лінія 2'), і прямі 4' і 3 будуть проходити поблизу кривої 2'. Щоправда, при цьому зміниться частота, поблизу якої забезпечено свіпування.

Вираз (16) дозволяє визначити швидкість свіпування. Але визначена таким чином швидкість може виявитись більшою, якщо вона не задовольняє умову за якої при формуванні і випромінюванні імпульсу на заданій частоті величина втрат для поля цієї частоти не змінюється. Коли така умова перестає виконуватись, для її збереження підвищують початкове перекачування над порогом, а це призводить до скорочення початкового стану розвитку, і отже, до уширення спектра випромінювання в окремому пічку. Таке явище небажане. Для усунення ефекту уширення спектра генерації необхідно зменшити швидкість свіпування. Для реалізації останнього спад на часовій залежності інтенсивності люмінесценції повинен бути більш пологим.

Зображена на **рис. 8** поверхня коефіцієнта підсилення відноситься до випадку відсутності генерації. Що ж трапиться з нею при її наявності? В режимах, які нас цікавлять, при випромінюванні кожного імпульсу виконується умова мності перевищення коефіцієнтом підсилення порогового рівня. В цьому режимі різниця в контурі підсилення до і після генерації імпульсу порядку перекачування над порогом генерації. Для випадку однорідно-уширеної смуги люмінесценції спотворення зводиться просто до зменшення всього

контур коефіцієнта підсилення як цілого. Після випромінювання пічка відбудеться зменшення області, обмеженої кривою 2 (**рис. 9**). В силу малості зміни коефіцієнта підсилення нова межа області буде подібна до старої, і тому умова (16) залишиться попередньою. Отже, врахування коефіцієнта підсилення не веде до потреби змінювати швидкість свіпування. Відбудеться лише зменшення діапазону свіпування порівняно з визначеним з рис 9 (заштрихована область).

У випадку неоднорідно-уширеної смуги люмінесценції картина процесу генерації може ускладнитись, тому що контур коефіцієнта підсилення у цьому випадку спотворюється, а не просто зменшується як ціле. І все ж таки, коли в якості активного середовища використовується скло з Nd^{3+} при кімнатній температурі, спортворення малі.

З попереднього випливає, що для отримання впорядкованого режиму генерації необхідно досить точно підтримувати швидкість свіпування, інтенсивність і тривалість імпульсів накачування, величину втрат γ_{\min} .

Перерахуємо деякі з способів розширення можливостей свіпування (для наочності з ілюстрацією на графіках).

1. Використання накачування у вигляді серії імпульсів призводить до того, що поверхня 1 на **рис. 8в** буде мати стільки максимумів, скільки імпульсів в серії. При цьому лінія перетину цієї поверхні з площиною $\alpha(\nu, t) = \gamma_{\min}$ набуває вигляду, вказаного на рис. 10 (суцільна лінія). Тоді, рухаючись по прямій 1, ми виконуємо свіпування частоти в межах всієї смуги люмінесценції.

2. Дисперсійні резонатори з еквідистантно розташованими максимумами добротності в сукупності з багато імпульсним накачуванням дозволяють отримати режим багатократного свіпування в межах всієї смуги люмінесценції (лінії 1 та 1', **рис. 10**).

3. Нарешті, використання електрооптичних методів свіпування частоти (14) дозволяє при багатоімпульсному накачуванні в упорядкованому режимі генерації виконати режим багаторазового свіпування частоти в широких межах (штрихпунктирна лінія на **рис. 10**).

Розглянемо детальніше характеристики окремого імпульсу генерації світла-лазера. Для опису параметрів випромінювання світла-лазера скористаємось експериментальним фактом – пічковим характером його генерації. Отже, основні параметри пічка: його спектральний склад, енергія і потужність випромінювання визначаються лінійним етапом розвитку. Тому основну увагу звернемо

на формування спектрального складу випромінювання на лінійному етапі. Нагадаємо ще раз частотні залежності підсилення і втрат резонатора (рис. 11) та конкретизуємо залежність від частоти. Для відповіді на більшість питань досить простої апроксимації цієї залежності прямокутною функцією (пунктир на **рис. 11**):

$$\gamma(t) = \begin{cases} 1 & t_i \leq t \leq t_i + \Delta/V, \\ \gamma \gg 1 & t < t_i, t > t_i + \Delta/V \end{cases} \quad (17)$$

де Δ - смуга частот, які селектуються, t_i - момент входу i - моди в цю смугу, а V - швидкість свіпування. Введена апроксимація дозволяє записати рівняння для мод, які знаходяться в межах смуги частот селекції, у простішому вигляді:

$$\frac{dm_i}{d\tau} = m_i[nq(\Omega_i) - 1]; \quad (18)$$

$$\frac{dn}{d\tau} = \frac{a - n}{G} - n \sum_i g(\Omega_i) m_i$$

ДЕ $\tau = t/T_p$; $m = \beta B T_p M$; $a = B T_p N_0$; $G = T_1/T_p$; $\Omega = (\nu - \nu_0)/\delta$, $n = B T_p N$, ν_0 - центр контуру підсилення, δ - його на півширина на рівні 0.5. Для зручності розв'язку задачі введено безрозмірні величини.

Простежимо за процесами в свіп-лазері, починаючи з того моменту, коли крива $\gamma(\Omega, \tau)$ вперше доторкнеться до контуру $\alpha(\Omega)$ (див. **рис. 11**). З цього моменту ($\tau = 0$) в смугу селектора починають входити моди, для яких виконана порогова умова $\alpha > \gamma$. Зростання їх інтенсивності на початковому лінійному етапі не приводить до насичення і різниця населеностей змінюється під впливом накачування за законом:

$$n \approx n_H + G^{-1}(a - n_H)\tau \quad (19)$$

який випливає з другого рівняння (18) за умови $\tau \ll G$, де n_H - населеність в момент $\tau = 0$. Зауважимо, що в момент першого контакту

$n = n_H = 1/g(\Omega_H)$. Підставивши (19) в перше рівняння (18) і виконавши інтегрування, знайдемо:

$$m_i(\tau) = m_0 \exp \left\{ [n_H g(\Omega_i) - 1](\tau - \tau_i) + g(\Omega_i)(a - n_H) \times (\tau^2 - \tau_i^2) / 2G \right\} \quad (20)$$

де $V = VT_p / \delta$ - безрозмірна швидкість світування для мод, розташованих правіше частоти Ω_H , і $\tau_i = 0$, а для мод, розташованих лівіше від Ω_H , $\tau_i = (\Omega_i - \Omega_H) / V$. Роль останніх суттєва при $V \rightarrow 0$, коли перебудова селектора за час формування пічка стає мізерно-малою. Поки справедливі нерівності:

$$\left| \frac{[\Omega - \Omega_H]g'(\Omega_H)}{(g\Omega_H)} \right| \ll 1, \quad \left| \frac{[\Omega - \Omega_H]g''(\Omega_H)}{(g'\Omega_H)} \right| \ll 1$$

можна скористатись розкладом $g(\Omega) = g(\Omega_H) + [\Omega - \Omega_H] \times g'(\Omega_H)$ і привести (20) до вигляду:

$$m(\Omega, \tau) = m_0 \exp \left\{ \frac{g'}{g} (\Omega - \Omega_H) \tau + \frac{ag - 1}{2G} \tau^2 - \frac{g' [\Omega - \Omega_H]^2}{g} \times \left(\eta + \frac{g}{g'} \frac{ag - 1}{GV} \right) \right\} \quad (21)$$

Вказаний перехід справедливий, коли $\Delta \ll \delta$, що відповідає дійсності при використанні резонатора з високою вибірковістю.

Вираз (21) описує розподіл інтенсивності випромінювання за частотами на лінійному етапі розвитку генерації. Максимум цього розподілу:

$$\bar{m} = m_0 \exp \left\{ \frac{Vg'}{2g} \left[\left(2 + \frac{g}{g'} \frac{ag - 1}{GV} \right)^{-1} + \frac{g}{g'} \frac{ag - 1}{GV} \right] \tau^2 \right\} \quad (22)$$

локалізований на частоті:

$$\bar{\Omega} = \Omega_H + V \left(2 + \frac{g}{g'} \frac{ag - 1}{GV} \right)^{-1} \tau \quad (23)$$

Як видно з останньої формули, максимум зміщується по шкалі частот зі швидкістю:

$$\bar{V} = V \left(2 + \frac{g}{g'} \frac{ag - 1}{GV} \right)^{-1} \quad (24)$$

Ширина спектра випромінювання по рівню $1/e$ складає:

$$\delta\Omega = 2 \sqrt{\frac{2Vg}{g'} \left(2 + \frac{g}{g'} \frac{ag - 1}{GV} \right)^{-1}} \quad (25)$$

Характеристики випромінювання світла-лазера на лінійному етапі залежать від трьох параметрів: швидкості свіпування V_L , миттєвого значення частоти настроювання резонатора Ω_H і параметра накачування (це впливає зі співвідношення (22)-(25). На площині (V, Ω) можна виділити дві області, відокремлені кривою:

$$V_{ep} = g(ag - 1)(2G|g'|)^{-1} \quad (26)$$

яка відповідає рівню дії факторів накачування і перебудови у співвідношеннях (22)-(25) (**рис. 12**).

У випадку лоренцової форми лінії $g = (1 - \Omega^2)^{-1}$ залежність (26) трансформується в:

$$V_{ep} = (\alpha - 1 - \Omega^2)(4G\Omega)^{-1} \quad (27)$$

Нехай для прикладу $a = 2$, $\Omega = 0.2$, $T_p = 5 \cdot 10^{-2}$ мкс, $\delta = 200 \text{ см}^{-1}$, отримаємо $V_{ep} = 0.5 \text{ см}^{-1} / \text{мкс}$.

Область I , розташовану нижче вказаної межі (**рис. 12**), природно назвати областю повільного свіпування. Всередині неї на деякій відстані від межі роль накачування в процесі формування пічка стає домінуючою, в зв'язку з чим формули (22)-(25) спрощуються:

$$\bar{m} = m_0 \exp \left\{ \frac{ag - 1}{2G} \tau^2 \right\}$$

$$\bar{V} = \frac{g'}{g} \frac{GV^2}{ag-1} \ll V; \quad \delta\Omega = 2V \sqrt{2G(ag-1)^{-1}} \quad (28)$$

При малих швидкостях свіпуювання, які є цікавими для лазерної спектроскопії, характеристики окремого пічка світла-лазера подібні до характеристики пічка звичайного лазера з фіксованим селектором.

В області швидкого свіпуювання *II* (**рис. 11**), навпаки – при достатньому віддаленні від межі – динаміка генерації визначається виключно перебудовою резонатора. Тому в формулах (22)-(25) можна знехтувати членами, які описують дію накачування. Оскільки в цій області швидкість дрейфу максимуму спектрального розподілу $V = \bar{V}/2$, можливі картини спектрального розподілу, показані на рис. 13. (Частотами Ω_1 і Ω_2 позначені межі області, в рамках якої виконуються умови генерації).

Кожному з них відповідає своя форма ширини спектра:

$$\begin{aligned} \text{а) } \delta\Omega &= \Omega_+ - \Omega_- = 2\sqrt{\frac{g}{g'}}V \\ \text{б) } \delta\Omega &= \Omega_+ - \Omega_- = \frac{\Delta}{\delta} - \frac{V\tau}{2} + \sqrt{\frac{g}{g''}}V \\ \text{в) } \delta\Omega &= \Omega_+ - \Omega_- = \frac{\Delta}{\delta} - \frac{V\tau}{2} + \sqrt{\left(\frac{\Delta}{\delta} - \frac{V\tau}{2}\right)^2 + \frac{g}{g'}}V \end{aligned} \quad (29)$$

У випадках а) і б) максимум спектрального розподілу розташований між частотами Ω_1 і Ω_2 і змінюється в часові за законом:

$$\bar{m} = m(\bar{\Omega}) = m_0 \exp\left\{\frac{g'}{4g}V\tau^2\right\} \quad (30)$$

а у випадку в) частота $\bar{\Omega}$, яка визначається формулою (23), розташована поза смугою селектора:

$$\bar{m} = m(\Omega_2) = m_0 \exp\left[\frac{g'}{g}\left(V\tau - \frac{\Delta}{\delta}\right)\tau\right] \quad (31)$$

В міру розвитку генерації на лінійному етапі форма спектра еволюціонує від однієї стадії до другої за вказаної вище послідовності. Лінійний етап завершується, як тільки інтенсивність лідируючої моди виростає до рівня насичення. Досягнута до цього часу форма спектра по суті є і формою спектра випромінюваного потім пічка. Останнє не розповсюджується на випадок в), характерний тим, що з гри тут послідовно виключаються моди, які лідирували у своєму розвитку. При цьому реальний максимум спектрального розподілу співпадає за частотою з Ω_2 , тобто зміщується по шкалі частот зі швидкістю свіпування. Перехід в нелінійну фазу генерації в даному випадку не приводить до негайного скидання інверсії населеностей, оскільки наростання потужності випромінювання в кожній з почергово лідируючих мод штучно обривається. В результаті спектр окремого пічка представляє собою деяку смугу частот з невпорядкованим розподілом інтенсивності. Останнє пояснюється нестійкістю процесу естафетного висвячування мод, яке відбувається за умови рівноваги між інтенсивністю випромінювання і величиною скинутої інверсії населеностей, що виконується послідовно кожною з мод, які вимикаються.

Оцінимо швидкість перебудови, необхідну для появивквзісуцільних смуг в спектрі випромінювання, що формально відповідає переходу до розподілу, приведеному на **рис. 13в**. Спектр пічка має вказану форму, якщо тривалість лінійного етапу перевищує час $\tau_{сел} = 2\Delta / \delta V$, за який частота Ω_2 доганяє максимум спектрального розподілу. Підставивши $\tau_{сел}$ в (30) і прирівнявши до наступної інтенсивності $m_{нас}$, знайдемо шукану швидкість свіпування:

$$V = \left| \frac{g'}{g} \right| \frac{\Delta^2}{T_p \delta \ln(m_{нас} / m_0)} \quad (32)$$

При $\Delta = 10 \text{ см}^{-1}$, $\delta = 200 \text{ см}^{-1}$, $T_p = 10^{-2} \text{ мкс}$, $\ln(m_{нас} / m_0) = 25$, $g' / g = 1$ ця швидкість складає $V = 2 \text{ см}^{-1} / \text{мкс}$. Отримане значення узгоджується з експериментальними даними довжини: поява квзісуцільних смуг в спектрі випромінювання світ-лазера з подібними параметрами спостерігається при $V \geq 3 - 4 \text{ см}^{-1} / \text{мкс}$. З подальшим збільшенням

швидкості свіпування вимкнення мод відбувається ще швидше, а скидання ними інверсії населеностей з деякого моменту повністю компенсується приростом підсилення внаслідок перебудови резонатора в напрямку центра смуги люмінесценції. В часові процес випромінювання виглядає як послідовність з'єднаних пічків з широким інтегральним спектром. В експерименті режим подібного роду спостерігається при швидкостях свіпування, які передують зриву генерації.

В діапазоні швидкостей свіпування, коли зростання підсилення в смузі селектора забезпечується одночасно накачуванням і перебудовою, характеристики спектра описуються загальними виразами (22)-(25).

Як впливає з аналізу режиму швидкого свіпування, в світ-лазері виконання порогової умови $\alpha > \gamma$ ще на гарантує вихід моди в генерацію. Окрім цього потрібно, щоб тривалість перебування i -ої моди в смузі селектора була не менша часу лінійного розвитку генерації. В області швидкого свіпування цей час, який визначається з рівності (20), складає:

$$(t_{\min})_i = T_p \frac{\ln(m_{\text{нас}} / m_0)}{ng(\Omega_i) - 1} \quad (33)$$

і згадана вище умова формулюється як:

$$\frac{V}{ng(\Omega_i) - 1} \leq \frac{\Delta}{T_p \ln(m_{\text{нас}} / m_0)} \quad (34)$$

На основі (34) можна зробити висновок, що з підвищенням швидкості свіпування початкова частота спектра генерації віддаляється від межі самозбудження. Цей висновок повністю узгоджується з експериментальними даними.

За умови:

$$V > V_{\max} = \frac{(a-1)\Delta}{T_p \ln(m_{\text{нас}} / m_0)} \quad (35)$$

генерація взагалі не встигає розвинути.