11.7

Спочатку буде відбуватись ковзання тобто поступальний та обертальний рух будуть незалежні.

Для поступального руху запишемо закон Ньютона в проекції на напрямок паралельний та перпендикулярний до поверхні:

$$\begin{aligned} mg\sin\alpha - F_{тр} &= ma \\ N - mg\cos\alpha &= 0 \end{aligned} \tag{1.1}$$

Та під час ковзання виконується:

$$F_{тр} = kN \tag{1.2}$$

Підставимо (1.2) у (1.1) та виразимо прискорення:

$$a = g\sin\alpha - kg\cos\alpha \tag{1.3}$$

Для обертального руху:

$$F_{тр}R = J\beta \tag{1.4}$$

І тоді закон руху:

$$\begin{aligned} v &= v_0 + at \\ \omega &= \beta t \end{aligned} \tag{1.5}$$

Ковзання закінчиться коли

$$v = \omega R \tag{1.6}$$

То есть

$$\begin{aligned} & v_0 + at = R\beta t \\ & t = \frac{v_0}{R\beta - a} = \frac{v_0}{kmg\cos\alpha R^2 / J - g\sin\alpha + kg\cos\alpha} = \\ & = \frac{v_0}{3kg\cos\alpha - g\sin\alpha} \end{aligned} \tag{1.7}$$

Енергія при цьому буде складати:

$$\begin{aligned} & E = E_{пост} + E_{об} = U_0 - A_{тр} + E_{об} = \\ & = mgS\sin\alpha - kmg\cos\alpha S + \frac{I\omega^2}{2} = \\ & = mgS(\sin\alpha - k\cos\alpha) + \frac{mR^2}{4}\left(\beta t\right)^2 = \\ & = mgS(\sin\alpha - k\cos\alpha) + \frac{mR^2}{4}\left(\frac{kmg\cos\alpha R}{J}\right)^2 \frac{2S}{a} = \\ & = mgS(\sin\alpha - k\cos\alpha) + \frac{m(kg\cos\alpha)^2 2S}{g\sin\alpha - kg\cos\alpha} = \\ & = mgS(\sin\alpha - k\cos\alpha) + \frac{2Sk^2 mg\cos^2\alpha}{\sin\alpha - k\cos\alpha} \end{aligned} \tag{1.8}$$

За час до закінчення ковзання циліндр пройде відстань:

$$\begin{aligned} & S_0 = v_0 t + a\frac{t^2}{2} = \frac{v_0^2}{g(3k\cos\alpha - \sin\alpha)} + \frac{v_0^2(k\cos\alpha - \sin\alpha)}{2g(3k\cos\alpha - \sin\alpha)^2} = \\ & = \frac{v_0^2(7k\cos\alpha - 3\sin\alpha)}{2g(3k\cos\alpha - \sin\alpha)^2} \end{aligned} \tag{1.9}$$

Після цього енергія циліндру буде залишатись сталою