Розділ. 2. Нелінійні явища, пов'язані з квадратичною нелінійною сприйнятливістю $\chi^{(2)}$.

Лекція 2-3(6). Лінійний електрооптичний ефект (ефект Покельса) Електрооптична модуляція світла (амплітудна та фазова модуляція світла, поперечна схема електрооптичної модуляції).

Зміна показника заломлення середовища, яке визвано прикладенням статичного електричного поля, називається електрооптичним ефектом. Якщо ця зміна лінійно залежить від прикладеного поля, то ми маємо справу з так званим ефектом Покельса. Величину зміни показника заломлення можна обчислити за допомогою моделі ангармонійного осцилятора шляхом введення у рівняння $m\ddot{x} + mg\dot{x} + m\omega_0^2 x + mq_2 x^2 = -eE_1 \cos\omega_1 t - eE_2 \cos\omega_2 t$ (див. Лекція 1-1 рівняння (28)) :

$$m\ddot{x} + mg\dot{x} + m\omega_0^2 x + mq_2 x^2 = -e\left[E(\omega) + E_0\right] \tag{1}$$

де $E(\omega)$- є змінне електричне поле випромінювання з кутовою частотою ω. Якщо ангармонійний член дорівнює нулю, то ефект постійного поля складається просто у зміщенні положення рівноваги, так, що рух електрону можна описати за допомогою нової координати ξ, що визначається співвідношенням:

$$\xi = x + eE_0 / m\omega_0^2 \tag{2}$$

Рівняння руху ангармонійного осцилятру у координатах ξ можна записати наступним чином:

$$m\ddot{\xi} + mg\dot{\xi} + m(\omega_0^2 - 2q_2 eE_0 / m\omega_0^2)\xi + mq_2\xi^2 = -eE(\omega), \tag{3}$$

де опущено малий член, що пропорційний $q_2 E_0^2$.

Нас цікавить обчислення показника заломлення, „відчуваємого" полем випромінювання $E(\omega)$, яке само пособі є малим, щоби визвати нелінійні ефекти, і тому ангармонійним членом у рівнянні (3) можна нехтувати. Таким чином, рух описується рівнянням

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + mg\frac{dx}{dt} + m\omega_0^2 x = -eE_x e^{i\omega t} \qquad \text{(див. лекцію 1-1, рівняння (11))}$$

але із зміненою частотою $\omega_0^{'}$, де

$$\Delta(\omega_0^2) = \omega_0^2 - (\omega_0^{'})^2 = 2q_2 e E_0 / m\omega_0^2 \qquad (4)$$

дійсна та уявні частини діелектричної проникливості визначаються формулами

$$n^2 - k^2 - 1 = \left(\frac{Ne^2}{m\varepsilon_0}\right)\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 g^2}$$

$$2nk = \left(\frac{Ne^2}{m\varepsilon_0}\right)\frac{\omega g}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 g^2}$$

(див лекцію 1-1 рівняння (14), (15))

і зміщення резонансної частоти, загалом кажучи, викликає зміну як n так і k. Для забезпечення достатнього пропускання зразка необхідно, щоби довжина хвилі випромінювання була б більше той, що відповідає краю поглинання, так, що умова $\omega_0^2 >> \omega g$ звичайно виконується. У цьому випадку показник заломлення є дійсним і його величина визначається формулою
$n^2 - 1 = (Ne^2 / m\varepsilon_0)(\omega_0^2 - \omega^2)^{-1}$ (Див. лекцію 1-1, рівняння (17)),
звідки можна обчислити зміну показника заломлення

$$\Delta n = \frac{(n^2-1)\Delta(\omega_0^2)}{2n(\omega_0^2 - \omega^2)} = \frac{q_2 e(n^2-1)E_0}{m\omega_0^2(\omega_0^2 - \omega^2)n} \qquad (5)$$

Щоби узагальнити попередній аналіз, розглянемо анізотропний кристал, у якому показник заломлення можна описати за допомогою рівняння

$$\frac{x^2}{n_1^2} + \frac{y^2}{n_2^2} + \frac{z^2}{n_3^2} + \frac{2yz}{n_4^2} + \frac{2zx}{n_5^2} + \frac{2xy}{n_6^2} = 1 \qquad (6)$$

яке задає еліпсоїдальну поверхню, що називають індикатрисою. У рівняння включені шість компонент показника заломлення, щоби врахувати загальний випадок, коли вісі еліпсоїду не відповідають головним вісям кристалу. (Вибором відповідних осей симеттрії ці компоненти можна звести до трьох головних показників заломлення). Щоб визначити показник заломлення світла, що розповсюджується у заданому напрямку, необхідно розглянути переріз еліпсоїда, перпендикулярний цьому напрямку, і який проходить через початок координат. Відповідний показник заломлення представляє собою величину радіусу цього перерізу, виміряного у напрямку електричного вектору **E**. Вказаний переріз у загальному вападку є еліпсом, і отриманий таким чином показник заломлення залежить від напрямку поляризації.

Якщо до кристалу прикладене сильне електричне поле, то індикатриса спотворюється, і деяки з шести компонент показника заломлення змінюються. Величини змін цих компонент, які зв'язані з електрооптичним ефектом, описуються за допомогою тензорних коефіцієнтів r_{mi} , які визначаються формулою:

$$\frac{1}{n_m^2} = \left(\frac{1}{n_m^2}\right)_{E=0} + \sum_{i=1}^{3} r_{mi} E_i \qquad (7)$$

де E_i - компонента постійного поля вздовж напряму, що позначено індексом *i*.

Повертаючись до результатів аналізу ангармонійного осцилятора, який було проведено у одновимірному наближенні (по аналогії з формулою (7)) введемо еквівалентний електрооптичний коефіцієнт r_{xx}, так що

$$r_{xx} E_0 = -2\Delta n / n^3 \qquad (8)$$

звідки у відповідності з формулою (5) маємо

$$r_{xx} = -\frac{2q_2 e(n^2 - 1)}{m\omega_0^2 (\omega_0^2 - \omega^2) n^4} \qquad (9)$$

Порівняння вищенаведеної теорії з виводом нелінійної сприйнятливості показує, що r_{xx} та χ_{xxx} зв'язані співвідношенням

$$n^4 r_{xx} = -2\chi_{xxx}(\omega = 0). \qquad (10)$$

Можна показати, що у тензорних позначеннях це співвідношення має вигляд

$$n_n^4 r_{mi} = -2d_{im} \tag{11}$$

Чисельні значення електрооптичних коефіцієнтів для ряду напівпровідників для більшості експериментальних значень r_{mi} знаходяться в області (1-5)·10^{-12} м·$В^{-1}$. У кубічних матеріалах едині неррівні нулю коефіцієнти суть $r_{41} = r_{52} = r_{63}$ і індуковане полем зміна показника заломлення має місце для поляризованого випромінювання, електричний вектор **E** якого перпендикулярний прикладеному постійному полю.

Лінійний електрооптичний ефект можна описувати і у інший спосіб, виразивши поляризацію на сумарній частоті через добуток амплітуди електричного поля світлової хвилі $E^{(\omega)}$ та амплітуди низькочастоного (під „низькими частотами" тут розуміються частоти набагато менши, ніж частоти оптичних мод решітки, на цих частотах рух іонів дає певний внесок у поляризацію кристала) електричного поля $E^{(\Omega)}$:

$$P_j^{(\omega' = \Omega + \omega)} = \varepsilon_0 d_{jkl}^{(\omega' = \Omega + \omega)} E_k^{(\Omega)} E_l^{(\omega)} \tag{12}$$

Тензор $\hat{d}$, що визначається чим рівнянням, можна виразити через електрооптичний тензор $\hat{r}$:

$$d_{jkl}^{(\omega' = \Omega + \omega)} = \frac{\varepsilon_j \varepsilon_l}{\varepsilon_0^2} r_{jkl} \quad (j \neq l), \tag{13}$$

де ε_j та ε_l є главні значення тензору діелектричної проникливості на частоті ω.

Розглянемо це докладніше

Густина запасенної електричної енергії у анізотропному середовищі дорівнює $w_e = \frac{1}{2} \mathrm{E} \cdot \mathrm{D} = \frac{1}{2} E_k \cdot \varepsilon_{kl} E_l$, при перетворенні до головних кристалографічних осей воно приймає вигляд $2w_e = \varepsilon_x E_x^2 + \varepsilon_y E_y^2 + \varepsilon_z E_z^2$ де індекси x, y, z тепер відносяться до нової системи координат.

Поверхні постіної енергії у D- просторі у присутності постійного електричного поля даються рівнянням

$$\frac{D_x^2}{\varepsilon_x} + \frac{D_y^2}{\varepsilon_y} + \frac{D_z^2}{\varepsilon_z} + \frac{2\varepsilon_{yz} D_y D_z}{\varepsilon_y \varepsilon_z} + \frac{2\varepsilon_{xz} D_x D_z}{\varepsilon_x \varepsilon_z} + \frac{2\varepsilon_{yx} D_y D_x}{\varepsilon_y \varepsilon_x} = const, \tag{14}$$

де x, y, z - головні вісі при нульовому електричному полі, так що недіагональні елементи, які у відсутності електричного поля дорівнюють нулю, задовольняють співвідношенню $\varepsilon_{jk} <<< \varepsilon_{jj}$.

Тоді рівняння для оптичної індикатриси приймає вигляд

$$\frac{x^2}{\varepsilon_x^{'}} + \frac{y^2}{\varepsilon_y^{'}} + \frac{z^2}{\varepsilon_z^{'}} + \frac{2\varepsilon_{yz}^{'}}{\varepsilon_y^{'}\varepsilon_z^{'}} yz + \frac{2\varepsilon_{xz}^{'}}{\varepsilon_x^{'}\varepsilon_z^{'}} xz + \frac{2\varepsilon_{yx}^{'}}{\varepsilon_y^{'}\varepsilon_x^{'}} yx = 1 \tag{15}$$

де $\varepsilon_k^{'} = \varepsilon_k / \varepsilon_0$ - відносна діелектрична проникливість. Порівняння (15) з рівнянням $\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_i = r_{ij} E_j$ (де $\Delta(1/n^2)_i$ −зміна константи $(1/n^2)_i$, по індексам, що повторюються проводиться підсумування) , яке визначає електрооптичний тензор призводить до наступного співвідношення:

$$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_{jl} = \frac{\varepsilon_{jl}^{'}}{\varepsilon_j^{'}\varepsilon_e^{'}} = r_{jlk} E_k \tag{16}$$

де по індексам, що повторюються проводиться підсумування.

Використавши рівняння $D_j = \varepsilon_{jl} E_l,\ D_j = \varepsilon_0 E_j + P_j$, отримаємо $P_j = \varepsilon_0 (\varepsilon_{jl}^{'} - \delta_{jl}) E_l$, або з урахуванням виразу $E_1 = -\frac{1}{\varepsilon_0}(N_a P_a + N_b P_b + N_c P_c)$, (де $N_a,, N_b, N_c$ - деполяризуючи фактори для напрямів вздовж осей a,b,c еліпсоїда у однорідному полі; P_a, P_b, P_c - компоненти вектору поляризації **P** по осях еліпсоїда),

$$P_j = \varepsilon_0 (\varepsilon_j^{'} \varepsilon_l^{'} r_{jkl} E_k - \delta_{jl}) E_l. \tag{17}$$

Визначаючи тензор d_{jkl}, у відповідності з виразом $P_i^{(\omega_3)} = \varepsilon_0 d_{ijk}^{(\omega_3=\omega_1+\omega_2)} E_j^{(\omega_1)} E_k^{(\omega_2)}$ (див. лекцію 1-2, рівняння (4)), у вигляді

$$P_i^{\omega'=\Omega+\omega} = \varepsilon_0 d_{jkl}^{\omega'=\Omega+\omega} E_k^{\Omega} E_l^{\omega} \quad (j \neq l), \tag{18}$$

отримаємо результат

$$d_{jkl}^{\omega'=\Omega+\omega} = \frac{1}{\varepsilon_0} \varepsilon_j' \varepsilon_e' r_{jkl} \quad (j \neq l) \tag{19}$$

Для KDP, наприклад, маємо наступні співвідношення:

$$\begin{aligned} r_{63} = r_{yxz} &= \frac{1}{\varepsilon_y' \varepsilon_x'} d_{yzx}^{\omega'=\Omega+\omega} = \frac{1}{n_0^4} d_{yzx}^{\omega'=\Omega+\omega}, \\ r_{41} = r_{zyx} &= \frac{1}{\varepsilon_z' \varepsilon_y'} d_{zyx}^{\omega'=\Omega+\omega} = \frac{1}{n_0^2 n_н^2} d_{zyx}^{\omega'=\Omega+\omega}, \end{aligned} \tag{20}$$

Слід очікувати, що $d_{jkl}^{\omega'=\Omega+\omega}$ не залежить від Ω („нижньої" частоти компоненти поля E_k) оскільки Ω є малою у порівнянні з любою із резонансних частот коливань іонів. Експериментально сталість $d_{jkl}^{\omega'=\Omega+\omega}$ достатньо добре виконується у діапазоні НВЧ.

Практичне застосування електрооптичного ефекту для модуляції основано на тому, що показник заломлення відрізняється для світла, що поляризоване перпендикулярно і паралельно прикладеному полю. На **рис. 1** показано простий практичний пристрій, в якому вхідне випромінювання, що розповсюджується вздовж осі z, поляризовано під кутом 45° по відношенню до поля E_0^x. Розглянемо кубічний кристал, що має ізотропний показник заломлення n. При наявності поля різниця показників заломлення для компонент $E_x(\omega)$ та $E_y(\omega)$ поля випромінювання дорівнює $\Delta n = n_3 r_{41} E_{0x}/2$. Різниця фаз між $E_x(\omega)$ та $E_y(\omega)$ після виходу з кристалу товщиною L визначається формулою

$$\delta = \pi L n^3 r_{41} E_{0x} / \lambda \tag{21}$$

Якщо $\delta = \pi$, то площина поляризації вихідного пучка повернута на 90^o по відношенню до вхідного пучка. Таким чином, якщо кристал поміщено між схрещеними поляризаторами, то вихідний сигнал досягає максимума, якщо прикладено „напівхвильове поле”, що дорівнює

$$E_{\lambda/2} = \lambda / n^3 r_{41} L \tag{22}$$

Очевидно, що величина $n_m^3 r_{mi}$ представляє фактор якості електрооптичного матеріалу. Таким чином, завдяки великим значенням показників заломлення напівпровідникі виявляються зручними середовищами для виготовлення модуляторів. Хоча. GaAs має менший електрооптичний коефіцієнт ніж KDP(KH_2PO_4) але при λ=10.6 мкм він має більший фактор якості:

GaAs: $r_{41} = 1.6 \cdot 10^{-12} м \cdot B^{-1}, n^3 r_{41} = 5.9 \cdot 10^{-11} м \cdot B^{-1}$,

KDP: $r_{63} = 9.7 \cdot 10^{-12} м \cdot B^{-1}$, $n^3 r_{63} = 3.3 \cdot 10^{-11} м \cdot B^{-1}$.

Ще більший фактор якості має CdTe - $12 \cdot 10^{-11}$ м·В$^{-1}$ при подібних характеристиках пропускання.

Оскільки до електрооптичних модуляторів прикладають сильні електричні поля ($E_0 \geq 10^3 B \cdot см^{-1}$), то для них потрібні кристали з високим питомим опором ($\geq 10^{11} Ом \cdot см$), тому при кімнатній температурі можна застосовувати лише ті напівпровідникі, ширина забороненої зони яких перевищує ~ 1.3 еВ. З іншого боку, вимога великого показника заломлення означає, що ширина забороненої зони не повинна надто сильно перевищувати цю величину.

Електрооптична модуляція світла.

Амплітудна модуляція світла. Вперше електрооптичний модулятор світла був створенний з використанням кристалу ADP (дігідрофосфату амонію, структура якого аналогічна KDP), схема установки показано на **рис.2**. Кристал ADP з прикладеною напругою вздовж осі z було поміщено між схрещеними поляризаторами. Площина вхідного поляризатора була паралельна осі x , вихідного – осі y. При наявності поля E_z головні діелектричні осі займають положення x' і y'. Показники заломлення для хвиль, що поляризовані вздовж цих напрямів, визначаються по тим самим формулам, що і для випадку KDP ($n_x' = n_o - \frac{n_o^3}{2} r_{63} E_z$, $n_y' = n_o - \frac{n_o^3}{2} r_{63} E_z$, $n_z = n_н$). Світло, що падає на кристал має рівні компоненти поля E по осях x' і y'. Тоді комплексні амплітуди на виході кристалу E_x' та E_y' записуються у вигляді

$$E_x' = Ae^{i\varphi_x'} = Ae^{i\omega/c[n_o - (n_o^3)/2 r_{63} E_z]L},$$

$$E_y' = Ae^{i\varphi_y'} = Ae^{i\omega/c[n_o - (n_o^3)/2 r_{63} E_z]L}. \tag{23}$$

Диференціальний фазовий зсув, який називають з а п і з н е н я м, визначається як

$$\Gamma = \varphi_{y'} - \varphi_{x'} = \frac{\omega n_o^3 r_{63} E_z L}{c} = \pi \frac{U}{U_{1/2}} \tag{24}$$

де $U = E_z L -$ прикладена напруга; $U_{1/2}$- напруга, при якій $\Gamma = \pi$, тобто

$$U_{1/2} = \frac{\lambda_0}{2 n_o^3 r_{63}} \tag{25}$$

$\lambda_0 = 2\pi c/\omega -$довжина хвилі у вільному просторі. Використав чисельні дані для ADP ($NH_4H_2PO_4$): електрооптичні коефіцієнти : $r_{41} = 28;$ $r_{63} = 8.5;$ показник заломлення (типове значення при λ_o=550 нм) : $n_o = 1.52;$ $n_н = 1.48;$ $n_o^3 r = 95,$ *та* $27{,}10^{-12}$ *м/в*, $\varepsilon/\varepsilon_0$ (*при кімнатній температурі*) $- \varepsilon \| c = 12,$ точкова група симетрії $\overline{4}2\ m$; отримаємо $U_{1/2}$= 10 кВ, при λ_0 =0.5 мкм.

Принцип дії модулятора полягає у наступному. При $U=0, \Gamma=0$ і на вихідному кінці кристалу ADP $E_{x'}$та $E_{y'}$ знаходяться у фазі, так що поляризація вихідного променя остається незмінною. Тому схрещений вихідний поляризатор не пропускає цей промінь. При $U=U_{1/2}$ запізнення дорівнює $\Gamma=\pi$. В результаті цього промінь, що виходить з кристалу є поляризованим вздовж осі y і вихідний поляризатор повністю пропускає світловий промінь.

Для того, щоб знайти ту частину інтенсивності падаючого світла, яка проходить через пристрій при довільній напрузі, покладемо інтенсивність на вході рівною одиниці, тобто $E_{x'}=E_{y'}=1$. Вихідна інтенсивність дорівнює $\frac{1}{2}(E_y E_y^*)$ і з урахуванням (23)

$$\frac{I_{пр}}{I_{пад}}=\frac{1}{2}E_y E_y^*=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\varphi_{x'}}-\frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\varphi_{y'}}\right)\times$$
$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-i\varphi_{x'}}-\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-i\varphi_{y'}}\right)$$

за допомогою (24) останнє рівняння можна записати у вигляді

$$\frac{I_{пр}}{I_{пад}}=\sin^2\frac{\Gamma}{2} \qquad (26)$$

Якщо запізнення змінюється по закону

$$\Gamma=\Gamma_0+\Gamma_m\cos\omega_m t \qquad (27)$$

то інтенсивність про ходячого світла буде мати складову, яка змінюється як $\cos\omega_m t$. Ця складова максимальна при $\Gamma_0=\pi/2$. Постійна складова запізнення $\Gamma_0=\pi/2$ може бути забезпечена або постійною напругою $U=U_{1/2}$, або „чвертьхвильовою” пластиною двопроменезаломлюючого кристалу.

Поперечна схема електрооптичної модуляції. У схемі модуляції. що показана на **рис. 2**, напрями модулюючого поля та розповсюдження світла співпадають з віссю z. У ряді випадків бажано модулююче поле прикладати перпендикулярно напряму розповсюдження світла. Це так звана поперечна схема модуляції. У випадку KDP можна створити такий модулятор у вигляді прямокутної призми з ребрами, що паралельні осям x', y', z і модулююче електричне поле прикладається вздовж осі z. Використав рівняння індикатриси

$$\left(\frac{1}{n_o^2} + r_{63}E_z\right)x'^2 + \left(\frac{1}{n_o^2} + r_{63}E_z\right)y'^2 + \frac{z^2}{n_н^2}$$

знайдемо, що в цьому випадку запізнення дорівнює

$$\Gamma = \varphi_{x'} - \varphi_z = \frac{\omega}{c}(n_o - n_н - \frac{n_o^3 r_{63} E_z}{2})L_{y'} \tag{28}$$

і включає член $(\omega / c)(n_0 - n_н) / L_{y'}$, що відповідає природному подвійному променезаломленню. З виду еліпсоїду показників заломлення для $\mathbf{E}_{мод} \parallel \mathbf{e}_z$ випливає, що цей член залежить від напряму розповсюдження променя. У випадку непаралельного пучка світлових променів запізнення Γ залежить від кута під яким розповсюджується промінь, що розглядається. Якщо результуючий розкид стає помітним ($\geq \pi / 4$), то глибина модуляції знижується. Це обмежує допустимий кут розходження вхідного пучка. Від такого обмеження, що обумовлено наявністю подвійного променезаломлення, є вільними кубічні кристали, наприклад класу $\bar{4}3\ m$, для яких $n_н = n_o$. У простій схемі з кристалами такого типу модулююче поле є нормальним до площини (001) (тобто паралельно осі z), а світловий промінь, який є поляризованим під кутом 45^o до осі z, розповсюджується нормально до площини (110).

Для випадку $E_x = E_y = 0$ рівняння індикатриси дається

$$\frac{x^2 + y^2 + z^2}{n_o^2} + 2r_{41}E_z xy = 1 \tag{29}$$

Головними діелектричними осями є осі x', y', z, для яких

$$n_{x'} = n_o - \frac{1}{2} n_o^3 r_{41} E_z,$$

$$n_{x'} = n_o + \frac{1}{2} n_o^3 r_{41} E_z,$$

$$n_z = n_o$$

а запізнення для пристрою, що описано вище дорівнює

$$\Gamma = \varphi_{x'} - \varphi_z = \frac{\omega}{2c} n_o^3 r_{41} E_z L_{y'} = \frac{\pi}{\lambda_0} n_o^3 r_{41} E_z L_{y'} \qquad (30)$$

де λ_0- довжина хвилі у вільному просторі. Порівняння з (24) показує, що тут $\Gamma \sim E_z L_{y'}$, у той же час для поздовжнього випадку $\Gamma \sim U$ і не залежить від товщини. Найбільш ефективно кубічні кристали застосовують, коли поле прикладене нормально до площини (110), а промінь розповсюджується під прямим кутом до площини $(\bar{1}10)$. У цьому випадку запізнення дорівнює

$$\Gamma = \frac{\omega}{2c} n_o^3 r_{41} EL = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_o^3 r_{41} EL \qquad (32)$$

тобто подвоюється у порівнянні з (31).

Фазова модуляція. Розглянемо випадок, коли світло падає на електрооптичний кристал так, що вектор **D** є паралельним одній з наведених прикладеним полем діелектричних осей. Це досягається. наприклад, у пристрої, що показано на **рис. 2,** якщо поляризація променя на вході паралельна осі x' (або y'), а вихідний поляризатор відсутній. З (23) видно, що електричне поле просто змінює фазу на величину $\Delta\varphi_x^{'} = -(\pi n_o^3 / \lambda_0) r_{63} E_z L_z$. Якщо, наприклад, $E_z = E_m^{(z)} \cos \omega_m t$, то електричне поле світлової хвилі на виході з кристалу дорівнює

$$E_{x'} = A e^{i(2\pi/\lambda_0) n_o L - i(\pi/\lambda_0) n_o^3 r_{63} L_z E_m^{(z)} \cos \omega_m t} \qquad (33)$$

що відповідає гармонічній фазовій модуляції з індексом модуляції $\delta = (\pi / \lambda_0) n_o^3 r_{63} L_z E_m^{(z)}$.

Література:

4. Т.Мосс., Г.Баррел. Б.Эллис Полупроводниковая оптоэлектроника Москва, «Мир», 1976.

8. M.Born and Emil Wolf. Principles of Optics. 7-th edition.-Cambridge University Press, 2002.-952C.

10. Г.С.Лансберг. Оптика. И-во «Наука».-1976.

11. А.Ярив. Квантовая электроника и нелинейная оптика. М. Советское Радио.-1973.-456с.