

## **МОДУЛЬНА КОНТРОЛЬНА РОБОТА №1**

### **з навчальної дисципліни «Математичне моделювання фізичних процесів та прикладні програми»**

Виконати наступні завдання згідно з номером свого варіанту. Надіслати відповідні m-файли зі своїм кодом. Оформити та надіслати протокол (аналогічно протоколам лабораторних робіт). Назва файлу протоколу повинна складатися з прізвища (кирилицею) та аббревіатури МКРІ (наприклад, БондаренкоМКРІ).

#### **1.**

1) Обчислити значення виразу  $2\pi(3-7i) + \ln(\sqrt{5+6i})e^{-1-i}$ . Знайти дійсну та уявну частини, а також модуль і аргумент отриманого результату.

2) Побудувати графік функції  $y(x)$ , заданої параметрично:  $x = 4e^{-0.05t} \sin t$ ,  $y = 0.2e^{-0.1t} \sin 2t$ ,  $t \in [0, 100]$ , крок=0.1, на площині та у просторі.

#### **2.**

1) Обчислити значення виразу  $3 \sin(Aba) \cos(2(aA)-5b)$ , де  $a = (0.3 \ 5 \ 1)$ ,

$$b = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} -2.1 & -0.5 & 1 \\ -\sqrt{2} & 3 & -\sin \frac{\pi}{6} \\ -6 & 7 & 2 \end{pmatrix}.$$

2) Створити файл сценарію, за допомогою якого спостерігаємо рух точки протягом 10 секунд: в одному підвікні графічного вікна – на площині, у другому підвікні – у просторі. Координати точки змінюються за законом  $x(t) = \frac{\sin t}{t+1}$ ,  $y(t) = \frac{\cos t}{t+1}$ .

#### **3.**

1) Згенерувати та вивести масив, що складається зі 100 цілих випадкових чисел, кожне з яких перебуває в інтервалі від 1 до 10. Визначити кількість елементів масиву, що дорівнюють 10.

2) Створити файл сценарію, графічно порівнюючий в одному вікні (підвікна розмістити вертикально) такі функції: 1)  $f(x) = e^{-0.1x} \sin^2 x$  та  $g(x) = e^{-0.2x} \sin^2 x$  на відрізку  $[-2\pi, 2\pi]$ ; 2)  $f(x) = x^{-3}$  і  $g(x) = 1000 * (x+0.5)^{-4}$ . Включити до заголовків підвікон рівняння порівнюваних функцій. Які особливості порівняння функцій у 2-му випадку?

#### **4.**

1) Згенерувати та вивести масив з 10 випадкових цілих чисел, кожне з яких перебуває в інтервалі від 0 до 10. Знайти суму трьох максимальних елементів масиву. Замінити всі парні елементи масиву нулями та вивести новий масив.

2) Створити функцію, за допомогою якої спостерігаємо рух точки протягом 20 секунд: в одному підвікні графічного вікна – на площині, у другому підвікні – у просторі. Координати точки змінюються за законом  $x = 4e^{-0.05t} \sin t$ ,  $y = 0.2e^{-0.1t} \sin 2t$ .

#### **5.**

1) Згенерувати та вивести масив з 10 випадкових цілих чисел, розташованих в інтервалі від 0 до 50, і знайти його локальні мінімуми, тобто елементи масиву, менші, ніж елементи, розташовані праворуч і ліворуч від них.

2) Побудувати в різних підвікнах одного графічного вікна графіки функції  $z(x, y) = 4 \sin 2\pi x \cdot \cos 1.5\pi y \cdot (1-x)^2 \cdot y \cdot (1-y)$  у прямокутній області визначення  $x \in [-1, 1]$ ,  $y \in [0, 1]$  у вигляді сітчастої (каркасної) та суцільної поверхонь, а також двовимірних і тривимірних ліній рівня. Назви функцій, застосованих для побудови графіків, включити до заголовків вікон.

6.

1) Не користуючись операторами циклу, побудувати в одному вікні 8 синусоїд з різною амплітудою. Взяти  $x$  від 0 до 100 з кроком  $\pi$ .

2) Введіть у діалоговому режимі число, що відповідає поточному року. Підрахуйте скільки разів у двійковому записі цього числа зустрічаються 0 та 1. Замініть місця 0 та 1 і переведіть отримане нове двійкове число у десяткову систему. Виводити проміжні результати.

7.

1) Побудувати графік підінтегральної функції в палітрі `jet` і обчислити значення інтегралу 
$$I = \int_0^1 \int_0^\pi (e^x \sin y + e^{-x} \cos y) dx dy$$
 з точністю  $10^{-10}$ . Виміряти тривалість обчислювальної процедури.

Як прискорити обчислювальну процедуру? Порівняйте тривалості первинної та прискореної процедур.

2) Розкласти на множники чисельник і знаменник раціонального виразу  $\frac{x^4 + x^3 - 4x^2 - 4x}{x^3 + x^2 - x - 1}$ .

8.

1) За допомогою спеціальних функцій MatLab заповнити масив таким чином:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & 10 \\ 11 & 12 & \dots & 20 \\ 21 & 22 & \dots & 30 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 91 & 92 & \dots & 100 \end{pmatrix}.$$

2) Побудувати лінії рівня функції  $z = \cos \pi x^2 + \cos \pi y^2$  і знайти її локальний мінімум з точністю  $10^{-7}$ .

9.

1) За допомогою спеціальних функцій MatLab заповнити масив  $5 \times 5$  нулями і одиницями в шаховому порядку. Виводити проміжні результати.

2) Розв'язати систему рівнянь 
$$\begin{cases} y = x^2 - 2x + 0.5 \\ x^2 + 4y^2 = 4 \end{cases}$$
. Перевірити розв'язок. Побудувати графіки

вказаних функцій на відрізку  $[-3;3]$ , користуючись засобами візуалізації символічних функцій. Змінити вигляд отриманих графіків, використовуючи діалоговий редактор графіки (нанести заголовок, легенду, встановити різну товщину ліній графіків).

10.

1) Кожній літері можна однозначно зіставити її номер у відповідному кодуванні. Додавши до цього номеру якесь ціле число, наприклад, одиницю, ми отримаємо код іншого символу. Виконання такої операції над усіма літерами дозволяє зашифрувати текст. Розшифрування полягає у проведенні зворотного зсуву. Подібний спосіб шифрування відомий з глибокої давнини і має назву коду Цезаря. Написати функцію, яка за допомогою засобів MatLab шифрує кодом Цезаря будь-яку фразу та розшифровує отриманий результат.

2) Побудувати в різних підвікнах одного графічного вікна графік функції  $z(x, y) = 4 \sin 2\pi x \cdot \cos 1.5\pi y \cdot (1-x)^2 \cdot y \cdot (1-y)$  у вигляді сітчастої поверхні та ліній рівня і знайти її локальний мінімум для  $x \in [-1,1]$ ,  $y \in [0,1]$ , з точністю  $10^{-6}$ .

11.

1) Побудувати графік функції  $y = \cos x - x^2 \sin x$  та дослідити її на відрізьку  $[-4, 4]$ .

2) Обчислити у символьному вигляді значення виразу  $\arctan \frac{2x^2 - 1}{2x^2 + 1}$  при  $x = \sqrt{2}$ . Вивести отриманий результат у вигляді числа зі ста значущими цифрами. Виводити проміжні результати.

12.

1) Вивести в одне графічне вікно графіки функції  $f$  та дотичної до неї в заданій точці  $x_0$ . Графік функції зобразити жирною лінією. Точку дотику позначити маркером і вивести її координати. Для побудови графіка функції генерувати вектор значень аргументу й отримати вектор відповідних числових значень символічної функції. Як границі відрізьку  $[a; b]$ , на якому виводяться графіки функції й дотичної до неї, обрати точки, віддалені на 2 праворуч і ліворуч від заданої. Розв'язати дану задачу для  $f = x^2 + 2x - 2$ ,  $x_0 = 1$ . Вивести заголовок.

2) Одиничний куб розміщений у першому октанті з однією вершиною на початку координат. Послідовно повертаємо куб на кут  $\pi/3$  навколо осі  $x$ , потім (отриманий образ) – осі  $y$  та осі  $z$ . Побудувати кожний з чотирьох кубів в окремому графічному підвікні одного графічного вікна. Розфарбувати грані одного з кубів різними кольорами.

13.

1) Написати функцію, яка будує магічний квадрат розміру  $n$ -го порядку, замінює елементи головної діагоналі вектором, складеним з найбільших елементів кожного з рядків матриці квадрату, та в отриманому масиві замінює нулями елементи з найменшим і найбільшим значеннями. Виводити проміжні результати. Перевірити роботу функції для різних  $n$ .

2) Побудувати в різних підвікнах одного графічного вікна графік функції  $f(x, y) = \sin(3\pi x) \sin(3\pi y) e^{-x^2 - y^2}$  у вигляді сітчастої поверхні та ліній рівня і знайти всі її локальні мінімуми на площині  $x, y \in [0, 1]$  з точністю  $10^{-5}$ .

14.

1) Знайдіть суму 1-го, 4-го, 9-го, 16-го, 25-го, 36-го, 49-го, 64-го та 81-го елементів масиву, що складається з 100 цілих випадкових чисел, кожне з яких перебуває в інтервалі від 2 до 22. Виводити проміжні результати.

2) Одиничний куб розміщений у першому октанті з однією вершиною на початку координат. Спочатку повертаємо куб на кут  $\pi/6$  навколо осі  $x$ , потім повертаємо цей образ на кут  $\pi/4$  навколо осі  $z$ . Побудувати кожний з трьох образів в окремому графічному підвікні одного графічного вікна.

15.

1) Написати функцію, що будує вектор обвідних елементів магічного квадрату  $n$ -го порядку.

Наприклад, якщо  $n=3$ , то магічний квадрат має вигляд  $\begin{pmatrix} 8 & 1 & 6 \\ 3 & 5 & 7 \\ 4 & 9 & 2 \end{pmatrix}$ , а вектор його обвідних елементів

$(8 \ 1 \ 6 \ 7 \ 2 \ 9 \ 4 \ 3)$ . Продемонструвати роботу функції для різних  $n$ .

2) Вивести в одне графічне вікно графіки функції  $f$  та дотичної до неї в заданій точці  $x_0$ . Графік функції зобразити жирною лінією. Точку дотику позначити маркером-кружком. Для побудови графіку функції генерувати вектор значень аргументу й отримати вектор відповідних числових значень символічної функції. Як границі відрізьку  $[a; b]$ , на якому виводяться графіки функції й дотичної до неї, обрати точки, віддалені на одиницю праворуч і ліворуч від заданої. Розв'язати дану задачу для  $f = x^2 \cos(x)$ ,  $x_0 = 2$ .

16.

- 1) Обчислити  $p = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$  для  $n=100$ , не користуючись операторами циклу.

2) Тетраедр з вершинами в точках  $(0;0;0)$ ,  $(1;0;0)$ ,  $(0;1;0)$  та  $(0;0;1)$  спочатку повертають на кут  $0.15$  радіан навколо осі  $y$ , потім – на кут  $1.5$  радіан навколо осі  $z$  і на кут  $2.7$  радіан навколо осі  $x$ . Побудуйте кожний з чотирьох образів в окремому графічному підвікні одного графічного вікна.

17.

- 1) Написати функцію, яка для довільного масиву з  $n$  елементів обчислює середні арифметичне

$$\left( a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right), \quad \text{геометричне} \quad \left( g = \sqrt[n]{x_1 x_2 \cdots x_n} \right), \quad \text{гармонічне} \quad \left( h = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}} \right) \text{ та } \quad \text{квадратичне}$$

$$\left( s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}} \right).$$

Користуватися спеціальними функціями MatLab. Перевірити роботу програми для масиву  $[4, 5, 1, 2, 9, 4, 8, 3, 2]$ .

- 2) Розв'язати систему рівнянь  $\begin{cases} 3x^2 + 2y - 4 = 0 \\ 2x + 2y - 3 = 0 \end{cases}$ . Перевірити розв'язок. Побудувати графіки

вказаних функцій на відрізку  $[-2;2]$ , користуючись засобами візуалізації символічних функцій. Позначити осі координат, вивести заголовок.

18.

- 1) Лемніската Бернуллі може бути задана як неявно  $(x^2 + y^2)^2 = x^2 - y^2$ , так і параметрично  $x = \frac{\cos t}{1 + \sin^2 t}$ ,  $y = \frac{\sin t \cos t}{1 + \sin^2 t}$ , при  $t \in [-\pi, \pi]$ . Побудуйте лемніскату, скориставшись обома способами завдання, та виведіть результати в різні підвікна графічного вікна, відповідно позначивши.

- 2) Розв'язати систему рівнянь  $\begin{cases} 2x - 4 \cos(y) = 0 \\ 4x \sin(y) = 0 \end{cases}$ . Перевірити розв'язок.

19.

- 1) Обчислити значення виразів:  $2 + \frac{100}{5^2}$ ,  $1.7e^{\sqrt{7}} + \ln \left| \frac{3}{8} \operatorname{tg}(\cos(0.3\pi) - e^2 \sqrt[3]{\arcsin(0.12)}) \right|$ ,  $\cos(5e^{x-y}) - \frac{y \sin(5x)}{\sqrt{x^2 + x^4 + \ln|y - \pi|}}$  при  $x = 5.12$ ,  $y = \frac{-1}{3}$ .

- 2) Знайти значення функцій  $f(x) = \int_a^b \frac{x^3 + 1}{x - 1} dx$  та  $g(x, y) = \int_c^d \int_a^b y \sin x dx dy$ . Побудувати графіки підінтегральних функцій, користуючись засобами візуалізації символічних функцій.

**20.**

1) Заповнити й вивести на екран структуру, що містить інформацію про вас у такому вигляді: прізвище, ім'я, по батькові, рік народження, група, екзаменаційні оцінки за останній семестр. Знайти середній бал успішності. Видалити зі структури по батькові та рік народження і вивести отриману структуру на екран.

2) Вивести графік функції  $y = \cos(x)$  та оберненої до неї функції на відрізку  $[-3\pi; 3\pi]$  (не використовуючи для останньої відповідної формули, а лише за допомогою графічної функції MatLab). Вивести легенду.

**21.**

1) Масив містить 16 літер – П, Е, А, П, Н, І, Д, Д, Е, Е, М, М, І, І, Я, Я. Вивести слово, утворене літерами з парними індексами, і слово, утворене літерами з непарними індексами, не користуючись операторами циклу.

2) Розв'язати систему рівнянь 
$$\begin{cases} y = x^2 - 2x + 0.5 \\ x^2 + 4y^2 = 4 \end{cases}$$
. Перевірити розв'язок. Побудувати графіки

вказаних функцій на відрізку  $[-3; 3]$ , користуючись засобами візуалізації символічних функцій. Змінити вигляд отриманих графіків, використовуючи діалоговий редактор графіки (нанести заголовок, легенду, встановити різну товщину ліній графіків).

**22.**

1) Функція  $y = \frac{x}{1 - \cos(5x)}$  має розриви другого роду. Побудувати графік цієї функції за допомогою різних графічних функцій.

2) Розв'язати систему рівнянь 
$$\begin{cases} x = \frac{y - x^3 + 3x^2 + 3x}{7} \\ y = \frac{y^2 + 2y - x - 2}{2} \end{cases}$$
 аналітично і графічно (за допомогою

засобів візуалізації символічних функцій). Змінити вигляд отриманих графіків, використовуючи діалоговий редактор графіки (нанести координатні осі, заголовок, легенду, встановити різну товщину ліній графіків).