



# АЛГЕБРА ТА ГЕОМЕТРІЯ

## Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

### Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>10 Природничі науки</i>
Спеціальність	<i>105 Прикладна фізика та наноматеріали</i>
Освітня програма	<i>Прикладна фізика</i>
Статус дисципліни	<i>Обов'язкова (нормативна) (цикл загальної підготовки)</i>
Форма навчання	<i>Очна (денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>1 курс, осінній та весняний семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>Загальна кількість: (7.5 кред) 225 год Лекційних занять: 72 год Практичних занять: 54 год Самостійна робота студентів: 99 год</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>1 семестр - екзамен, МКР; РР 2 семестр - залік, МКР, РР поточний контроль, колоквиуми</i>
Розклад занять	<i><a href="http://ipt.kpi.ua/navchalnij-protses">http://ipt.kpi.ua/navchalnij-protses</a></i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор: к.ф.-м.н., Хмельницький Микола Олексійович (<a href="mailto:mykhm-ipt@ill.kpi.ua">mykhm-ipt@ill.kpi.ua</a>) Практичні: к.ф.-м.н., Хмельницький Микола Олексійович (<a href="mailto:mykhm-ipt@ill.kpi.ua">mykhm-ipt@ill.kpi.ua</a>), викладачі кафедри ММЗІ</i>
Розміщення курсу	<i><a href="https://sites.google.com/site/khmelnitmetaua/forstudents/algebra-ta-geometria">https://sites.google.com/site/khmelnitmetaua/forstudents/algebra-ta-geometria</a></i>

### Програма навчальної дисципліни

#### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Навчальна дисципліна «Алгебра та геометрія» є тією необхідною частиною математичних знань, яку має опанувати кожен спеціаліст в галузі фізики.

Алгебра і геометрія грає надзвичайно важливу роль у формуванні важливих компетенцій майбутніх фахівців, пов'язаних із застосуванням фізики та новітніх технологій в різних сферах людської діяльності. Вся сучасна фізика побудована з застосуванням алгебри в просторі, модель якого вивчається методами аналітичної геометрії. Майбутньому фахівцю необхідно вивчати алгебру та геометрію, інакше він нічого не зрозуміє в сучасній фізиці.

Після засвоєння навчальної дисципліни студенти мають продемонструвати такі результати навчання:

1) *Знання*: системи лінійних рівнянь та методи їх розв'язання, матриці, основні алгебраїчні структури, поле комплексних чисел, многочлени над полем комплексних чисел, лінійно залежні та лінійно незалежні системи векторів, векторний простір, лінійні, білінійні та квадратичні функції,

лінійні оператори на просторах, жорданову нормальну форму лінійного оператора, лінійні та квадратичні образи в евклідовому просторі.

2) *Уміння*: розв'язувати системи лінійних рівнянь, виконувати операції над матрицями, зводити лінійні оператори до канонічних форм.

3) *Досвід*: вільно використовувати апарат лінійної алгебри та аналітичної геометрії для потреб фізичної науки.

Після засвоєння навчальної дисципліни студенти мають продемонструвати такі програмні компетентності та результати навчання за Стандартом вищої освіти:

#### **Загальні компетентності**

ЗК 1 – Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях

ЗК 2 – Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності

#### **Фахові компетентності**

ФК 7 – Здатність використовувати методи і засоби теоретичного дослідження та математичного моделювання в професійній діяльності.

#### **Програмні результати навчання**

ПРН 2 – Застосовувати сучасні математичні методи для побудови й аналізу математичних моделей фізичних процесів.

## **2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Для засвоєння матеріалу курсу «Алгебра та геометрія» студент повинен знати курс математики в рамках шкільної програми та засвоїти термінологію та поняття з курсу математичного аналізу.

Отримані практичні навички та засвоєнні знання можна використовувати в таких дисциплінах як «Диференціальні рівняння», «Тензорний аналіз», «Теорія функцій комплексної змінної», «Механіка», «Термодинаміка та молекулярна фізика» тощо.

## **3. Зміст навчальної дисципліни**

### **Розділ 1. Системи лінійних рівнянь, визначники та матриці.**

Тема 1.1. Системи лінійних рівнянь.

Тема 1.2. Визначники та матриці.

### **Розділ 2. Векторна алгебра та аналітична геометрія.**

Тема 2.1. Вектори.

Тема 2.2. Лінійні образи на площині та в просторі.

Тема 2.3. Квадратичні образи на площині.

### **Розділ 3. Основні алгебраїчні структури.**

Тема 3.1. Модульна арифметика.

Тема 3.2. Групи, кільця, поля.

### **Розділ 4. Векторні простори.**

Тема 4.1. Лінійна залежність та незалежність систем векторів.

Тема 4.2. Ранг матриці.

### **Розділ 5. Комплексні числа та многочлени.**

Тема 5.1. Поле комплексних чисел.

Тема 5.2. Кільце многочленів.

### **Розділ 6. Визначники.**

Тема 6.1. Загальна теорія визначників.

### **Розділ 7. Квадратичні образи в просторі.**

Тема 7.1. Поверхні другого порядку.

## **Розділ 8. Білінійні функції та евклідові простори.**

Тема 8.1. Лінійні та білінійні функції.

Тема 8.2. Евклідові простори.

## **Розділ 9. Лінійні оператори.**

Тема 9.1. Лінійні відображення та оператори.

Тема 9.2. Жорданова нормальна форма.

Тема 9.3. Лінійні оператори в евклідовому просторі.

## **4. Навчальні матеріали та ресурси**

### **Базова рекомендована література**

1. *Завало С.Т.* Курс алгебри. – К.: Вища школа, 1985. – 503 стор.
2. *Калужнін Л.А., Вишенський В.А., Шуб Ц.О.* Лінійні простори. – К.: Вища школа, 1971. – 344 стор.
3. *Безущак О.О., Ганюшкін О.Г., Кочубинська Є.А.* Навчальний посібник з лінійної алгебри для студентів механіко-математичного факультету. – К.: ВПЦ "Київський університет", 2019. — 224 стор.
4. *Безущак О.О., Ганюшкін О.Г.* Завдання до практичних занять з лінійної алгебри (векторні простори): для студентів університетів — К.: ВПЦ "Київський університет", 2010. — 257 стор.
5. *Діскант В.І., Береза Л.Р., Грижук О.П., Захаренко Л.М.* Збірник задач з лінійної алгебри та аналітичної геометрії. – К.: Вища школа, 2001. – 303 стор.

### **Допоміжна рекомендована література**

1. *Беклемішев Д.В.* Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Физматлит, 2006. – 312с.
2. *Ильин В.А., Позняк Э.Г.* Линейная алгебра. – М.: Физматлит, 2005. – 280с.
3. *Ильин В.А., Позняк Э.Г.* Аналитическая геометрия. – М.: Физматлит, 2004. – 224с.
4. *Воеводин В.В.* Линейная алгебра. – М.: Наука, 1980. – 400с.
5. *Беклемішева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А.* Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. – М.: Наука, 1987. – 496с.
6. *Кострикин А.И.* Введение в алгебру. – М.: Наука, 1977. – 496 с.
7. *Федорчук В.В.* Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Издательство НЦ ЭНАС, 2001. – 328с.
8. *Александров П.С.* Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Наука, 1979. – 512с.
9. *Кузнецов Л.А.* Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты. – СПб.: Лань, 2005. – 240с.
10. *Проскураков И.В.* Сборник задач по линейной алгебре. – М.: Наука, 1978. – 384с.
11. *Фадеев Д.К., Соминский И.С.* Сборник задач по высшей алгебре. – М.: Наука, 1978. – 304с.
12. *Клетенник Д.В.* Сборник задач по аналитической геометрии. -СПб.: Профессия, 2007.-200с.

## Навчальний контент

### 5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

#### Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань
<b>I семестр</b>	
1	Системи лінійних рівнянь малих розмірностей. Елементарні перетворення матриць. Елементи теорії визначників.
2	Еквівалентні системи лінійних рівнянь. Метод Гаусса. Фундаментальна система розв'язків системи лінійних однорідних рівнянь.
3	Операції над матрицями. Блочні матриці. Обернені матриці.
4	Лінійні операції над векторами. Розклад вектора за базисом. Прямокутна декартова система координат.
5	Скалярний, векторний, подвійний векторний та мішаний добуток векторів.
6	Різні види рівнянь прямої на площині. Відхилення точки від прямої.
7	Різні види рівнянь прямої та площини в просторі. Відхилення точки від площини.
8	Канонічні рівняння еліпса, гіперболи та параболи. Рівняння дотичних до еліпса, гіперболи, параболи.
9	Множина цілих чисел $Z$ . Групи, кільця та поля. Ізоморфізм алгебраїчних структур.
10	Векторні простори та їх підпростори. Критерій підпростору векторного простору. Лінійна оболонка.
11	Лінійно залежні та лінійно незалежні системи векторів. Основна теорема про лінійну залежність. Базис системи векторів.
12	Ранг системи векторів. Базис та розмірність векторного простору. Ізоморфізм векторних просторів.
13	Ранг матриці. Теорема про рівність рядкового та стовпцевого рангів матриці. Теорема Кронекера–Капеллі.
14	Побудова поля комплексних чисел. Алгебраїчна та тригонометрична форми комплексного числа.
15	Корені з комплексного числа. Група коренів $n$ -го степеня з одиниці. Первісні корені.
16	Побудова кільця многочленів. Теорія подільності в кільці многочленів. Незвідні многочлени.
17	Корені многочлена. Теорема Безу та схема Горнера. Основна теорема алгебри та наслідки з неї.
18	Раціональні корені многочленів над кільцем цілих чисел. Лема Гаусса. Критерій незвідності Ейзенштейна.
19	Перестановки та підстановки.
20	Означення визначника $n$ -го порядку та його властивості.
21	Застосування визначників.
22	Поверхні другого порядку.
23	Сума та перетин векторних підпросторів.
24	Лінійні та білінійні функції. Матриця білінійної функції.
25	Квадратичні функції. Методи Лагранжа та Якобі зведення квадратичних функцій до канонічної форми.
26	Дійсні квадратичні форми. Знаковизначені квадратичні форми. Закон інерції квадратичних форм. Критерій Сильвестра.

27	Евклідові простори. Ортогональність. Нерівність Коші-Буняковського. Ортонормований базис. Процес ортогоналізації.
<b>II семестр</b>	
1	Ортогональна сума та ортогональне доповнення. Відстані та кути.
2	Лінійні відображення та лінійні оператори. Матриця лінійного відображення.
3	Операції над лінійними операторами. Алгебра лінійних операторів.
4	Оператор простої структури. Клітинка Жордана.
5	Жорданова нормальна форма матриці. Приклади.
6	Функції від матриць (операторів). Приклади.
7	Спряжений, самоспряжений оператор в евклідовому просторі. Спектральний розклад самоспряженого оператора.
8	Унітарний оператор в евклідовому просторі, його властивості.
9	Зведення квадратичних форм до канонічного вигляду ортогональним перетворенням. Зведення поверхонь другого порядку до головних осей.

### Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань
<b>I семестр</b>	
1	Визначники 2-го та 3-го порядків.
2	Метод Гаусса.
3	Системи лінійних однорідних рівнянь.
4	Операції над матрицями.
5	Вектори в ПДСК.
6	Добутки векторів.
7	Пряма на площині.
8	Пряма та площина в просторі.
9	МКР частина №1.
10	Криві другого порядку.
11	Основні алгебраїчні структури.
12	Векторні простори.
13	Базис системи векторів.
14	Ранг матриці.
15	Комплексні числа.
16	Алгебра многочленів.
17	МКР частина №2.
18	Многочлени над числовими полями.
<b>II семестр</b>	
1	Визначники n-го порядку.
2	Властивості та застосування визначників.
3	Поверхні другого порядку. Векторні підпростори.
4	Лінійні, білінійні та квадратичні функції.
5	Евклідові простори.
6	Лінійні оператори.
7	Жорданова нормальна форма.
8	Лінійні оператори в евклідовому просторі.
9	МКР. Залік.

## **6. Самостійна робота студента**

Студент повинен завчасно готуватись до лекцій та практичних занять. Перед лекціями необхідно повторити теоретичний матеріал, наданий у попередніх лекціях. Перед практичними заняттями необхідно повторити відповідний теоретичний матеріал.

Обов'язковим є виконання домашніх завдань, які необхідно виконувати до наступного практичного заняття. Виконання та ревізія виконаних домашніх завдань також необхідні для підготовки до самостійних та модульних контрольних робіт.

З метою кращого засвоєння матеріалу курсу, а також формування навичок самостійної роботи студентам пропонується виконати розрахункові роботи у кожному семестрі. Для підготовки до виконання розрахункової роботи слід скористатися рекомендованою літературою та конспектом лекцій. Завдання на розрахункову роботу надає викладач практичних занять, який також встановлює граничні строки для її здачі; студенту надається не менше трьох тижнів на виконання розрахункової роботи.

Для кращого закріплення теоретичного матеріалу студент повинен здати колоквиум; підготовка до колоквиуму вимагає ретельного повторення теоретичного матеріалу відповідних лекцій у години самостійної роботи.

## **Політика та контроль**

### **7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)**

#### **Відвідування занять**

Відвідування лекцій та практичних занять є обов'язковим згідно Положення про організацію освітнього процесу КПІ ім. Ігоря Сікорського. У разі хвороби студент зобов'язаний представляти довідку про термін проходження лікування, оформлену належним чином, з установи, де проходило лікування. У інших випадках (наприклад, сімейні обставини) питання вирішується в індивідуальному порядку з викладачем. Матеріал занять, які були з тих чи інших причин пропущені, необхідно опановувати самостійно.

У будь-якому випадку студентам рекомендується відвідувати усі види занять, оскільки на них викладається теоретичний матеріал та розвиваються навички, необхідні для виконання домашніх завдань, контрольних та розрахункових робіт. Система оцінювання орієнтована на отримання балів за активність студента, а також виконання завдань, які здатні розвинути практичні уміння та навички.

#### **Пропущені контрольні заходи**

Результат самостійної або модульної контрольної роботи для студента, який не з'явився на контрольний захід, є нульовим. Якщо пропуск стався без поважної причини, студент має можливість написати контрольний захід, але максимальний бал за нього буде дорівнювати 50% від загальної кількості балів. У разі, якщо пропуск стався з поважних причин (наприклад, хвороби), підтверджених відповідними документами, студент має можливість написати контрольний захід в інший узгоджений з викладачем термін без зниження оцінки. Повторне написання модульної контрольної роботи не допускається.

Пропущений іспит не зараховується незалежно від причин пропуску; у такому випадку студент отримує запис у відомості «не з'явився» та повинен скласти іспит на додатковій сесії.

## **Оголошення результатів контрольних заходів**

Результати виконання тематичних самостійних робіт оголошуються кожному студенту окремо у присутності або у дистанційній формі та супроводжуються оціночними листами, в яких студенти можуть побачити свою оцінку за певними критеріями, а також позначення основних помилок та коментарі до них.

Захист виконаного та оформленого індивідуального розрахункового завдання проводиться у формі співбесіди з викладачем. Під час захисту студент зобов'язаний вміти розповісти про розв'язування вказаних викладачем задач та відповісти на теоретичні питання за темами задач. Результати виконаної та повністю оформленої розрахункової роботи у встановлений викладачем термін кожен студент захищає індивідуально. Результати захисту оголошуються кожному студенту окремо у присутності або в дистанційній формі та супроводжуються позитивними коментарями та зауваженнями стосовно помилок.

Результати модульної контрольної роботи вказуються на бланках для модульної контрольної роботи (завдання, які виконували студенти) з позначенням усіх помилок, коректної або некоректної відповіді, а також з коментарями, зауваженнями тощо.

Результати письмово екзамену вказуються на бланках для письмової екзаменаційної роботи (завдання, які виконували студенти) з позначенням усіх помилок, коректної або некоректної відповіді, а також з коментарями, зауваженнями тощо.

### **Академічна доброчесність**

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

### **Норми етичної поведінки**

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

### **Процедура оскарження результатів контрольних заходів**

Студенти мають можливість підняти будь-яке питання, яке стосується процедури проведення та/або оцінювання контрольних заходів, та очікувати, що воно буде розглянуто згідно із наперед визначеними процедурами.

Студенти мають право оскаржити результати контрольних заходів, але обов'язково аргументовано, пояснивши, з яким критерієм не погоджуються відповідно до оціночного листа та/або зауважень.

## 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

### I семестр

№ з/п	Контрольний захід	Макс бал	Ваговий бал	Кількість	Всього
1.	Самостійні роботи	2	1	6	12
2.	Модульна контрольна робота	10	1	2	20
3.	Робота на практичних заняттях	3	1	1	3
4.	Перевірка домашніх завдань	5	1	1	5
5.	Розрахункова робота	10	1	1	10
6.	Колоквіум	10	1	1	10
7.	Іспит	40	1	1	40
	Всього				100

Проміжна атестація студентів (далі – атестація) є календарним рубіжним контролем та проводиться двічі за семестр, на 8-му та 14-му навчальному тижнях кожного семестра. Для одержання першої атестації поточний рейтинг студента повинен бути щонайменше 5 балів, для одержання другої атестації – щонайменше 10 балів.

Семестрова атестація (іспит) проводиться усно зі студентами, які були допущені за результатами роботи протягом семестру. Необхідними умовами допуску є:

- семестровий рейтинг  $RD \geq 30$ ;
- виконання та захист розрахункової роботи;
- здача колоквіуму.

Рейтингова оцінка складається з результатів роботи в семестрі (RD) та результатів усного екзамену. Під час екзамену, забороняється використання будь-яких додаткових довідкових матеріалів.

Студенти, які протягом семестру отримали менше ніж 30 балів, можуть з метою допуску до семестрової атестації (екзамену) виконувати додаткове завдання, яке містить десять практичних задач та оцінюється максимум в 20 балів. Якщо результати написання додаткового завдання є позитивними, студент отримує додаткові бали та допуск до екзамену.

### II семестр

№ з/п	Контрольний захід	Макс бал	Ваговий бал	Кількість	Всього
1.	Самостійні роботи	4	1	7	28
2.	Модульна контрольна робота	40	1	1	40
3.	Робота на практичних заняттях	4	1	1	4
4.	Перевірка домашніх завдань	10	1	1	10
5.	Розрахункова робота	12	1	1	12
6.	Колоквіум	6	1	1	6
	Всього				100



Для одержання першої атестації поточний рейтинг студента повинен бути щонайменше 5 балів, для одержання другої атестації – щонайменше 10 балів.

На останньому за розкладом занятті викладач проводить семестрову атестацію у вигляді співбесіди зі студентами, які не змогли отримати за рейтингом позитивну оцінку (набрали протягом семестру менше ніж 60 балів ( $RD < 60$ )), але були допущені до семестрової атестації. Ці студенти зобов'язані проходити співбесіду. У даному випадку рейтингова оцінка студента буде складатись з результатів роботи в семестрі (RD) та результатів співбесіди, але не вище 60 балів.

Студенти, які протягом семестру отримали більш ніж 60 балів, можуть пройти співбесіду з метою підвищення оцінки. У даному випадку семестровий рейтинг студента анулюється, і студент отримує оцінку за результатами співбесіди.

**Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:**

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

**Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):**

**Склав:** доцент кафедри ММЗІ, к.ф.-м.н. Хмельницький Микола Олексійович.

**Ухвалено** кафедрою математичних методів захисту інформації (протокол № від 2021 р.).

**Затверджено** Методичною Радою ФТІ (протокол № 6 від 29.06.2021 року)