

Тема 8а. Генезис спектру генерації лазера в стаціонарному режимі.

Лекція 8а.

Спектральний склад випромінювання на даному активному елементі визначається параметрами резонатору, рівнем перевищення накачування над порогом і характером уширення робочої смуги люмінесценції. Все це визначає і вихідну потужність генератора.

Рівень накачування обумовлює відповідну різницю заселеностей $(n_i - (q_i / q_k) n_k)$. Якщо накачування не забезпечує досягнення порогового рівня, то потужність випромінювання активного елементу розподіляється між різними типами коливань резонатора в межах смуги люмінесценції квантової частинки. При цьому, якщо підсилення середовища $\alpha(\nu)$ досить велике, на півширина спектру випромінювання буде зменшуватися у порівнянні з на півшириною спектру люмінесценції внаслідок підсилення спонтанного випромінювання в активному середовищі. Це явище отримало назву *суперлюмінесценції*.

Розглянемо звуження спектру випромінювання в результаті суперлюмінесценції. Зміна інтенсивності випромінювання при його розповсюдженні вздовж елемента довжиною L описується рівнянням:

$$\frac{dI(\nu)}{dZ} = \alpha(\nu)I(\nu) + A_{ik}g(\nu)n_i h \nu_{ki} \quad (1)$$

Перший доданок в правій частині співвідношення (1) описує підсилення світла шаром активного середовища товщиною dZ , а другий – відповідає за спонтанне випромінювання (люмінесценцію) активних центрів в цьому шарі.

Оскільки випромінювання по відношенню до активного середовища джерел нас не цікавить, то частинний розв'язок рівняння (1) запишеться у вигляді:

$$I(\nu, L) = \int_0^L A_{ik}g(\nu)n_i h \nu_{ki} e^{\alpha(\nu)[L-z]} dZ = \frac{A_{ik}g(\nu)h \nu_{ki}n_i}{\alpha(\nu)} \times \\ \times (e^{\alpha(\nu)L} - 1) = \frac{A_{ik}n_i h \nu_{ki}}{\alpha_0} (e^{\alpha_0 g(\nu)L} - 1) \quad (2)$$

де $\alpha_0 = \alpha(\nu_0) / g(\nu_0)$ а $\alpha(\nu_0)$ - коефіцієнт підсилення активного середовища на частоті максимуму смуги люмінесценції.

З виразу (2) випливає, що при $\alpha_0 g(\nu) L \ll 1$:

$$I(\nu, L) = A_{ik} g(\nu) n_i h \nu_{ki} L \quad (2')$$

Згідно з (2') при слабкому підсиленні середовища спектральний склад випромінювання активного середовища співпадає за спектральним складом люмінесценції активного центру, а інтенсивність випромінювання пропорційна довжині шляху в активному середовищі.

При $\alpha_0 g(\nu) L \gg 1$:

$$I(\nu, L) = \frac{A_{ik} n_i h \nu_{ki}}{\alpha_0} e^{\alpha_0 g(\nu) L} \quad (2'')$$

З виразу (2'') випливає, що спектральна залежність знаходиться в показнику експоненти і тому призводить до суттєвої відмінності спектра випромінювання активного елемента від спектра випромінювання його активних центрів.

З співвідношення (2'') також випливає, що напівширина спектра випромінювання середовища визначається так:

$$g(\nu_{1/2}) = \frac{1}{\alpha_0 L} \ln \left(\frac{e^{\alpha(\nu_0) L} + 1}{2} \right) \quad (3)$$

Зокрема для лоренцевого контуру смуги люмінесценції згідно з (3), на півширина спектра випромінювання на виході активного середовища визначається як:

$$\Delta \nu_{c\Lambda} = \Delta \nu_{\Lambda} \sqrt{\frac{2\alpha(\nu_0) L}{\ln(e^{\alpha(\nu_0) L} + 1)} - 1} \quad (4)$$

де $\nu_{c\Lambda}$ та ν_{Λ} - на півширини спектрів суперлюмінесценції та люмінесценції, відповідно. При $\alpha_0 L \gg 1$ вираз (4) перетворюється у:

$$\Delta \nu_{c\Lambda} = \Delta \nu_{\Lambda} \sqrt{\ln 2 / \alpha(\nu_0)} L \quad (4')$$

Отже коли $\alpha(\nu_0)L \rightarrow \infty$, то $\Delta \nu_{c\Lambda} \rightarrow 0$.

Якщо рівень накачування забезпечує виконання порогової умови ($\alpha \approx \gamma$), то виникає генерація. При цьому підсилення в активному середовищі на частоті генерації стабілізується і при подальшому зростанні накачування не змінюється. У випадку однорідно уширеної смуги люмінесценції підсилення виявляється стабілізованим в межах всієї смуги. Тому, якщо генерація відбувається на моді резонатора, яка відповідає частоті максимуму смуги люмінесценції, то інші типи коливань в генерацію вийти не можуть. При цьому на півширина спектра генерації обумовлена шириною моди резонатора (якщо $\Delta \nu_p < \Delta \nu_{c\Lambda}$) і не змінюється із зростанням накачування. На **рис. 1** схематично показано розглянуті вище зміни спектра випромінювання активного елемента від рівня накачування для самої високо доботної моди: а- люмінесценція, б- суперлюмінесценція, в- генерація (має місце одно частотна генерація – одномодова). Видно, що виникнення генерації характеризується появою дуже вузької лінії на фоні смуги спонтанного випромінювання. В умовах генерації стабілізується різниця заселеності між робочими (лазерними) рівнями. Якщо при цьому населеності робочих рівнів також стабілізуються, то потужність спонтанного випромінювання (люмінесценція) не змінюється. Потужність же генерації, що рівна різниці між потужностями накачування і її пороговою величиною, зростає із збільшенням накачування.

Вищезгадане справедливе у випадку однорідно уширеної смуги люмінесценції робочого переходу. Для неоднорідно уширеної смуги люмінесценції стабілізація підсилення на частоті якої-небудь моди резонатора, взагалі кажучи, не призводить до стабілізації підсилення на інших модах. Так для частот, віддалених від моди генерації більш, як на однорідну ширину активних центрів підсилення зростає із збільшенням накачування до тих пір, поки не виконуються порогові умови генерації на моді з цією частотою, після чого підсилення стабілізується і на цій частоті. Такий процес може продовжуватися до виходу в генерацію мод резонатора, які лежать у межах всієї смуги люмінесценції робочого переходу (багато частотна генерація). На **рис. 2а** показана поведінка

коефіцієнта підсилення і спектра випромінювання для випадку, коли однорідна ширина ($\Delta\nu_\Lambda$) активних центрів менша міжмодового інтервалу $\delta\nu_M$. Така ситуація реалізується в газових лазерах, наприклад, в *He–Ne* лазері. На **рис. 2б** показано другий граничний випадок, коли однорідна ширина активних центрів ($\Delta\nu_\Lambda$) перевищує міжмодовий інтервал ($\delta\nu_M$), що характерно для твердотільних активних середовищ, наприклад, для скла, активованого неодимом. Основна відмінність в цих граничних випадках полягає в тому, що при $\Delta\nu_\Lambda \ll \delta\nu_M$ підсилення в проміжках між частотами, які генеруються, вище втрат, а при $\Delta\nu_\Lambda \gg \delta\nu_M$ - нижче. Останнє пов'язане з тим, що активні центри, розташовані між модами генерації, віддають їм свою енергію. Це призводить до падіння підсилення в цій області смуги люмінесценції.

Розглянемо вплив активного середовища на частоти мод резонатора і відповідно випромінювання, яке генерується.

Власна частота „порожнього” резонатора ν_p^n визначається співвідношенням:

$$\nu_p^n = l \frac{c}{2L} \quad (5)$$

Якщо в резонаторі розташувати активний елемент, то частота коливань системи зміниться, але при цьому умова існування його резонансних частот не повинна порушитись, Інакше кажучи, повинна мати син фазність хвиль, тобто набіг фаз на одному проході має бути кратним π . Величина набігу фаз поля тієї ж моди (l) на одному проході при розташуванні в резонаторі активного елемента з довжиною L і показником заломлення n :

$$\varphi(\nu_p) = \frac{2\pi\nu_p n(\nu_p)L}{c} = l\pi \quad (6)$$

де, як і раніше, $l = 1, 2, \dots, 10^6, \dots$. Якщо є генерація (гарячий резонатор), то:

$$\varphi(\nu_{\Gamma}) = \frac{2\pi\nu_{\Gamma}n(\nu_{\Gamma})L}{c} = l\pi \quad (6')$$

з співвідношення (6') випливає

$$\nu_{\Gamma} = l \frac{c}{2n(\nu_{\Gamma})L} \quad (5')$$

де ν_{Γ} - частота l -ої моди. При $n=1$ отримаємо співвідношення (5), тобто власну частоту „порожнього” резонатора. Але в межах напівширини смуги люмінесценції $\Delta\nu_{\Lambda}$ активного елемента з максимумом підсилення на частоті ν_0 показник заломлення n змінюється згідно з співвідношенням Крамерса-Кроніга, що схематично показано на **рис. 3**. У відповідності з цим, як випливає з (5'), буде змінюватися і частота моди резонатора. Отже, якщо частота „порожнього” резонатора ν_p^n менша ν_0 , наявність збудженого робочого середовища зменшить оптичну довжину резонатора, що, в свою чергу, збільшить частоту моди з тим же індексом. При $\nu_p^n > \nu_0$ картина буде оберненою. Тому частота випромінювання, яке генерується, мовби притягується до центра смуги люмінесценції ν_0 . Це так званий ефект „затягування” частоти. Оскільки він залежить від показника заломлення, який є функцією частоти, то генерація відбувається на нееквідистантно розташованих частотах, на відміну від „порожнього” резонатора, де моди розташовані еквідистантно ($\delta\nu_l = c/2L$).

Оцінімо ефект „затягування” частоти. З умови (6) для резонансної частоти отримуємо:

$$d\varphi(\nu_{\Gamma}) = \frac{\partial\varphi}{\partial\nu} d\nu + \frac{\partial\varphi}{\partial n} dn = 0 \quad (7)$$

При малих змінах показника заломлення, зсув частоти моди, яка генерується, від частоти „холодного” резонатора малий, тому (7) можна записати у вигляді:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \nu}(\nu_{\Gamma} - \nu_p) + \Delta \varphi_{\Gamma} = 0 \quad (7')$$

Напівширина моди $\nu_p = c\gamma$. Тому перший доданок в (7') запишеться як:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \nu}(\nu_{\Gamma} - \nu_p) = \frac{2\pi n L}{c}(\nu_{\Gamma} - \nu_p) = \frac{2\pi n \gamma L}{\Delta \nu_p}(\nu_{\Gamma} - \nu_p) \quad (8)$$

Другий доданок в (7') $\Delta \varphi_{\Gamma}$ визначає набіг фази, обумовлений зміною показника заломлення, внаслідок інверсної заселеності. Залежності ходу показника заломлення у випадку поглинаючого (а), насиченого 9б) і підсилюючого (в) середовищ показані на **рис. 4**. У випадку смуги люмінесценції лоренцевої форми з максимумом на частоті ν_0 і на півшириною $\Delta \nu_{\Lambda}$ коефіцієнт підсилення:

$$\alpha(\nu) = \alpha(\nu_0) \frac{\Delta \nu_{\Lambda}}{(\nu_0 - \nu)^2 + \Delta \nu_{\Lambda}^2} \quad (9)$$

а показник заломлення при підсиленні в середовищі залежить від частоти у відповідності з співвідношенням Крамерса-Кроніга:

$$n = n_0 - \alpha(\nu_0) \frac{\Delta \nu_{\Lambda} c}{\nu_0} \frac{\nu_0 - \nu}{(\nu_0 - \nu)^2 + \Delta \nu_{\Lambda}^2} \quad (10)$$

Використав (10), в межах на півширини смуги $\Delta \nu_{\Lambda}$ отримуємо:

$$\Delta \varphi_{\Gamma}^{\lambda} = -\alpha(\nu_0) \frac{c}{\nu_0 \Delta \nu_{\Lambda}} (\nu_0 - \nu_{\Gamma}) \quad (11)$$

Таким чином, згідно з (7) та (8) і (11) маємо:

$$\nu_{\Gamma} = \frac{\nu_0 (\Delta \nu_{\Lambda})^{-1} + \nu_p (\Delta \nu_p)^{-1}}{(\Delta \nu_p)^{-1} + (\Delta \nu_{\Lambda})^{-1}} \quad (12)$$

З останнього співвідношення видно, що в основі ефекту „затягування” лежить аномальна дисперсія показника заломлення в смузі люмінесценції (4). Оскільки $\Delta \nu_{\Lambda} \gg \Delta \nu_p$, то $\nu_{\Gamma} \approx \nu_p$ - ефект затягування дуже малий.

Вперше експериментальні дослідження по „затягуванню” частоти були виконані А.Беннетом в 1962р. на *He – Ne* лазері. Нагадаємо, що у *He – Ne* лазера, як і в будь-якому газовому лазері смуга люмінесценції неоднорідно уширена, тобто співвідношення (12) справедливе лише в першому наближенні. Максимальне „затягування” частоти – 200 кГц, в той же час відстань між модами в цьому експерименті була 100 МГц. Величина „затягування” залежала від потужності генерації (рівня накачування), юстировки резонатора і тиску в газорозрядній трубці (зсув від тиску складає 013 МГц).

Відзначимо, що причиною неоднорідного уширення в газових середовищах є рух атомів та молекул, який призводить до доплерівського зсуву їх частоти випромінювання і поглинання. При термодинамічній рівновазі розподіл центрів за швидкостями описується максвелівським законом розподілу, що і веде до гаусового контуру смуги люмінесценції. Оскільки стояча хвиля в резонаторі утворена двома зустрічними хвилями, то кожна з цих хвиль буде взаємодіяти з різними групами активних рухливих центрів. Дійсно, якщо активний центр рухається з швидкістю \mathcal{G} , частота його випромінювання (поглинання) визначається співвідношенням:

$$\nu_{\Gamma} = \nu_{\text{H}}(1 + \mathcal{G}/c) \quad (13)$$

де ν_{H} - частота випромінювання нерухомого центру. Підсумкова смуга люмінесценції має максимум на частоті $\nu_{\Gamma} = \nu_{\text{H}}$. Тому якщо частота моди не співпадає з частотою ν_{Γ} і, наприклад нижче ν_{Γ} , то хвиля, що біжить направо, буде взаємодіяти, як видно з (13), з центрами, які рухаються вправо. Для хвилі, що біжить вліво, взаємодія буде теж з центрами з напрямом руху вліво (**рис. 5**). Це веде до виникнення двох провалів на контурі смуги люмінесценції, симетрично розташованих відносно її максимуму. Явище утворення таких провалів (ефект вигорання) було передбачене А.Беннетом і отримало назву беннетівського провалу.

Якщо частоти випромінювання мод l і $l+1$ розташовані симетрично відносно максимуму смуги люмінесценції, то вони будуть взаємодіяти з одними і тими ж групами атомів і провали перекриються. В результаті – на контурі смуги люмінесценції утворюються два провали, а не чотири. При генерації кількох мод число провалів на кривій зростає. Якщо провали не перекриваються, це означає, що різні моди ефективно взаємодіють з різними групами центрів і не впливають один на одного. Але фазові зсуви, обумовлені провалами, впливають на резонансні частоти системи навіть у тому випадку, коли провали віддалені один від одного. Згідно з існуючою теорією, наявність провалу на одному резонансі веде до зменшення затягування частоти на іншому, тобто два провали взаємно компенсують один одного, в результаті чого виникає так званий ефект „виштовхування провалі”.

Згідно з квантово-механічними розрахунками, виконаними А.Беннетом, на півширина провала:

$$\Delta \nu_{\delta} \approx \Delta \nu_{\Lambda} \sqrt{1 + \frac{2\pi |x_{ik}|^2 P}{h^2 \Delta \nu_{\Lambda}^2}},$$

де $\Delta \nu_{\Lambda}$ - на півширина лінії спонтанного переходу, P - потужність моди, яка генерується.

Поблизу порога генерації на півширина провалу мало відрізняється від природної ширини лінії, точніше: подвоєна ширина провалу рівна $\Delta \nu_{\Lambda}$. За оцінками А.Беннета для $He-Ne$ лазера величина $\Delta \nu_{\delta}$ змінюється в межах 15-10 МГц. Потужність випромінювання відповідної моди пропорційна площі провалу.

Генерація двох мод ν_{Γ}^{+} та ν_{Γ}^{-} , симетрично розташованих відносно максимуму смуги люмінесценції, нестійка. Більш потужна мода пригнічує слабшу. Початкова різниця в потужності мод ν_{Γ}^{+} та ν_{Γ}^{-} може бути обумовлена різними значеннями коефіцієнтів відбиття дзеркал і низкою інших факторів. Тому відповідною зміною бази резонатора і коефіцієнтів відбиття дзеркал можна подавити частину мод, підсилюючи при цьому інші. Таким чином можна управляти модовим складом генератора.

Якщо $\nu_{\Gamma} = \nu_0$, то існує тільки одна група центрів з $\mathcal{Q} = 0$, які беруть участь в процесі підсилення. В цьому випадку „вигорання”

відбувається тільки в центрі кривої підсилення, так як це показано на **рис. 6**. Провал центральної частини кривої підсилення вперше був передбачений В.Лембом в 1964р. і отримав назву лемківського провалу. Ширина лемківського провалу рівна однорідній ширині лінії $\Delta\nu_A$ випромінюючого центру, що, як правило, набагато менша доплерівської напівширини $\Delta\nu_D$ випромінюючого ансамблю центрів, але все ж таки може бути достатньо широкою. Для реальних підсилюючих середовищ $\Delta\nu_A$ порядку 100 МГц.

Оскільки величина лемківського провалу дуже мала, то його положення фіксується досить точно. Тому його використовують для стабілізації частоти лазера. Зокрема у випадку *He – Ne*- лазера була отримана відносна стабільність і відтворюваність частоти генерації - 10^{-9} . Межа стабільності обумовлена залежністю ν_L від тиску і величини струму розряду. Для поліпшення стабільності лазера в середині резонатора розташовується кювета з газом стабілізатором, у якого лінія поглинання точно співпадає за частотою з лінією підсилення. В цьому випадку при виникненні генерації у допоміжному газі виникає насичення і утворюється мінімум поглинання при $\nu_L = \nu_0$ - так званий, обернений провал Лемба. Підбираючи параметри прямого і оберненого провалів Лемба, отримують вузький пік потужності випромінювання при $\nu_L = \nu_0$. Таким методом отримана стабільність і відтворюваність частоти генерації газових лазерів $10^{-12} - 10^{-14}$. В *He – Ne*- лазері для стабілізації випромінювання на довжині хвилі 3.39 мкм використовується метан (CH_4), а на довжині хвилі 0.633 мкм – йод (I_2^{129}).

Розглянуті вище ефекти зумовлені спектральною неоднорідністю смуг люмінесценції активних центрів. Відмітимо, що в роботі лазерів грає суттєву роль просторова неоднорідність поля мод резонатора. В найпростішому випадку моди резонатора можна представити у вигляді двох плоских зустрічних хвиль. В результаті їх інтерференції розподіл інтенсивності випромінювання в резонаторі описується стоячою хвилею типу:

$$I(Z) = I_0 \sin^2 kZ \quad (14)$$

З виразу (14) випливає, що в точках:

$$Z = n \frac{\pi}{k} (n = 0, 1, 2, \dots, q)$$

інтенсивність поля рівна нулю (вузол поля), а в точці $Z = (2n + 1/2) \frac{\pi}{k}$ його інтенсивність максимальна і рівна I_0 (пучність поля).

Оскільки розмір активних центрів порядку 10^{-8} см, а характерний масштаб просторової неоднорідності поля $\lambda/2$, тобто $\sim 10^{-5}$ см у видимому діапазоні спектра, то інверсна заселеність активного середовища в області вузла поля не „годує” дану моду. Підсилення її забезпечується інверсною заселеністю в області пучності моди. Таким чином, у випадку повного заповнення резонатора активним середовищем, коефіцієнт її (інверсної заселеності) використання тільки 50%. При наявності декількох мод їх вузли і пучності не співпадають і тому інверсна населеність в вузлах однієї моди є джерелом для другої. Це і є одна з причин виникнення багатогодової генерації. З ростом числа мод, які генеруються, скорочується область, в якій зберігається інверсна область, тобто зростає коефіцієнт використання активного середовища. Із збільшенням потужності накачування ширина спектра випромінювання лазера досягає певної межі, зумовленої спільною генерацією такого числа мод, при якому виникає настільки рівномірне спустошення інверсної населеності в просторі, що подальше збагачення випромінювання модами стає неможливим.

Аналогічні закономірності справедливі і у відношенні просторової неоднорідності, зумовленої поперечними модами. Тому з зростанням накачування збільшується число генерованих поперечних мод, отже зростає розбіжність випромінювання лазера.

Таким чином, усунення просторової неоднорідності поля мод повинно привести до звуження спектра і збільшення направленості лазерного випромінювання.

Усунути повздовжню просторову неоднорідність можна, наприклад, відносним рухом в процесі генерації активних центрів, положенням вузлів і пучностей поля моди. При цьому час їх відносного переміщення повинен бути суттєво меншим часу індукованих переходів $(B_{ik}\rho)^{-1}$. Цю вимогу можна задовільнити двома способами. По-перше, рухом активних центрів відносно

резонатора (метод „біжучого середовища”). По друге, при нерухомому середовищі забезпечити рух вузлів та пучностей поля завдяки руху резонатора: механічного або електрооптичного. В останньому випадку в резонаторі встановлюються два електрооптичних елементи, оптична довжина яких змінюється в просторі. В результаті між елементами змінюється положення вузлів і пучностей поля моди (**рис. 7**).

Оцінімо величину необхідної швидкості вказаного вище відносного руху. Для усунення відмінності у умовах взаємодії активних центрів з полем моди в вузлах і пучностях достатньо, щоб зміщення відбувалось на відстань $\lambda / 4$ за час $(B_{ik} \rho)^{-1}$, тобто:

$$\mathcal{V} \geq \frac{\lambda_{\Gamma}}{4} B_{ik} \rho \quad (15)$$

у випадку рубінового лазера при кімнатних температурах, згідно з (15), отримуємо $\mathcal{V} = 100 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$. В експериментах на рубінових лазерах „біжучої хвилі” при $\mathcal{V} = 40 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$ і накачуванні, яке перевищує порог генерації в 1.2 рази, спостерігалось звуження спектра генерації до однієї моди. На **рис. 8 (I)** показані інтегральні спектрограми випромінювання, а на **рис. 8 (II)** – часові розгортки інтенсивності випромінювання для рубінового лазера з нерухомим кристалом (а) і кристалом, який рухається з швидкістю $40 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$. Звичайно рух активного середовища вздовж резонатора не усуває вплив поперечної просторової неоднорідності. Але введення в резонатор діафрагм стабілізує поперечну структуру поля генерації за рахунок виділення найнижчої поперечної моди. При цьому розбіжність випромінювання перестає залежати від накачування.

Ще одним способом усунення впливу просторової неоднорідності стоячої хвилі є використання резонаторів з одно напрямленим розповсюдженням випромінювання – резонаторів „біжучої хвилі”. Ці резонатори побудовані за кільцевою схемою (**рис. 9**), в яку входять дзеркала 1,2,4, активне середовище 5 і оптичний вентиль 3 – для забезпечення режиму одно направленного випромінювання. для створення вентилля використовується ефект Фарадея. Інший спосіб створення одно направленої генерації полягає у використанні додаткового дзеркала 5 (**рис. 10**) – пасивний вентиль. В цьому випадку хвиля 2, відбившись від

дзеркала 5, переходить у хвилю 1, внаслідок чого в резонаторі встановлюється режим одно направленої генерації – реалізується лазер „біжучої” хвилі.

Одним з варіантів створення пасивного вентиля є використання профільованої дифракційної решітки 2 (**рис. 11**). В цьому випадку коефіцієнти авто колімаційного відбиття від решітки 2 хвиль 1 і 2 різні. Тому решітка 2 працює як пасивний вентиль.

Застосування подібних резонаторів приводить до усунення повздовжньої просторової неоднорідності, яка спостерігається у випадку резонатора стоячої хвилі.