Розділ. 4. Динамічна голографія.

Лекція 4-1(11). Типи голограм та методи їх запису. Дифракційна ефективність амплітудних і фазових голограм.

Фізичні принципи голографії. Амплітуда результуючого коливання A ***визначається виразом:***

$$A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos\delta \tag{1}$$

де a_1 та a_2 - амплітуди інтерферуючих хвиль; δ - різниця фаз між ними, причому $\delta = \psi_1 - \psi_2 = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta$, ψ_1 та ψ_2 - початкові значення фах відповідних коливань, Δ - здобута різниця ходу. Радіуси кілець з максимальною інтенсивністю можна отримати із співвідношення

$$r_m^2 = (l + m\lambda)^2 - l^2 = 2ml\lambda + m^2\lambda^2 \tag{2}$$

де $r_m = OK$; $l + m\lambda = MK$; m - порядок інтерференції, $m = 0,1,2,......$

Рівняння голограми. комплексна амплітуда опорної хвилі записується у вигляді $A_0 = \exp(-i\alpha x)$*, де* $\alpha = (2\pi/\lambda)\sin\theta$. *Комплексна амплітуда предметної хвилі визначається виразом* $A_n = a_n(x,y)\exp[i\Phi(x,y)]$. *Сумарна комплексна амплітуда світлового поля у площині середовища дається:*

$$A = A_0 + A_n = a_0 \exp(-i\alpha x) + a_n(x,y)\exp[i\Phi(x,y)] \tag{3}$$

Результуючий розподіл

$$\begin{gathered} J(x,y) \approx a_0^2 + a_n^2(x,y) + a_0 \exp(i\alpha x) a_n(x,y) \exp[i\Phi(x,y)] + \\ + a_0 \exp(-i\alpha x) a_n(x,y) \exp[-i\Phi(x,y)] = \\ a_0^2 + a_n^2(x,y) + \sqrt{2} a_0 a_n(x,y) \cos[\alpha x + \Phi(x,y)] \end{gathered} \tag{4}$$

Для опису голографічного процесу зручно записати прямолінійну ділянку характеристичної кривої у вигляді наступної залежності: $D = \gamma \lg H$, або через енергетичне пропускання $\lg\left(\frac{1}{T}\right) = \gamma \lg H$.

Таким чином, $T(x,y) = J^{-\gamma}(x,y)$, де $J(x,y)$ - інтенсивність випромінювання на ділянці середовища з координатами x та y; γ - фактор контрастності середовища; $T(x,y)$ - коефіцієнт пропускання. Для амплітудного коефіцієнта пропускання залежність від пропускання і інтенсивність випромінювання записується наступним чином:

$$t(x,y) = \sqrt{T(x,y)} \approx [J(x,y)]^{-\gamma/2} \tag{5}$$

Для голографічного процесу властивості реєструючого середовища зручно представляти у вигляді кривої залежності $t(x,y) = f(H)$, як представлено на **рис. 4б**.

В межах $H' - H''$ маємо $t = t_0 + kJ(x,y)\tau$ (6)

де τ - час експозиції. В (6) коефіцієнт k визначає нахил прямолінійної ділянки (для негативного запису, якому відповідає рис. 4б, коефіцієнт $k < 0$). Отримаємо

$$t(x,y) \sim \left\{a_0^2 + a_n^2(x,y) + 2a_0 a_n(x,y)\cos[\alpha x + \Phi(x,y)]\right\}^{-\gamma/2} \sim$$

$$\left(a_0^2\right)^{-\gamma/2}\left\{1 + \frac{a_n^2(x,y)}{a_0^2} + 2\frac{a_n(x,y)}{a_0}\cos[\alpha x + \Phi(x,y)]\right\}^{-\gamma/2} \sim \tag{7}$$

$$a_0^{-\gamma}\left\{1 - \frac{\gamma}{2}\frac{a_n^2(x,y)}{a_0^2} + \gamma\frac{a_n(x,y)}{a_0}\cos[\alpha x + \Phi(x,y)]\right\}$$

Винесемо за дужки $(1/2)a_0^2$ та опускаючи постійний множник $(1/2)a_0^{-(\gamma+2)}$, можна записати

$$\begin{aligned} t(x,y) &\sim 2a_0^2 - \gamma a_n^2(x,y) - \\ &- \gamma a_0 a_n(x,y)\exp(-i\alpha x)\exp[-i\Phi(x,y)] - \\ &- \gamma a_0 a_n(x,y)\exp(i\alpha x)\exp[i\Phi(x,y)] \end{aligned} \tag{8}$$

вираз (8) є рівнянням голограми. Зручно використати $\gamma = -2$. Тоді маємо по (5)

$$t(x,y) = \sqrt{T(x,y)} \approx [J(x,y)] \tag{9}$$

Зробив просвічуючи голограму, отримаємо, що хвильове поле за голограмою описується виразом:

$$\begin{aligned} I &\sim E_0 2a_0^2 - E_0\gamma a_n^2(x,y) - \\ &- E_0\gamma a_0 a_n(x,y)\exp(-i\alpha x)\exp[-i\Phi(x,y)] - \\ &- E_0\gamma a_0 a_n(x,y)\exp(i\alpha x)\exp[i\Phi(x,y)] \end{aligned} \tag{10}$$

комплексні амплітуди предметної та опорної хвиль $A_n = a_n\exp(i\varphi_n)$ та $A_0 = a_0\exp(i\varphi_0)$, де φ_n та φ_0 – фази хвиль. При когерентності коливань в площині середовища вираз для інтенсивності

$$\begin{aligned} J(x,y) &= (A_n + A_0)^2 = (a_n + a_0)(a_n^* + a_0^*) = \\ &a_n^2 + a_0^2 + A_n A_0^* + A_0 A_n^* \end{aligned} \tag{11}$$

Підставимо у (6) значення $J(x,y)$ з (11). Тоді для амплітудного пропускання голограми отримаємо

$$t = t_0 + k\tau(a_n^2 + a_0^2) + k\tau A_n A_0^* + k\tau A_0 A_n^* \tag{12}$$

Тут k відповідає нахилу прямої ділянки. На етапі відновлення маємо розподіл комплексних амплітуд

$$A_0 t = \left[t_0 + k\tau(a_n^2 + a_0^2)\right]A_0 + k\tau a_0^2 A_n + k\tau A_0^2 A_n \tag{13}$$

Структура голограми. *інтенсивність змінюється по синусоїдальному закону, який можна отримати із розгляду трикутника* $A_2C_2D : A_2C_2 = 2d, A_2D = d$ *та*

$$d = \lambda / 2n\sin\theta \tag{14}$$

Вираз (14) представляє собою умову Брегга

Класифікація голограм. Для класифікації голограм використовують параметр (Кука- Кляйна)

$$Q = 2\pi\lambda d(n\Lambda^2) \tag{15}$$

де n - середній коефіцієнт заломлення шару; d - товщина шару, λ - довжина хвилі; Λ - відстань між інтерференційними площинами. Звичайно товстими (об'ємними) голограмами вважаються ті, в яких $Q > 10$ і, навпаки, тонкою (плоскою) вважається голограма, в якої $Q < 1$.