



ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТІ ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	10 Природничі науки
Спеціальність	105 Прикладна фізика та наноматеріали
Освітня програма	Прикладна фізика
Статус дисципліни	Обов'язкова (нормативна) (цикл загальної підготовки)
Форма навчання	Очна (денна)
Рік підготовки, семестр	3-й курс, осінній семестр
Обсяг дисципліни	Загальна кількість: (3 кр.) 90 год. Лекційних занять: 36 год. Практичних занять: 18 год. Самостійна робота студентів: 36 год.
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Залік, поточний контроль, модульна контрольна робота
Розклад занять	http://ipt.kpi.ua/navchalnij-protses
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: д.т.н., професор, чл.-кор. НАНУ Кузнецов Микола Юрійович (kuznetsov2016@icloud.com) Практичні: Оксьоненко Максим Петрович (maksoks94@gmail.com)
Розміщення курсу	https://us04web.zoom.us/j/7620255592?pwd=RFRveFlrbWR0TWlzMmRleHhOTjV5QT09

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Навчальна дисципліна «Теорія ймовірності та математична статистика» є тією частиною математичних знань, яка пов'язана з математичним аналізом такого інтуїтивного поняття, як «випадок» або «випадковість». Як зазначив академік НАН України Б.В.Гнеденко «Математична статистика – це наука про методи кількісного аналізу масових явищ, що враховує одночасно і якісну своєрідність цих явищ». Метою вивчення дисципліни «Теорія ймовірності та математична статистика» є засвоєння студентами основних принципів і методів аналізу випадкових явищ. Предметом вивчення є такі поняття як випадкові події, дискретні та неперервні випадкові величини, граничні теореми для сум випадкових величин.

Теорія ймовірностей широко використовується в фізиці (зокрема, у статистичній фізиці та статистичній радіотехніці), економіці, хімії, а також є фундаментом математичних методів захисту інформації, математичної теорії надійності та теорії масового обслуговування. Для успішного засвоєння дисципліни необхідні знання перш за все з математичного аналізу, теорії міри та комбінаторики, алгебри та дискретної математики. Математична статистика ґрунтується на методах теорії ймовірностей і використовується в багатьох сферах діяльності суспільства (економіка, безпека інформаційних технологій, фізика, теорія надійності складних систем та інші).

Для закріплення та поглибленого розуміння означень, теоретичних положень та методів теорії ймовірностей та математичної статистики передбачено проведення практичних занять. *Основна мета практичних занять* – сформувати у студентів навички використання теоретичних знань, які викладаються на лекціях з даної дисципліни. Для цього доцільно на практичних заняттях з теорії ймовірностей і математичної статистики: а) перевіряти знання студентів теоретичного матеріалу з теми, що вивчається; б) розв'язувати задачі різноманітних типів з теми, що вивчається, демонструючи при цьому різні можливі способи їх розв'язання; в) перевіряти виконання студентами домашніх завдань (шляхом усних або письмових опитувань); г) здійснювати підсумкові перевірки засвоєння вивченої теми (у письмовій формі).

За курсом відповідно до навчального плану передбачено проведення поточного контролю у вигляді виконання модульної контрольної роботи (МКР).

Після засвоєння навчальної дисципліни студенти мають продемонструвати такі результати навчання:

знання: впевнено володіти основними поняттями теорії ймовірностей та математичної статистики; математично коректно формулювати постановки задач, пов'язаних із стохастичними явищами;

уміння: будувати моделі об'єктів, які за своєю суттю мають стохастичну природу, визначати, який саме метод доцільно використовувати для розв'язання тієї чи іншої задачі, використовувати аналітичні методи теорії ймовірностей для дослідження ймовірнісних показників систем, використовувати статистичні методи для побудови точкових і інтервальних оцінок невідомих параметрів, а також для перевірки статистичних гіпотез, демонструвати вміння аналізувати та пояснювати отримані результати;

досвід: навички практичного використання засвоєних знань, методів якісного та кількісного аналізу випадкових явищ у подальшому навчанні та професійній діяльності.

Згідно з вимогами освітньої програми студенти після засвоєння навчальної дисципліни «Теорія ймовірності та математична статистика» мають продемонструвати такі результати навчання:

Загальні компетентності СВО

ЗК6: Здатність проведення досліджень на відповідному рівні.

Фахові компетентності СВО

ФК2: Математично коректно формулювати постановки задач, пов'язаних із стохастичними явищами.

ФК3: Здатність брати участь у виготовленні експериментальних зразків, інших об'єктів дослідження.

ФК5: Здатність до постійного розвитку компетентностей у сфері прикладної фізики.

ФК 7: Здатність використовувати методи і засоби теоретичного дослідження та математичного моделювання в професійній діяльності.

ФК10: Визначати, який саме метод доцільно використовувати для розв'язання тієї чи іншої задачі.

Програмні результати навчання

ПРН2: Застосовувати сучасні математичні методи для побудови й аналізу математичних моделей фізичних процесів.

ПРН3: Застосовувати ефективні методи дослідження, при розв'язанні практичних проблем прикладної фізики.

ПРН15: Знання основ методології наукових досліджень в прикладній фізиці, технології оформлення, презентації та захисту результатів наукових досліджень.

ПРН16: Знання методів аналізу випадкових процесів, теорії ймовірності і математичної статистики, прикладних програм і методів обчислень для розуміння сучасних фізичних теорій і розв'язання проблем прикладної фізики та моделювання процесів, що відбуваються в фізико-технічних системах.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Для засвоєння матеріалу курсу «Теорія ймовірності та математична статистика» студентам необхідні знання в рамках шкільного курсу алгебри та геометрії, а також вони повинні засвоїти основні поняття та методи курсів: «Математичний аналіз», «Алгебра та геометрія», «Теорія функції комплексної змінної».

Отримані практичні навички та засвоєнні теоретичні знання під час вивчення навчальної дисципліни «Теорія ймовірності та математична статистика» можна використовувати в подальшому в таких навчальних дисциплінах: «Статистична фізика», «Статистична радіофізика та оптика», «Випадкові процеси».

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Випадкові події.

Тема 1.1. Елементи комбінаторики.

Тема 1.2. Простір елементарних подій. Випадкові події та операції з ними.

Тема 1.3. Геометричні ймовірності. Умовна ймовірність. Незалежні події.

Тема 1.4. Формула повної ймовірності та формула Байеса.

Розділ 2. Дискретні випадкові величини.

Тема 2.1. Розподіл Бернуллі, геометричний розподіл та розподіл Пуассона.

Тема 2.2. Математичне сподівання та дисперсія дискретної випадкової величини.

Тема 2.3. Генератриса розподілу.

Розділ 3. Неперервні випадкові величини та граничні теореми.

Тема 3.1. Функція розподілу та її властивості.

Тема 3.2. Математичне сподівання та дисперсія неперервної випадкової величини.

Тема 3.3. Випадкові вектори.

Тема 3.4. Характеристична функція.

Тема 3.5. Закон великих чисел.

Тема 3.6. Локальна гранична теорема.

Тема 3.7. Центральна гранична теорема.

Розділ 4. Елементи математичної статистики.

Тема 4.1. Емпірична функція розподілу. Теореми Глівенко, Колмогорова та Смирнова.

Тема 4.2. Класифікація оцінок. Метод найбільшої правдоподібності.

Тема 4.3. Метод моментів та метод мінімуму χ^2 . Довірчі інтервали.

Тема 4.4. Перевірка статистичних гіпотез.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Для опанування дисципліни «Теорія ймовірності та математична статистика» рекомендується наступна

– *Базова література*

1. Кузнецов М.Ю., Конспект лекцій курсу “Теорія ймовірностей і математична статистика”.
2. Гнеденко Б.В. Курс теорії ймовірностей. – К.: Київський університет, 2010. – 463 с.
3. Кузнецов М.Ю., Шумська А.А. Теорія ймовірностей та математична статистика. Збірник завдань. – К.: Політехніка, 2006. – 28 с.
4. Кузнецов М.Ю., Шумська А.А. Теорія ймовірностей та математична статистика. Методичні вказівки до розв’язання задач. – К.: Політехніка, 2006. – 28 с.

– *Додаткова література*

1. Климов Г.П. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Московский университет, 1983. – 328 с.
2. Мешалкин Л.Д. Сборник задач по теории вероятностей. – М.: Московский университет, 1963. – 328 с.
3. Виленкин Н.Я. Комбинаторика. – М.: Наука, 1969. – 328 с.
4. Коваленко И.Н., Филиппова А.А. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа, 1973. – 368 с.
5. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И. Математическая статистика. – М.: Высшая школа, 1984. – 248 с.
6. Гихман И.И., Скороход А.В., Ядренко М.И. Теория вероятностей и математическая статистика. – К.: Вища школа, 1979. – 408 с.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Лекційні заняття

№	Назва теми лекції та перелік основних питань
Розділ 1. Випадкові події	
Тема 1.1. Елементи комбінаторики	
1.	Короткий історичний огляд. Елементи комбінаторики: правила додавання та множення, комбінації, перестановки, розміщення, біном Ньютона, перестановки з повтореннями, комбінації з повтореннями, метод перегородок, узагальнений біном Ньютона, формула включень та виключень. Приклади

Тема 1.2. Простір елементарних подій. Випадкові події та операції з ними	
2.	Простір елементарних подій. Сигма-алгебра випадкових подій. Імовірнісна міра. Операції над випадковими подіями. Частота випадкової події. Імовірності в дискретних просторах. Властивості ймовірностей, зокрема формула включень та виключень
Тема 1.3. Геометричні ймовірності. Умовна ймовірність. Незалежні події	
3.	Геометричні ймовірності. Умовна ймовірність. Незалежні події. Незалежні у сукупності події. Приклади
Тема 1.4. Формула повної ймовірності та формула Байеса	
4.	Формула повної ймовірності та формула Байеса. Приклади
Розділ 2. Дискретні випадкові величини	
Тема 2.1. Розподіл Бернуллі, геометричний розподіл та розподіл Пуассона	
5.	Випадкові величини та їх розподіли. Дискретні випадкові величини. Розподіл Бернуллі. Геометричний розподіл та його характеристична властивість. Розподіл Пуассона. Приклади
Тема 2.2. Математичне сподівання та дисперсія дискретної випадкової величини	
6.	Математичне сподівання дискретної випадкової величини. Властивості математичного сподівання. Приклади. Дисперсія дискретної випадкової величини. Властивості дисперсії. Приклади
Тема 2.3. Генератриса розподілу	
7.	Генератриса розподілу. Приклади. Властивості. Випадкове блукання на числовій прямій
Розділ 3. Неперервні випадкові величини та граничні теореми	
Тема 3.1. Функція розподілу та її властивості	
8.	Загальне поняття випадкової величини. Функція розподілу та її властивості. Щільність розподілу випадкової величини. Приклади найбільш відомих функцій розподілу (рівномірний розподіл, нормальний розподіл, експоненціальний розподіл)
Тема 3.2. Математичне сподівання та дисперсія неперервної випадкової величини	
9.	Математичне сподівання неперервної випадкової величини. Властивості математичного сподівання. Приклад на формулу повної ймовірності для математичного сподівання. Дисперсія та її властивості. Приклади
Тема 3.3. Випадкові вектори	
10.	Випадкові вектори. Багатовимірний рівномірний розподіл. Багатовимірний нормальний розподіл. Розподіл деяких функцій від випадкового вектора
Тема 3.4. Характеристична функція	
11.	Характеристична функція випадкової величини. Властивості. Приклади. Теореми обертання. Теорема про єдиність

Тема 3.5. Закон великих чисел	
12.	Нерівність Чебишева. Збіжність за ймовірністю. Теорема Чебишева про закон великих чисел та її наслідки (теореми Бернуллі та Пуассона). Теорема Маркова. Теорема Хінчина. Необхідна і достатня умова виконання закону великих чисел. Збіжність майже напевно. Теорема Колмогорова. Обчислення визначених інтегралів методом Монте-Карло
Тема 3.6. Локальна гранична теорема	
13.	Локальна гранична теорема. Локальна гранична теорема Муавра-Лапласа. Інтегральна гранична теорема Муавра-Лапласа
Тема 3.7. Центральна гранична теорема	
14.	Гранична теорема для послідовності незалежних однаково розподілених випадкових величин. Умова Ліндеберга. Центральна гранична теорема. Теорема Ляпунова
Розділ 4. Елементи математичної статистики	
Тема 4.1. Емпірична функція розподілу. Теореми Глівенко, Колмогорова та Смирнова	
15.	Деякі задачі математичної статистики. Варіаційний ряд. Емпірична функція розподілу. Теорема Глівенко. Теорема Колмогорова. Теорема Смирнова. Гістограма та полігон частот. Вибіркові моменти
Тема 4.2. Класифікація оцінок. Метод найбільшої правдоподібності	
16.	Класифікація оцінок. Метод найбільшої правдоподібності. Властивості. Приклади
Тема 4.3. Метод моментів та метод мінімуму χ^2 . Довірчі інтервали	
17.	Метод моментів та метод мінімуму χ^2 . Довірчі інтервали для параметрів біноміального, пуассонівського та показникового розподілів. Довірчі інтервали для математичного сподівання та дисперсії у випадку нормально розподіленої генеральної сукупності. Асимптотичні довірчі інтервали
Тема 4.4. Перевірка статистичних гіпотез	
18.	Гіпотеза про вигляд розподілу: Критерій Колмогорова, критерій згоди χ^2 для простої та складної гіпотез. Гіпотеза однорідності: критерій однорідності Смирнова та критерій однорідності χ^2 . Гіпотеза незалежності: критерій незалежності χ^2 та критерій Спірмена

Практичні заняття

Необхідний матеріал, для підготовки до практичних занять можна знайти, зокрема, у посібниках [2], які містять основні формули, необхідні для розв'язування задач, та приклади розв'язання найбільш типових задач.

№	Назва теми заняття та перелік питань, що розглядаються
1.	Елементи комбінаторики: розміщення з повтореннями та без повторень, перестановки з повтореннями та без повторень, комбінації елементів, метод перегородок, метод включень та виключень <i>Збірник завдань: [3]</i>
2.	Стохастичний експеримент, задачі на визначення простору елементарних подій, класичне означення ймовірності, обчислення ймовірностей випадкових подій, коли всі елементарні події є рівноможливими <i>Збірник завдань: [3]</i>
3.	Геометричний метод знаходження ймовірностей подій <i>Збірник завдань: [3]</i>
4.	Умовні ймовірності, незалежні випадкові події, формула повної ймовірності, формула Байєса <i>Збірник завдань: [3]</i>
5.	Числові характеристики дискретних випадкових величин (розподіл Бернуллі, геометричний розподіл, розподіл Пуассона) <i>Збірник завдань: [3]</i>
6.	Числові характеристики дискретних випадкових величин: математичне сподівання та дисперсія <i>Збірник завдань: [3]</i>
7.	Неперервні випадкові величини, функція розподілу та її властивості <i>Збірник завдань: [3]</i>
8.	Числові характеристики неперервних випадкових величин, математичне сподівання, дисперсія та коефіцієнт кореляції <i>Збірник завдань: [3]</i>
9.	Випадкові вектори, розподіл деяких функцій від випадкового вектора <i>Збірник завдань: [3]</i>

6. Самостійна робота студента

Самостійна робота студентів має на меті розвиток творчих здібностей та активізація їх розумової діяльності, формування потреби безперервного самостійного поповнення знань та розвиток морально-вольових якостей. Завданням самостійної роботи студентів є навчити студентів самостійно працювати з літературою, творчо сприймати навчальний матеріал і осмислювати його. Метою самостійної роботи є формування навичок до щоденної роботи з метою одержання та узагальнення знань, умінь і навичок.

На самостійну роботу відводяться наступні види завдань:

- обробка і осмислення інформації, отриманої безпосередньо на заняттях;
- робота з відповідними підручниками та особистим конспектом лекцій;
- виконання підготовчої роботи до практичних занять та до написання МКР;
- підготовка до складання семестрового контролю (заліку).

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Відвідування занять

Відвідування лекцій, а також відсутність на них, не оцінюється. Однак, студентам рекомендується (вкрай необхідно) відвідувати заняття, оскільки на них викладається теоретичний матеріал та розвиваються навички, необхідні для успішного складання заліку. При цьому встановлюється безпосередній контакт з викладачем, який відповідає на всі питання та пояснить незрозумілий матеріал.

Пропущені контрольні заходи

Результат модульної контрольної роботи для студента, який не з'явився на контрольний захід, є нульовим. У такому разі, студент має можливість написати модульну контрольну роботу, але максимальний бал за неї буде дорівнювати 50 % від загальної кількості балів. Повторне написання модульної контрольної роботи не допускається.

Календарний рубіжний контроль

Проміжна атестація студентів (далі — атестація) є календарним рубіжним контролем. Метою проведення атестації є підвищення якості навчання студентів та моніторинг виконання графіка освітнього процесу студентами¹.

Термін атестації	Перша атестація (8-й тиждень)	Друга атестація (14-й тиждень)
Критерій: поточний контроль	> 20 балів	> 30 балів

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

Процедура оскарження результатів контрольних заходів

Студенти мають можливість підняти будь-яке питання, яке стосується процедури контрольних заходів та очікувати, що воно буде розглянуто згідно із наперед визначеними процедурами (згідно «Положення про систему забезпечення якості вищої освіти у Національному технічному університеті України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», «Положення про організацію навчального процесу»).

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Видами контролю успішності засвоєння матеріалу дисципліни є модульна контрольна робота (МКР) та семестровий контроль.

Активність на практичних заняттях

На практичних заняттях за кожну самостійно розв'язану біля дошки задачу дається по 3 бали. Конструктивна ідея або вірна відповідь з «місця»: 1 бал. Можливі і інші варіанти оцінки роботи на розсуд викладача, що веде практику, проте прикінцевий максимальний бал становить не більше 30. З огляду на обмежену кількість виходів до дошки студенти зацікавлені у активній участі в роботі на практичних заняттях.

Модульна контрольна робота

Модульна контрольна робота проводиться після завершення першої частини курсу «Теорія ймовірності та математична статистика» протягом однієї академічної години на практичних заняттях. Вона складається з 5 задач і передбачає письмовий їх розв'язок. Задачі підібрані подібними до тих, що розглядалися на практичних заняттях та під час виконання домашніх робіт.

Робота оцінюється за чіткими критеріями з позначенням коректної або некоректної відповіді, а також з коментарями, зауваженнями тощо. Критерії оцінювання модульної контрольної роботи:

- максимальна кількість балів за кожне питання – повна правильна відповідь, 95% інформації, у потрібних місцях наведено малюнки, позначення, є письмовий коментар щодо базових понять та методів, які використовуються під час розв'язку задачі,
- 75% балів — розв'язок правильний, але не всі умови попереднього пункту виконано,
- 60% балів — наведено правильні базові формули, але сам розв'язок неправильний.
- Відповіді є списаними, студент не в змозі їх пояснити, відповідь не зараховується.

Умови допуску до заліку

В таблиці наведено умови допуску до семестрового контролю.

№	Обов'язкова умова допуску до заліку	Критерій
1	Поточний рейтинговий бал	≥ 40
3	МКР	Виконана

Додаткові умови допуску до заліку, які заохочуються:

- активна самостійна робота над теоретичним матеріалом: пошук та використання інформаційних ресурсів та матеріалів, що доповнюють поточний курс (додаються заохочувальні бали);
- позитивний результат першої та другої атестації.

Семестровий контроль (залік)

Залік приймається у 2 етапи і складається із двох частин. Перша частина є письмовою тривалістю 2 астрономічні години. Друга частина є усною у формі співбесіди.

Письмова частина передбачає розв'язок п'яти задач. Кількість балів за кожну задачу та відповідність набраних балів оцінці в університетській шкалі встановлюється викладачами в білетах до письмової роботи в залежності від складності задачі. Максимальний рейтинговий бал за письмову частину 25.

Усна частина (за білетом) містить два питання з теорії і проходить в окремий день (наступний

або через день після проведення письмової частини). Максимальний рейтинговий бал за усну частину 15.

Загальна оцінка за залік складається із стартового рейтингу, отриманого протягом семестру, та рейтингових балів набраних під час заліку. Рейтингові бали (максимум 15) за усну частину заліку нараховуються згідно наступних критеріїв:

- від 13 до 15 — повна правильна відповідь, 95% інформації, наведено малюнки, позначення, є письмовий коментар щодо базових понять та методів, означення та формулювання теорем є вірними, повна правильна відповідь на уточнюючі запитання;
- від 10 до 12 — правильна відповідь, 75% інформації, наведено малюнки, позначення, є письмовий коментар щодо базових понять та методів, означення та формулювання теорем є по суті правильними, але неповними, правильна відповідь на майже всі уточнюючі запитання;
- від 7 до 9 — по суті правильна, але неповна відповідь, 60% інформації, наведено малюнки та позначення, відсутні письмові коментарі щодо базових понять та методів, означення та формулювання теорем є по суті правильними, але неповними, правильна відповідь на більшість уточнюючих запитань;
- від 4 до 6 — відповідь неповна, 45% інформації, не наведено потрібні малюнки та позначення, відсутні письмові коментарі щодо базових понять та методів, означення та формулювання теорем є здебільшого правильними, але неповними, відповіді на уточнюючі запитання є неповними;
- від 0 до 3 — відповідь неповна, 30% інформації, не наведено потрібні малюнки та позначення, відсутні письмові коментарі щодо базових понять та методів, означення та формулювання теорем є неточними, відповіді на уточнюючі запитання є неповними або відсутні взагалі.

Остаточна оцінка **RD** є сумою рейтингових балів отриманих за поточний контроль та балів отриманих на заліку після співбесіди зі студентом.

№	Контрольний захід	Бал	Кількість	Всього
1	Модульна контрольна робота	30	1	30
3	Практичні заняття	30	1	30
5	Залік	40	1	40
	Всього			100

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Значення рейтингу	Оцінка ECTS
$95 \leq RD \leq 100$	відмінно
$85 \leq RD \leq 94$	дуже добре
$75 \leq RD \leq 84$	добре
$65 \leq RD \leq 74$	задовільно
$60 \leq RD \leq 64$	достатньо
$RD < 60$	незадовільно
$RD < 40$	не допущено

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено: д.т.н., професор, чл.-кор. НАНУ Кузнецов Микола Юрійович

Ухвалено: кафедрою математичних методів захисту інформації (протокол №1 від 04.09.2020 р.)

Затверджено: Вченою Радою ФТІ (протокол № 7/1 від 07.09.2020 р.)