

Тема 3. Взаємодія квантової системи з електромагнітним полем.

Лекція 3.

Умови для генерації лазерного випромінювання. Оптичні резонатори. Поздовжні та поперечні моди. Різні види відкритих резонаторів. Умова стійкості резонатору. Добротність резонатора. Ширина лінії генерації. Кінетичні рівняння лазерної системи.

Лазер, як фізична система, складається з двох частин: електромагнітного поля і лазерно-активного середовища. Електромагнітне поле буде розглядатися як сукупність коливань (мод). Якщо не застосовувати селекційні методи, то умови збудження всіх мод, частоти яких лежать в межах на півширини лінії спонтанного випромінювання $\Delta\nu$ приблизно однакові.

Визначимо спектральну густину мод. Розглянемо куб з довжиною ребра L . Якщо частота електромагнітного поля змінюється в межах $0 - \nu$, то модуль хвильового вектора пробігає значення від 0 до $k = 2\pi\nu/c$ з дискретністю π/L (дискретність – вимога розв'язків рівнянь Максвела). Враховуючи, що всі напрями в просторі рівноправні, можливі значення k будуть лежати в межах сфери радіуса $k = 2\pi\nu/c$, побудованої в просторі хвильових векторів. Але модуль хвильового вектора – позитивна величина ($k \geq 0$), тому фізичний зміст має лише значення k в першому квадранті сфери. Таким чином, число типів коливань (мод) буде рівним відношенню об'єму вказаного квадранта до об'єму „елементарної комірки” $(\pi/L)^3$:

$$\tilde{M} = \frac{4}{3} \pi \frac{\nu^3}{c^3} L^3$$

Звідси спектральна густина числа мод у вищезгаданому об'ємі дорівнює:

$$\frac{d\tilde{M}}{d\nu} = \frac{4\pi\nu^2}{c^3} L^3$$

Враховуючи дві можливості поляризації електромагнітної хвилі, отримаємо вираз для спектрально-об'ємної густини мод:

$$\tilde{M} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}$$

Отже, при напівширині спектральної лінії $\Delta\nu$ і об'єму який займає електромагнітне поле V , число можливих мод рівне:

$$\tilde{M} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \quad (1)$$

Зокрема, для рубіну (люмінесценція на частоті $\nu' = 14400\text{см}^{-1}$, напівширина лінії люмінесценції при кімнатній температурі, $\Delta\nu' = 10\text{см}^{-1}$, показник заломлення 1.76, об'єм електромагнітного поля $V = 10\text{см}^3$) отримуємо величину порядку 10^{22} . вся ця величезна кількість мод взаємодіє з активним середовищем і спостерігається випромінювання у всіх напрямках. Для отримання випромінювання в заданому напрямку, тобто на виділених модах, необхідно створити переважні умови існування для цих мод. Для отримання когерентного випромінювання необхідно, щоби акти випромінювання квантових частинок були взаємно-скорельованими, тобто необхідно забезпечити наявність позитивно-зворотного зв'язку. На щастя, такий зв'язок закладений в самій природі вимушеного випромінювання: вторинний фотон народжується в тому стані, в якому знаходиться первинний. Для реалізації цієї можливості треба забезпечити вибірковість значення фотонних станів в процесі вимушеного випромінювання. Це значить, що треба виділити певні фотонні стани, в яких будуть накопичуватися фотони, а в усіх інших фотони, що спонтанно народились, повинні досить швидко „гинути”, надаючи тим самим можливість народитися фотонам тільки в добротних модах за рахунок активного тіла.

Таким пристроєм, на що вперше вказав О.М.Прохоров, можуть служити оптичні резонатори, типовим представником яких є інтерферометр Фабрі-Перо. Вибірковість заселення фотонних станів здійснюється за допомогою оптичного резонатору. Резонатор виділяє в просторі певний напрям, в якому переважно йде генерація. Окрім того, резонатор виконує селекцію за частотою і поляризацією. Вибірковість заселення фотонних станів відбувається внаслідок вибірковості втрат резонатору для різних станів. Для станів з малими втратами реалізується генерація, а для станів з великими втратами моди слабо заповнені і генерації немає.

Таким чином, резонатор формує спектральні і просторові властивості випромінювання, що генерується, активне ж середовище

запасає енергію і підсилює генероване випромінювання. В оптичному діапазоні використовують відкриті резонатори, в яких число мод $M \sim \Delta\nu$ (В тривимірному резонаторі $M \sim \nu^2 \Delta\nu$, в двовимірному - $M \sim \nu \Delta\nu$, а в одновимірному $M \sim \Delta\nu$), тобто число резонансних частот не залежить від частоти. Отже, у відкритому резонаторі, по перше, внаслідок відсутності бокових стінок суттєво проріджується спектр мод (відбувається їх селекція), а по друге реалізується висока добротність для малої кількості мод. Оскільки розміри резонатору суттєво перевищують довжину хвилі, то здавалося б, що для опису структури поля в резонаторі можна скористатись геометричною оптикою. Це справедливо в тих випадках, коли дифракційними ефектами, оскільки їх обмаль, можна знехтувати. Детальний аналіз показує, що геометричний опис дає правильні результати, якщо резонатор знаходиться далеко від межі стійкості, а параметр Френзеля $N = a^2 / \lambda L$ значно більший одиниці. Поблизу межі стійкості і на ній структура поля в резонаторі повністю визначається дифракцією. Тому для пошуку структури мод таких резонаторів необхідно строго розв'язувати рівняння Максвелла. У випадку відкритих резонаторів їх розв'язок полегшується, оскільки їх поперечний розмір суттєво менший поздовжнього. Завдяки цьому хвильове рівняння зводиться до параболічного, розв'язувати яке значно простіше. Загальноприйнятим є зведення параболічного рівняння до інтегрального, яке розв'язується методом ітерацій.

З фізичної точки зору формування поля в резонаторі відбувається за рахунок багаторазових відбивань поля від дзеркал. Внаслідок обмеженості апертур дзеркал після кожного відбиття, частина поля втрачається, а структура поля, що залишилась в резонаторі, за рахунок дифракції набуває вигляду, при якому втрати мінімальні. При використанні резонатора в лазері формується поле моди з спонтанного випромінювання, яке спрямоване вздовж вісі резонатора. Відбиваючись від дзеркал і підсилюючись в активному середовищі, поле поступово перетворюється в поле мод резонатора за рахунок затухання тих складових спонтанного випромінювання, що не відповідають за структурою модам резонатора (фотони концентруються в тих модах, де їх більше). Отже резонатор формує типи коливань поля випромінювання, які називаються модами, що характерні для кожного типу резонаторів. Модова структура поля випромінювання лазера формується в лазері в процесі послідовних відбивань випромінювання від дзеркал резонатора. В одних резонаторах структура поля формується за велике число проходів. Це – багатопрохідні резонатори⁴

в інших – всього за декілька проходів, в окремих випадках при високих коефіцієнтах підсилення – за один прохід. Такі лазери можуть працювати без дзеркал, що свідчить про режим над світимості.

Для визначення структури поля мод можна скористатися принципом Гюйгенса-Френеля у відомому наближенні (кожен фронт хвильового фронту можна вважати джерелом вторинних сферичних хвиль). При цьому хвильовий фронт в будь-який більш пізній момент часу буде представляти огинаючу цих хвиль. Чисельні розрахунки конфігурації поля на дзеркалах резонатора показали, що функція, яка описує цей розподіл, має максимуми і мінімуми амплітуди поля в поперечних напрямках. Розрахунки показали, що амплітуда поля максимальна в середній частині дзеркала і мінімальна на його краях.

Масштаб зміни поля в поперечному напрямку суттєво більший, ніж в поздовжньому, тобто: $k_{\perp} \ll k_{\parallel}$, де k_{\perp} і k_{\parallel} - складові хвильового вектора впоперек і вздовж резонатора для вказаних конфігурацій. З цієї причини $\bar{E}_{\perp} / \bar{E}_{\parallel} \approx a / \lambda$, де \bar{E}_{\perp} і \bar{E}_{\parallel} , а a - апертура дзеркал. Це вказує, що в такому резонаторі електромагнітне поле з високою точністю можна вважати поперечним. У відповідності з англійським виразом *transverse electromagnetic*, моди у відкритому резонаторі називаються $TEM_{l\mu\eta}$ - моди. Індекси - l, μ, η , які приписують моді, означають: l - число на півхвиль, які вкладаються на базі резонатора L ; μ і η - числа, які показують кількість разів змін знаку поля в поперечних напрямках до вісі резонатора (l - поздовжній індекс, μ, η - поперечні). Кожна мода описується певною просторовою структурою поля, яка ідентифікована індексами l, μ, η . Крім цього, кожна мода характеризується певним зсувом фази за подвійний прохід резонатора, який повинен бути кратним цілому числу 2π .

Певному сполученню індексів μ і η , які описують конкретну поперечну структуру поля в резонаторі, відповідає ряд мод з різними значеннями індексу l - поздовжні або аксіальні моди. В спектрі генерації кожній з них відповідає певна спектральна лінія. *Сукупність поздовжніх мод з даним сполученням індексів μ і η є поперечною модою.* Кожний тип поперечної моди має певну структуру світлової плями на дзеркалі резонатора. Структура поля для випадку плоских дзеркал в площині дзеркала зображена на **рис. 1а**, що є прямокутні дзеркала і **1б** – круглі. Біля кожної фотографії фотографії справа зображена схема зміни знака амплітуди поля на поверхні дзеркала. В

реальних умовах структура світлової плями є суперпозицією кількох поперечних мод. Це означає багатогодовий режим генерації. При цьому має місце багато частотний і відповідно одно частотний режим генерації. В особливих випадках можна отримати одномодовий і навіть одно частотний режим генерації.

Кожна мода характеризується своїм розміром амплітуди і фази поля на дзеркалі. Одним з основних параметрів, який визначає добротність мод резонатора є число Френзеля, рівне $N = a^2 / \lambda L$ (a – ширина дзеркала, у випадку круглих дзеркал a – діаметр дзеркала, L – база резонатора). Для метрового резонатору при типовій на півширині дзеркал 1 см і $\lambda = 1$ мкм, $N = 100$. Число Френзеля визначає число зон Френзеля, які видно на одному з дзеркал із центру другого (**Рис. 2**). Отже число Френзеля можна ще визначити як відношення „кута зору” дзеркала до кута дифракції. Тому, чим більше число Френзеля, тим менші дифракційні втрати.

На **рис. 3** представлено декілька типів відкритих резонаторів. Плоский резонатор **рис. 3а** утворений двома плоскими дзеркалами, паралельними одне одному. З досить високою точністю осьові моди такого резонатору є суперпозицією плоский електромагнітних хвиль, які розповсюджуються в протилежних напрямках вздовж вісі резонатору, і в нульовому наближенні співпадають з модами закритого резонатору такого ж розміру. Концентричний (сферичний) резонатор (**Рис. 3б**) представляє собою два сферичних дзеркала з однаковими радіусами кривизни R і базою $L = 2R$. Конструюється резонатор так, щоб центри кривизни співпадали. Моди такого резонатору описують досить точно суперпозицією сферичних хвиль, які виходять з центра кривизни дзеркал і розповсюджуються в протилежних напрямках.

Умови само узгодженості поля (набіг фази електромагнітної хвилі при подвійному проході через резонатор повинен бути кратним 2π як в плоскому, так і в сферичному резонаторі):

$$2kL = 2\pi l$$

де $k = 2\pi / \lambda = 2\pi\nu / c$ – хвильовий вектор, l – натуральні числа. Звідси випливає, що їх резонансні частоти рівні:

$$\nu = l \cdot c / 2L, \text{ або } l\lambda = 2L \quad (2)$$

З (2) випливає, що параметр l характеризує порядок інтерференції. Стійке існування електромагнітного поля всередині резонатора можливе лише при утворенні в ньому стоячих хвиль. Виходячи з (2) для метрового резонатора ($L=1\text{м}$) у видимому діапазоні ($\lambda \sim 10^{-6}\text{м}$), порядок інтерференції $l = 2 \cdot 10^6$.

Конфокальний резонатор (**Рис. 3в**) утворюється двома сферичними дзеркалами з радіусами кривизни R і базою $L = R = 2f$ з спільними фокусами дзеркал. В такому резонаторі моди не можуть бути описані ні плоскою, ні сферичною хвилею і тому з простих геометричних міркувань резонансні частоти не можна отримати. Напівсферичний (напівконцентричний) резонатор (**Рис. 3г**) утворений сферичним дзеркалом кривизни R і плоским дзеркалом. При цьому база резонатора $L = R$, а центр кривизни сферичного дзеркала співпадає з центром поверхні плоского дзеркала. Напівфокальний резонатор (**Рис. 3д**) складається з сферичного дзеркала кривизни R і плоского дзеркала. База такого резонатора рівна фокусній відстані дзеркала $L = 0.5R$, а точка фокуса лежить в центрі плоского дзеркала.

Всі розглянуті резонатори є окремими випадками резонатора, утвореного двома сферичними дзеркалами з радіусами кривизни R_1, R_2 і базою L . В залежності від співвідношення між R_1, R_2 і L , резонатори поділяються на стійкі і нестійкі. До стійких резонаторів відносяться такі, в яких промінь після відбиття від дзеркал залишається в обмеженому об'ємі поблизу осі резонатору після багаторазових проходів. В протилежному випадку резонатор є нестійким. Розглянуті вище резонатори є стійкими. Приклад нестійкого резонатору показано на **рис. 3ж**. Згідно з розв'язком відповідних інтегральних рівнянь, стійкість резонатору можна характеризувати двома безрозмірними параметрами, які враховують його геометрію:

$$g_1 = 1 - \frac{L}{R_1}, \quad g_2 = 1 - \frac{L}{R_2}$$

де, як і раніше, L - база резонатора, R_1, R_2 - радіуси кривизни дзеркал. Резонатор стійкий, якщо:

$$0 \leq g_1 g_2 \leq 1 \tag{3}$$

Поза цими межами резонатор нестійкий. Тож, якщо параметри g_1 і g_2 змінюють знак одночасно, то умова стійкості резонатора (3) не порушується. Тому два резонатори з (g_1, g_2) і $(-g_1, -g_2)$ - еквівалентні при однаковому значенні числа Френзеля $N = a^2 / \lambda L$.

Графічно діаграма стійкості відкритих резонаторів представлена на **рис. 4**. Область, яка відповідає стійким резонаторам заштрихована. Точка з координатами (0,0) відповідає конфокальному резонатору (див. **рис. 3в**), точка (1,1) – плоскому (**рис. 3а**), точка (-1,-1) – сферичному (див. **рис. 3б**). Отже всі ці точки лежать на межі стійкості.

На практиці резонатори конструюють так, особливо в тих випадках, коли коефіцієнт підсилення невеликий, щоб знаходитись в області стійкості. Наприклад, широко використовується напівфокальний резонатор. На **рис. 4** його точка має координати (1, 1/2). В такому резонаторі розумні зміни його параметрів не будуть помітно впливати на роботу лазера. В той же час, наприклад, в напівсферичному резонаторі (його координати (0,1)). при слабкому збільшенні L дифракційні втрати різко зростають і генерація може зірватись, а при зменшенні L - дифракційні втрати зменшуються, що позитивно впливає на роботу лазера.

Оптичні резонатори, як показали дослідження. мають низькі втрати, а отже є моди з великою добротністю Q , якщо вони задовольняють двом вимогам. По-перше. в резонаторі повинні існувати моди, в яких фотони багаторазово, в усякому разі 50-150 разів, проходять через резонатор, відбиваючись від дзеркал. Ця умова впливає з міркувань геометричної оптики в зв'язку з тим, що розміри оптичного резонатора набагато більші робочої довжини хвилі. По-друге, параметри резонатора повинні задовольняти нерівності:

$$N_1 = \frac{a_1^2}{\lambda L} > 1, \quad N_2 = \frac{a_2^2}{\lambda L} > 1$$

Ця вимога – наслідок законів хвильової оптики, оскільки „кут зору” одного дзеркала з центра іншого a/L повинен бути більшим кута дифракції λ/a , що зумовлює малі дифракційні втрати (**рис. 3**).

Таким чином, резонатор досить повно характеризується параметрами g_1, g_2, N_1, N_2 . У тих випадках, коли числа Френзеля малі, потрібно переходити до розгляду процесів на основі хвильової оптики.

Розглянемо простий відкритий резонатор, що утворений двома плоскими прямокутними дзеркалами з розміром $a_1 = a_2 = a$ і базою $L \gg a$. Скористаємось відомими результатами існування стоячої електромагнітної хвилі в порожньому резонаторі з вказаними параметрами відкритого резонатора. Згідно з розв'язками рівнянь Максвела, власні значення частот резонатора рівні:

$$\nu = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left(l \frac{\pi}{L}\right)^2 + \left(\eta \frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\mu \frac{\pi}{a}\right)^2} \quad (4)$$

де c - швидкість світла в резонаторі, l, μ, η - натуральні числа. У випадку плоского відкритого резонатора, як визначалось вище, моди є суперпозицією плоских хвиль, які розповсюджуються майже по нормалі до поверхні дзеркал. Такими модами будуть ті, у яких $l \gg \mu, \eta$. Дійсно, в площині yoz картина буде така:

$$K_y = K \sin \theta = \eta \frac{\pi}{a}, K_z = K \cos \theta = l \frac{\pi}{4},$$

або:

$$\sin \theta = \eta \frac{\lambda}{2a}, \cos \theta = l \frac{\lambda}{2L}.$$

Оскільки $\sin \theta \ll 1$, а $\cos \theta \approx 1$, то $\eta \frac{\lambda}{2a} \ll 1, l \frac{\lambda}{2L} \approx 1$. Враховуючи, що $a \gg \lambda$ і $L \gg \lambda$, то приходимо до висновку, що існують тільки моди з $\mu, \eta \sim 1$ і $l \gg 1$. Раніше було з'ясовано, що $l \sim 10^6$. Оцінимо порядок величини η та μ . Виходячи з того, що максимально можливий кут між двома плоскими хвилями (див. **рис. 4**), які розповсюджуються в резонаторі $\theta = a/L$, період їх інтерференційної картини буде рівний $\Lambda = \lambda / \sin \theta$. Звідси випливає, що число вузлів інтерференційної картини, які вкладаються на дзеркалі, рівне:

$$\mu_{\max} = \frac{a}{\Lambda} = \frac{a^2}{\lambda L} = N$$

якщо $a = 10^{-2} \text{ м}$, $L = 1 \text{ м}$, $\lambda = 10^{-6} \text{ м}$, то $N^2 = 10^2$, тобто μ чи $\eta \sim 10^2$.
Отже умова $l \gg \mu, \eta$ добре виконується.

З рис. 4 випливає, що розбіжність випромінювання такого лазера рівна θ або:

$$\theta_{\text{ген}} = N\theta_{\text{диф}},$$

де $\theta_{\text{диф}} = \frac{\lambda}{a}$ - розбіжність пучка з плоским хвильовим фронтом і апертурою a . З виразу для кута генерації $\theta_{\text{ген}}$ випливає, що для отримання мінімальної розбіжності потрібно забезпечити мале число Френзеля резонатора або роботу лазера на найнижчих модах, тобто при $N \approx 1$.

Визначимо частотний інтервал між модами резонатора в наближенні $l \gg \mu, \eta$. Для цього перепишемо співвідношення () у вигляді:

$$\nu = \frac{c}{2\pi} \frac{l}{L} \sqrt{1 + \frac{\eta^2 + \mu^2}{l^2} \left(\frac{L}{a}\right)^2} \quad (4')$$

і, використовуючи розклад в ряд, обмежившись при цьому першим наближенням, отримаємо власне значення частот мод плоского резонатора:

$$\nu = \frac{c}{2} \left(\frac{l}{L} + \frac{1}{2} \frac{\eta^2 + \mu^2}{l^2} \cdot \frac{L}{a^2} \right) \quad (5)$$

Отже, кожна мода резонатора з частотою ν характеризується трьома додатковими числами l, η, μ , які визначають число вузлів електромагнітного поля в трьох взаємно перпендикулярних напрямках. Частотний інтервал між двома модами вздовж вісі резонатора (поздовжні моди) і незмінними поперечними індексами (μ і η) рівний:

$$\delta\nu_l = \frac{c}{2L} \quad (6)$$

Для порожнього оптичного резонатора при $L = 1\text{ м}$ $\delta\nu_l = 150\text{ МГц}$. Число l характеризує моди, які розповсюджуються вздовж вісі резонатора, в зв'язку з чим вони отримали назву поздовжніх або аксіальних мод. Відповідно l індекс поздовжньої моди, а співвідношення (6) визначає частотний інтервал між сусідніми поздовжніми модами.

Частотний же інтервал між модами, які відрізняються на одиницю за індексом η , рівний:

$$\delta\nu_\eta = \frac{c}{4} \frac{L[(\eta+1)^2 - \eta^2]}{a^2 l} = \frac{cL}{2la^2} \left(\eta + \frac{1}{2} \right)$$

або $\delta\nu_\eta = \delta\nu_l \frac{L^2}{la^2} \left(\eta + \frac{1}{2} \right)$ (7)

Аналогічне співвідношення має місце і для двох сусідніх мод, які відрізняються на одиницю по індексу μ :

$$\delta\nu_\mu = \delta\nu_l \frac{L^2}{la^2} \left(\mu + \frac{1}{2} \right)$$
 (8)

Оскільки індекси η і μ характеризують розподіл поля в напрямку, перпендикулярному вісі резонатора, вони характеризують поперечні моди і називаються поперечними індексами. Типові значення η і μ для метрового резонатора з розмірами дзеркал $1 \times 1\text{ см}^2$ знаходяться в межах 5. Раніше ми отримали $\mu_{\text{max}} \sim 10^2$, але це буде так, якщо $a = 1\text{ см}$ робочого тіла і на його торцях напилені дзеркала. В реальних умовах діаметр робочого тіла менший і дзеркала знаходяться не на робочому тілі, що і зумовлює $N \sim 5$. Отже: $\delta\nu_\eta \approx \delta\nu_\mu \approx 0.5 \div 3\text{ МГц}$.

Співвідношення (7) і (8) перепишемо, використовуючи число Френеля:

$$N = \frac{a^2}{\lambda L} = \frac{a^2 l}{2L^2}, \quad \delta\nu_\eta = \delta\nu_l \frac{\eta + \frac{1}{2}}{2N}, \quad \delta\nu_\mu = \delta\nu_l \frac{\mu + \frac{1}{2}}{2N}$$
 (7')

Для параметрів вказаного резонатора у видимій області спектра ($\lambda \sim 10^6 \text{ м}$) $N=100$. Таким чином, $\delta\nu_\mu$ і $\delta\nu_\eta \sim (5 \div 10)$ МГц. Схематично спектр частот плоского резонатора з квадратними дзеркалами показано на **рис. 5**. Отже, моди з різними η і μ мають однакову частоту, якщо $\eta^2 + \mu^2 = \text{const}$. Тому вони частотно вироджені. По поляризації має місце двократне виродження поздовжніх мод. Відсутність бокових стінок у відкритого резонатора зумовлює малі значення η і μ внаслідок великих дифракційних втрат.

Першим оптичним резонатором був плоско паралельний резонатор. Саме в ньому досягається максимальна спрямованість вихідного випромінювання при $N \approx 1$.

Для конфокального резонатора частоти мод визначаються співвідношенням:

$$\nu = \frac{c}{4\pi} (2l + 1 + \mu + \eta)$$

Частотний інтервал між поздовжніми модами рівний:

$$\delta\nu_l = \frac{c}{2L},$$

як і в плоскому резонаторі, а між поперечними модами:

$$\delta\nu_\eta = \delta\nu_\mu = \frac{c}{4L}.$$

Окрім того, моди з однаковим значенням $2l + \eta + \mu = \text{const}$, мають однакові резонансні частоти, але різну просторову конфігурацію. Таки моди частотно вироджені, що схематично показано на **рис. 6**.

Нестійкі резонатори.

Вище вже згадувалось (3), що резонатор стійкий, якщо: $0 \leq g_1 g_2 \leq 1$. Невиконання цієї умови призводить до різкого зростання втрат і, відповідно, резонатори називаються нестійкими. Їх доцільно застосовувати при досить високих значеннях коефіцієнта підсилення активного середовища – 10-20% за прохід.

В стійких резонаторах втрати пов'язані з скінченою величиною апертури дзеркал і тому, як правило, є шкідливими. В нестійких резонаторах ці втрати корисні. Завдяки їм утворюється вихідний з резонатора світловий пучок. Випромінювання виводиться з резонатора тому, що діаметр світлового пучка виявляється більшим апертури дзеркал – **рис. 1ж**. Такий спосіб виведення випромінювання з резонатора названо дифракційним. Він є характерним для нестійких резонаторів.

Відношення $T = y/x$, яке показує в скільки разів збільшується відстань від світлового пучка до вісі за подвійний прохід резонатора, називається коефіцієнтом поперечного розширення пучка. Внаслідок збільшення поперечного розміру моди, поліпшується умови селекції мод, підвищується потужність випромінювання в одномодовому режимі. Генерація в нестійкому резонаторі починається в привісьовій області активного елемента. З кожним подвійним проходом випромінювання по резонатору відбувається збільшення поперечного розміру пучка в T разів. Чим більше T , тим швидше відбувається процес формування поля випромінювання в резонаторі. Цей процес може завершитись протягом всього кількох проходів по резонатору. Для симетричного резонатора:

$$g_1 = g_2 = g, \quad T = \left(g + \sqrt{g^2 - 1}\right)^2$$

В цьому випадку частіше користуються коефіцієнтом не для подвійного, а для однократного проходження резонатора:

$$T_0 = \sqrt{T} = \left(g + \sqrt{g^2 - 1}\right)$$

Частка потужності, яка втрачається резонатором за подвійний прохід, дорівнює:

$$\gamma = 1 - T^{-2}.$$

В симетричному резонаторі для одного проходження:

$$\gamma_0 = 1 - T_0^{-2}.$$

На відміну від стійкого – в нестійкому резонаторі геометричні втрати не залежать від апертури дзеркала, а визначаються тільки радіусами кривизни і відстанню між дзеркалами. Дослідження показали, що зміна властивостей нестійкого резонатора з зміною числа Френзеля $N = a^2 / \lambda L$ характеризується періодом $(\sqrt{g^2 - 1})^{-1}$. Періодична зміна втрат при зміні a^2 пов'язана з дифракцією випромінювання на краю дзеркала. Для боротьби з цим ефектом в нестійких резонаторах використовуються дзеркала з згладженим краєм, тобто виготовляються дзеркала, у яких коефіцієнт відбиття зменшується до краю не стрибком, а плавно – в межах зони, шириною не менше a / N_e , де N_e - ефективне число Френеля:

$$N_e = N \sqrt{g^2 - 1}$$

Нестійкі резонатори частіше всього використовуються з метою селекції поперечних типів коливань і зменшення кутової розбіжності випромінювання. При великих об'ємах активного середовища цей спосіб селекції є найбільш перспективний, тому що не пов'язаний ні з ускладненням лазерної системи, ні з помітним зменшенням ККД випромінювання. Лазер з нестійким резонатором генерує звичайно тільки основну поперечну моду TEM_{00} . При цьому досягається дифракційна межа розбіжності. Це зумовлено тим, що для нестійких резонаторів дифракційні втрати завжди великі і тому не треба вживати яких-небудь заходів для селекції поперечних мод.

Наприклад, застосування нестійкого резонатора в лазері на склі, активованому Nd^{3+} , дозволило отримати розбіжність випромінювання $2 \cdot 10^{-5} \text{ рад} = 1.15 \cdot 10^{-3} \text{ град} = 4.14''$ - при ширині пучка 15 мм. Нестійкий резонатор характеризувався $T = 2, N = 56000, N_e = 7000$. Великою перевагою лазерів з нестійкими резонаторами є ефективно заповнення об'єму активного середовища полем випромінювання. Навіть при відносно невеликих довжинах резонаторів об'єм, який займає поле основної моди, досить великий. На відміну від стійких резонаторів світловий пучок всередині нестійкого резонатора не має перетяжки, тож руйнування активного середовища не відбувається. Нестійкі резонатори перспективні з точки зору реалізації лазера з визначеними параметрами. Процес генерації в лазері з нестійким резонатором починається в привіській області активного елемента, а потім

розповсюджується на весь його об'єм. Тому, якщо по оптичній осі вводити всередину лазера випромінювання від додаткового затравочного генератора з визначеними спектральними і часовими параметрами випромінювання, то можна отримати ефективно сформований потужний світловий потік з бажаними результатами. Швидкий розвиток процесу генерації в напрямку від вісі до периферії призводить зокрема, до більш швидкого формування гігантського імпульсу (ГІ) в режимі пасивної модуляції добротності. В результаті тривалість ГІ скорочується порівняно з лазерами з стійкими резонаторами.

Однак треба відмітити, що лазери з нестійкими резонаторами дуже чутливі до різного роду дефектів в активному середовищі чи до дефектів відбиваючих покриттів поблизу оптичної вісі резонатора.

Окрім того, поперечний переріз лазерного пучка має форму кільця (у випадку круглих дзеркал). В зв'язку з цим розподіл інтенсивності в пучку є суттєво неоднорідним.

Добротність резонатора. З попереднього розгляду видно, що сама конструкція відкритого резонатора суттєво обмежує число робочих мод, які можуть в ньому існувати, тобто тих мод, у яких добротність досить висока.

В реальних резонаторах є втрати, що призводять до затухання в часові світлових коливань. Оскільки будь-яке затухання викликає порушення монохроматичності, то на півширина резонаторної моди буде не нескінченно вузькою, а матиме скінченну ширину $\Delta\nu_p$. Кількісно процеси затухання описуються добротністю резонаторної моди Q .

Добротністю називається величина, яка характеризує резонансну властивість лінійної коливальної системи, яка чисельно рівна відношенню резонансної частоти ω до ширини резонансної кривої $\Delta\omega$ на рівні зменшення амплітуди в $\sqrt{2}$ рази: $Q = \omega / \Delta\omega = \nu / \Delta\nu$.

Добротність часто записують як відношення збереженої в системі енергії W до середніх втрат за період p : $Q = \omega W / p$. І, зрештою добротність є число періодів за час, протягом якого густина випромінювання зменшується в e разів.

Добротність характеризує роздільну (вибіркову, селективну) здатність коливальної системи: чим більше Q , тим потужніший її резонансний відгук. Частоти ω_1 і ω_2 можуть бути зареєстровані як

різні за умови $|\omega_1 - \omega_2| \gg \Delta\omega = \omega/Q$. Для радіодіапазону звичайно $Q \sim 10^1 \div 10^2$; для камертону $Q \sim 10^2$; для п'єзокварцевої пластинки $Q \sim 2 \cdot 10^4$ (в області 20 кГц); для НВЧ-діапазону $Q \sim 10^3 \div 10^4$; для оптичних же резонаторів оцінки, що будуть викладені далі, дають значення $Q \sim 10^6 - 10^7$.

Таким чином, спектральна на півширина моди $\Delta\nu_p$ пов'язана з добротністю співвідношенням:

$$\Delta\nu_p = \nu/Q \quad (9)$$

Оцінимо величину добротності оптичного резонатора, використав її означення як відношення енергії, збереженою системою, до величини втрати енергії за період. Для оцінки добротності треба виходити з співвідношення:

$$I = I_0 \exp\left(-\frac{2\pi\nu}{Q}t\right)$$

Втрати енергії при випромінюванні з резонатора за час dt :

$$dI = -\frac{2\pi\nu}{Q} I dt \quad (10)$$

З іншого боку, якщо хвиля падає на дзеркала з коефіцієнтом відбиття $r \approx 1$, резонатор втрачає енергію $I(1-r)$. Оскільки для резонатора це втрата енергії, то треба поставити знак „-“, $-I(1-r)$. Ця втрата відбулася за час проходження хвилі від дзеркала до дзеркала, тобто $\Delta t = L/c$. Отже, втрати енергії за одиницю часу рівні:

$$-\frac{I(1-r)}{\Delta t} = -\frac{I(1-r)c}{L}$$

Таким чином

$$dI = -\frac{I(1-r)c}{L} I dt \quad (11)$$

Співставляючи (10) і (11), отримаємо вираз для добротності Q :

$$Q = \frac{2\pi\nu L}{(1-r)c} \quad (12)$$

Зробимо чисельні оцінки:

при $L = 1\text{ м}$, $\nu' = 10^4\text{ см}^{-1}$, $c = 3 \cdot 10^8\text{ м/с}$, $r = 0.9$ отримаємо $Q = 10^7$.
Отже добротність відкритого резонатора така ж, як і у вільного атома. В останнього в результаті зіткнень Q зменшується на один-два порядки.

При врахуванні втрат на поглинання:

$$Q = \frac{2\pi\nu L}{c[k_\nu L + (1-r)]} \quad (13)$$

а на півширина моди:

$$\Delta\nu_p = \frac{c[k_\nu L + (1-r)]}{2\pi L} \quad (9')$$

Добротність резонатора Q пов'язана з часом життя фотона в резонаторі співвідношенням:

$$\tau_p = \frac{Q}{2\pi\nu} \quad (14)$$

Згідно з (14) часи життя фотонів $10^{-7} \div 10^{-8}\text{ с}$. Підставляючи (13) в (14) і вводячи безрозмірний коефіцієнт Γ всіх дифракційних втрат, втрат на пропускання дзеркал, внутрішніх втрат в активному середовищі в резонаторі за один прохід, отримаємо час життя фотона в резонаторі рівним:

$$\tau_p = \frac{L}{c\Gamma} \quad (15)$$

Отже, на півширина моди резонатора рівна:

$$2\pi\Delta\nu_p = \frac{1}{\tau_p} = \frac{c\Gamma}{L} \quad (16)$$

В сучасних дзеркалах з багатошаровими діелектричними покриттями втрати можуть бути доведені до 0.001. Якщо знехтувати дифракційними втратами, то на півширина поздовжньої моди: $\Delta \nu_l \approx 1 \text{ МГц}$. При цьому, як підраховано вище, для метрового резонатора частотний інтервал між сусідніми модами $TEM_{l+1,\mu,\eta}$ і $TEM_{l,\mu,\eta}$ - 150 МГц. Природно, що резонатори конструюються так, щоб коефіцієнт $\Gamma \ll 1$. Враховуючи цю обставину і порівнюючи вирази (6) і (16), бачимо, що:

$$\Delta \nu_l < \delta \nu_l \quad (17)$$

Оскільки $c\Gamma / L < c / 2L$, то поздовжні сусідні моди розрізняються при $\Gamma < 0.5$. Для поділу ж поперечних сусідніх мод необхідно $\Gamma < \eta / 2N$.

При η до 10 для розділення поперечних мод, Γ повинно бути не більше кількох відсотків (1-2%). В протилежному випадку вони перекриваються (схематично це показано на **рис. 7**).

Всі оцінки виконано для, так званого, холодного резонатора, тобто при відсутності збудженого активного середовища. Наявність в резонаторі активного середовища суттєво змінює його добротність. Зокрема, в гарячому резонаторі, в результаті компенсації втрат $k_\nu = \gamma + p$, добротність його $Q \rightarrow \infty$ і тому $\Delta \nu_p \rightarrow 0$, що значно поліпшує умови розрідження мод.

Згідно з отриманим вище результатом моди резонатора розташовуються досить густо одна до одної. В результаті їх велике число може вкладатись навіть в межах природної ширини атомної лінії. Наприклад, на півширина лінії люмінесценції рубіна при кімнатній температурі $3 \cdot 10^5 \text{ МГц}$ (10 см^{-1}), а відстань між поздовжніми модами метрового резонатора 150 МГц, поперечних – 1 МГц.

Схематично розташування мод метрового резонатора в межах спектра спонтанного випромінювання рубіна показано на **рис. 8**. Коли резонатор відсутній, спектр люмінесценції – суцільний. В оптичному резонаторі з розмірами бази $L \sim 0.1 \div 2 \text{ м}$ частотний інтервал значно менший ширини спектральної лінії робочого тіла. Це значить, що в межах спектральної ліній активного лазерного середовища вкладається від десятків до десятків тисяч власних типів коливань резонатора. Спектр власних частот в системі „активне середовище плюс резонатор”

в оптичному діапазоні буде визначатися власними частотами резонатора, які лежать поблизу максимуму спектральної лінії.

У випадку мазерів (НВЧ-діапазон) має місце зворотна картина: ширина спектральної лінії мала у порівнянні з відстанню між модами і добротність спектральної лінії суттєво більша добротності резонатора. Це означає, що ці лазери, як правило, працюють в одномодовому режимі.

Резонансні частоти, розташовані найбільш близько до максимуму робочої лінії активного тіла, мають найвищу добротність. З цього випливає, що лазер починає генерувати на аксіальній моді, власна частота якої найбільш близька до максимуму спектральної лінії активної речовини. Енергія цієї моди буде зростати по експоненті до тих пір, доки її не почнуть обмежувати ефекти насичення підсилення.

Коефіцієнти відбиття від дзеркал для всіх мод практично однакові. Внаслідок суттєвої залежності дифракційних втрат від номера моди відбувається збагачення фотонами найнижчих мод. Певно, найменші дифракційні втрати будуть мати ті моди, в яких максимуми амплітуд поля знаходяться в центрі дзеркал. Так, наприклад, для метрового плоского резонатора при $\lambda = 630 \text{ нм}$ і робочих розмірах дзеркал $a = 0.2 \text{ см}$ дифракційні втрати на один прохід для TEM_{101} приблизно в 10 разів більші, ніж для TEM_{100} . Оскільки добротність дуже різко погіршується з ростом індексів мод (**рис. 9**), (пунктирні криві – плоский резонатор, суцільні – конфокальний), - робочими модами є найнижчі. Таким чином, за допомогою резонатора створюється мінімальне число високо добротних мод, в яких накопичуються фотони.

Складні резонансні явища, які відбуваються в оптичному резонаторі, призводять до суттєвого звуження лінії вимушеного випромінювання. Внаслідок того, що найменші втрати будуть в центрі резонансного піка, лінія випромінювання розташовується по центру моди і має теоретичну ширину рівну:

$$\Delta \nu_i = \frac{8\pi h \nu}{W} \Delta \nu_i^2 \quad (20)$$

де W - потужність на частоті ν . Для $W \approx 10^{-3} \text{ Вт}$ на частоті 10^8 МГц і $\Delta \nu_i \approx 1 \text{ МГц}$ згідно з (20), $\Delta \nu_i \approx 10^{-3} \text{ Гц}$ тобто $\Delta \lambda_i \approx 10^{-19} \text{ А}$, що на багато порядків вужче природної ширини спектральної лінії

$\Delta\lambda = 10^{-4} A(\Delta\nu \approx 10^5 \text{ Гц})$ і ширини моди резонатора $\Delta\nu_l \approx 1 \text{ МГц}$. Відношення на півширини лінії генерації (теоретична величина $\Delta\nu_l$) до несучої частоти називається спектральною чистотою $\chi = \Delta\nu/\nu$. В даному випадку вона рівна 10^{-17} . Насправді, внаслідок різних нестабільностей системи лінії генерації оптичних квантових генераторів на кілька порядків ширші. В першу чергу, це пов'язано з тим, що резонатор „дихає”, в результаті чого змінюється його довжина, а, отже, і $\Delta\nu_l$. Для того, щоб досягти теоретичної ширини лінії генерації лазера (спектральної чистоти випромінювання 10^{-17}), необхідно створити умови, за яких за час $t = 1/2\pi\Delta\nu_l = 10^3 \text{ с}$ відносна зміна довжини резонатора була б не більше:

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{10^{-3}}{10^{14}} = 10^{-17}$$

Таку вимогу технічно виконати неможливо. Разом з тим відмітимо, що на півширина лінії спонтанного випромінювання практично не впливає на півширину лінії вимушеного випромінювання.

Кінетичні рівняння лазерної системи.

Лазерна система є сукупність електромагнітного поля і робочої речовини (кантова система) в інверсному стані. Отже, в такій системі є дві змінні величини: число квантів m у ξ -моді і число активних центрів (величина інверсної заселеності на робочому переході) $n = n_i - (q_i/q_k)n_k$. Співвідношення, які описують зміни цих величин в часові і називаються кінетичними рівняннями, будуть представляти собою рівняння руху (генерації) лазерної системи.

Число кантів у ξ -моді:

$$m_\xi = \frac{1}{h\nu_\xi} \int_{(V_p)} \int \rho(\nu_\xi, \vec{r}) d\nu_\xi d\vec{r}$$

де $\rho(\nu_\xi, \vec{r})$ - функція, яка описує об'ємноспектральну густину випромінювання поля ξ -ої моди в резонаторі з врахуванням її просторової структури в межах спектральної ширини моди $g(\nu)$; V_p - об'єм резонатора.

Можливі фізичні процеси з фотонами в системі:

1. Зникнення збуджень в квантовій системі з випромінювання фотонів в ξ - моду з імовірністю:

$$\tilde{\beta}_{e\xi} = \int_{(v_a)} \int_{(v)} B_{ik} n_i(\bar{r}) g(v) \rho(v_\xi, \bar{r}) dv_\xi d\bar{r}$$

Інтеграл береться за об'ємом робочої речовини (V_a) і в межах спектральної ширини ξ - моди резонатора.

2. Зникнення квантів моди ξ і народження, за рахунок поглинання фотонів з моди збуджень в активному середовищі з імовірністю:

$$\tilde{\beta}_{a\xi} = \int_{(v_a)} \int_{(v)} B_{ki} n_k(\bar{r}) g(v) \rho(v_\xi, \bar{r}) dv_\xi d\bar{r}$$

3. Зникнення фотонів в моді відбувається в результаті виходу їх з резонатора через дзеркала (корисні втрати), „паразитного” поглинання в системі, розсіювання і т.п. Всі ці втрати врахуємо параметром затухання $\gamma_\xi = \tau_\xi^{-1}$, де τ_ξ - час життя фотона в ξ -ій моді резонатора.
4. За умови, що спектральна ширина ξ -ої моди суттєво вужча ширини смуги люмінесценції $\Delta v_\xi \ll \Delta v_g$ ($\Delta v_\xi \sim 1 \text{ МГц}$, $\Delta v_g \sim 10^5 \text{ МГц}$), а збудження і поле рівномірно розподілено по об'єму активного середовища, тобто n_i не залежить від \bar{r} , отримуємо:

$$\begin{aligned} \tilde{B}_{e\xi} &= B_{ik} n_i g(v_\xi) \int_{(v_a)} \int_{(v)} \rho(v_\xi, \bar{r}) dv_\xi d\bar{r} = \\ &= B_{ik} n_i g(v_\xi) m_\xi h v_\xi \frac{\int_{(v_a)} \int_{(v)} \rho(v_\xi, \bar{r}) dv_\xi d\bar{r}}{\int_{(v_a)} \int_{(v)} dv_\xi d\bar{r}} = m_\xi B_{e\xi} \end{aligned}$$

Дріб враховує заповнення резонатора активним середовищем — це коефіцієнти заповнення резонатора. Аналогічний вираз і для $\tilde{B}_{a\xi}$.

Перше рівняння, яке описує кінетику числа квантів в ξ -й моді має вигляд:

$$dm_{\xi} / dt = B_{e\xi}(m_{\xi} + 1) - B_{a\xi}m_{\xi} - \gamma_{\xi}m_{\xi} \quad (21)$$

В першому члені рівняння (21) фігурує одиниця в дужках, яка відповідає спонтанному затравочному фотону. Якщо такого фотона не буде, то лазер не запрацює, оскільки нічому буде породити лавину фотонів.

Виходячи з аналогічних міркувань і допускаючи, що збудження робочих центрів неселективне за частотою, рівняння руху інверсної заселеності n має вигляд:

$$dn / dt = P + \sum_{\xi} [B_{a\xi}m_{\xi} - B_{e\xi}(m_{\xi} + 1)] - G \quad (22)$$

В рівнянні (22) перший член P враховує народження збуджених станів в результаті дії накачування, другий і третій – зміну їх числа внаслідок взаємодії з квантами всіх мод системи і спонтанного випромінювання в них, а четвертий G - загибель збуджених станів по каналу безвипромінювальних переходів.

Ці рівняння треба доповнити умовою збереження числа частинок N : $N = n_i + n_k$. Виникнення генерації значить, що на якійсь моді:

$$\frac{dm_{\xi}}{dt} > 0 \quad (23)$$

тобто число фотонів в системі з часом наростає, інакше кажучи, відбувається підсилення світла. Природно, поріг генерації (початок генерації) відповідає випадку, коли:

$$\frac{dm_{\xi}}{dt} = 0 \quad (24)$$

Це значить, згідно (21), що при нехтуванні спонтанним випромінюванням (одиницею) у порівнянні з числом фотонів вимушеного випромінювання в ξ -й моді, має місце рівність:

$$B_{e\xi} - B_{a\xi} = \gamma_{\xi} \quad (25)$$

Введемо коефіцієнт підсилення моди:

$$\alpha_{\xi} = B_{e\xi} - B_{a\xi} \quad (26)$$

Поріг генерації відповідає ситуації, коли підсилення рівне втратам: $\alpha_{\xi} = \gamma_{\xi}$. Отже, стаціонарному режиму генерації відповідає вимога:

$$\frac{dm_{\xi}}{dt} = 0 \quad (27)$$

$\frac{dn}{dt} = 0$, яка означає незмінність в часові числа збуджених центрів і фотонів в моді. В стаціонарному режимі генерації рівняння (21) і (22) набувають вигляду:

$$B_{e\xi}(m_{\xi} + 1) - B_{a\xi}m_{\xi} - \gamma_{\xi}m_{\xi} = 0 \quad (28)$$

$$P + \sum_{\xi} [B_{a\xi}m_{\xi} - B_{e\xi}(m_{\xi} + 1)] - G = 0 \quad (29)$$

Сумуючи рівняння (28) по ξ і додаючи результат до (29), отримаємо

$$P - G - \sum_{\xi} \gamma_{\xi}m_{\xi} = 0 \quad (30)$$

або:

$$P = \sum_{\xi} \gamma_{\xi}m_{\xi} + G \quad (30')$$

Співвідношення (30') є закон збереження енергії при стаціонарній генерації лазера. Дійсно, ліва частина рівняння (30'), тобто величина P є потужність накачування робочого тіла і інверсному стані. права ж частина рівняння (30') (перший доданок) є повна потужність випромінювання (спонтанного і вимушеного), які випромінюються по всіх модах системи. і (другий доданок) „загибель збуджених станів в результаті безвипромінювальних переходів.

При стаціонарній генерації, згідно (28), число фотонів ξ - моди рівне:

$$m_{\xi} = \frac{B_{e\xi}}{\gamma_{\xi} - B_{e\xi} + B_{a\xi}} = \frac{B_{e\xi}}{\gamma_{\xi} - \alpha_{\xi}} \quad (31)$$

Генерація лазера відповідає умові $m_{\xi} \gg 1$. Це реалізується при:

$$\alpha_{\xi} \approx \gamma_{\xi} \quad (32)$$

Оскільки m_{ξ} і $B_{e\xi}$ величини додатні, то як випливає з (32), $\alpha_{\xi} \lesssim \gamma_{\xi}$ (α_{ξ} повинне компенсувати інверсний стан, а в γ_{ξ} входять і втрати, пов'язані з випромінюванням, яке вийшло з резонатора).

Оцінимо необхідну густину інверсної заселеності активного середовища для отримання стаціонарної генерації через величини, які можна експериментально виміряти. Згідно з (26) і (32):

$$B_{e\xi} - B_{a\xi} \approx \gamma_{\xi} = \tau_{\xi}^{-1} \quad (33), \text{ або:}$$

$$\tilde{B}_{e\xi} - \tilde{B}_{a\xi} \approx \gamma_{\xi} m_{\xi} \quad (33')$$

Оскільки:

$$B_{ik} n_i \int_{(v_a)} \int_{(v)} g(v) \rho(v_{\xi}, \bar{r}) [B_{ik} n_i(\bar{r}) - B_{ki} n_k(\bar{r})] dv_{\xi} d\bar{r} =$$

$$\gamma_{\xi} \frac{\int_{(v_p)} \int_{(v)} \rho(v_{\xi}, \bar{r}) dv_{\xi} d\bar{r}}{h v_{\xi}} .$$

При $\Delta v_{\xi} \ll \Delta v_g$ і $\rho \sim const$, тобто поле моди просторово однорідне $n \neq f(\bar{r})$; при $V_a = V_p$ вираз (33') набуває вигляду:

$$g(v) B_{ik} (n_i - \frac{q_i}{q_k} n_k) h v_{\xi} \approx \gamma_{\xi} \quad (34)$$

Виражаючи в (34) B_{ik} через $A_{ik} = \tau_{ik}^{-1}$, отримуємо:

$$\left(n_i - \frac{q_i}{q_k} n_k \right) \approx \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{\tau_{ik}}{\tau_\xi g(\nu)} \quad (34')$$

При дисперсійній формі смуги люмінесценції вираз (34') набуває вигляду:

$$\left(n_i - \frac{q_i}{q_k} n_k \right) \approx \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \Delta\nu_g \frac{\tau_{ik}}{\tau_\xi} \quad (35)$$

Таким чином для реалізації стаціонарної генерації необхідно, щоб густина інверсної населеності $\left(n_i - \frac{q_i}{q_k} n_k \right)$ була по порядку величини рівна добутку числа мод в на півширині смуги люмінесценції $\frac{8\pi\nu^2}{c^3} \Delta\nu_g$ на відношення часу життя збудженого стану активного центра (τ_{ik}) до часу життя фотонів з ξ моди (τ_ξ). Збільшення τ_ξ відбувається за рахунок відповідної конструкції і якості резонатора. Вибір значень τ_{ik} і можливий лише підбором відповідного активного середовища.

Зробимо оцінку величини $\left(n_i - \frac{q_i}{q_k} n_k \right)$ необхідної для стаціонарної роботи, наприклад газового лазера. Типовий порядок значень параметрів в цьому випадку такий: $\tau_{ik} \approx 10^{-8} \text{ с}$; $\Delta\nu_g \approx 0.1 \text{ см}^{-1}$, коефіцієнти відбиття дзеркал 90 і 100%, довжина резонатору 100 см, частота випромінювання лазера $\nu' = 10^4 \text{ см}^{-1}$. При таких параметрах резонатора, як було оцінено раніше, $\tau_\xi \approx 10^{-7} \text{ с}$. Отже, згідно з (35)

$$\left(n_i - \frac{q_i}{q_k} n_k \right) \approx 10^7 \text{ центрів в кубічному сантиметрі.}$$

Така питома густина інверсної заселеності в порівнянні з звичайною густиною речовини навіть для газів при тисках порядку $(1 \div 1.5) \cdot 10^3 \text{ Па}$, тобто густина порядку $10^{17} \text{ атомів/см}^3$, незначна. Але для забезпечення стаціонарної генерації в діючій системі важливе не

безпосереднє число потрібних збуджених станів (їх, як бачимо, потрібно не так вже й багато). а підтримання їх на потрібному рівні, що в ряді випадків вимагає значної потужності накачування. Останнє не завжди вдається реалізувати, оскільки далеко не вся витрачена на накачування потужність йде за прямим призначенням, тобто на створення інверсної населеності.

Імовірність вимушеного випромінювання пропорційна інтенсивності вимушеного випромінювання. Тому після досягнення умови самозбудження енергія накачування, яка підводиться до активного поля, буде „перекачуватись” в моду, що буде генерувати. В результаті, після досягнення в активній речовині інверсної заселеності, при якій виконується умова генерації $\alpha \approx \gamma$, процеси вимушеного випромінювання будуть домінувати над процесами поглинання. За наявності генерації відбувається вирівнювання населеностей робочих лазерних рівнів і разом з тим виникає обмеження коефіцієнта підсилення – насичення. Внаслідок цього інверсія населеностей в лазері автоматично підтримується на рівні n_{nor} . Отже, при відсутності ефекту насичення мало б місце безмежне зростання інтенсивності вимушеного випромінювання. Насичення підсилення в лазері, як і в генераторах будь-якого типу, відбувається за рахунок ефектів, нелінійних за інтенсивністю. В наближенні слабкого сигналу, коефіцієнт підсилення α_ξ , як і коефіцієнт поглинання, можна вважати незалежним від інтенсивності I . При великих інтенсивностях таке наближення несправедливе.